МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФГБОУ ВПО «ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.Т. КАЛАШНИКОВА»

На правах рукописи

ДЫБРИН Александр Андреевич

АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ УРОВНЯ ВИБРАЦИЙ И ШУМА В ТРУБАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ ГАЗОПРОВОДОВ

Специальности:

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (*в науке и технике*)

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:

заслуженный изобретатель РФ,
доктор технических наук,
доктор геолого-минералогических наук,
профессор Лялин В.Е.

Ижевск 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Предприятия нефтегазовой промышленности широко применяют компрессорные установки. При эксплуатации действующих компрессорных установок выявлен ряд существенных недостатков в их работе из-за наличия пульсаций газа, вибраций трубопроводов и нагнетательных установок.

Основным источником вибраций трубопроводов на компрессорных станциях в большинстве случаев является пульсирующий поток газа. При одновременной асинхронной работе нескольких компрессоров часто возникают мгновенные высокие давления на выходе компрессорных цилиндров. Высокие давления возникают в трубопроводах при наличии крутых углов поворота трубопроводов с пульсирующим потоком.

Пульсация давления газа снижает пропускную способность газопровода, что уменьшает эффективность работы компрессорного оборудования. Пульсации газа в нагнетательном трубопроводе могут привести к увеличению расхода мощности агрегата. Это объясняется образованием стоячих волн, что вызывает увеличение среднего давления в момент выброса очередной порции газа из цилиндра компрессора. Возникающая при этом неравномерная работа клапанов приводит к ускоренному их износу.

Стоячие волны создаются при отражении периодических импульсов газа от переходов, отводов, тройников, колен и т. п. Эти импульсы являются особенно опасными в условиях акустического резонанса, когда число импульсов от компрессора в секунду находится в таком соотношении с длиной участка трубопровода между компрессором и плоскостью отражения, что на нем укладывается целое число четвертей длины волны давления.

Вибрация трубопроводов в результате пульсации перекачиваемой по ним среды - довольно частое явление в нефтегазопромысловой практике. В результате возможны обрывы трубопроводов, потери перекачиваемого продукта, иногда и более серьезные осложнения. Кроме того, гидравлическое сопротивление в трубопроводах при пульсации среды значительно возрастает, что приводит к потере до 25% мощности перекачивающего агрегата.

Вибрация трубопроводов через жесткое соединение (без хороших компенсаторов) может разрушить компрессорный или насосный агрегат. Поэтому попытки ликвидировать вибрацию увеличением жесткости соединений в системе трубопровод - машина, как правило, существенно усугубляют последствия действия вибрации. Ликвидация источника возникновения - вот наиболее радикальный метод решения этой задачи.

Магистральные газопроводы (МГ) относятся к опасным производственным объектам. Часть оборудования, например газоперекачивающие агрегаты (ГПА), являются не только источником потенциальной опасности, но и источником образования вредности. Следствием их работы является высокий уровень шума (90…130 дБ) аэродинамического и механического характера, создаваемый истечением рабочей среды в газовоздушных трактах всасывания и выхлопа, которые, с точки зрения акустики, представляют собой своеобразные волноводы, способные практически беспрепятственно транспортировать акустическую энергию. При создании и модернизации систем шумоглушения требуется проводить экспериментальные исследования, которые вследствие больших габаритов ГПА сложны, дорогостоящи и продолжительны по времени.

В связи с вышеизложенным, тема диссертационного исследования, направленного на разработку научно-методических средств для снижения уровня вибрации и шума МГ, является актуальной.

Степень научной разработанности темы исследования. Исследования механики пространственно-криволинейных трубопроводов и фланцевых соединений рассматриваются в работах Светлицкого В.А., Власова В.В., Гольденвейзера А.Л., Башты О.Т., Аксельрада Э.Л., Айнбивдера А.Б., Камерштейна А.Г., Герштейна М.С., Самарина А.А.

Теоретическими и экспериментальными исследованиями снижения уровня шума на компрессорных станциях занимались многие известные ученые: Кравчун П.А., Занченко В.И., Терехов А.Л., Рейнольдс А.Ж. Леонтьев В.А., Григорян Ф.И., Юдин Е.А., Бэтчерлор Д., и др. Созданные ими теоретические положения и технические средства позволяют снижать уровень шума. Однако при многообразии конструкций оборудования компрессорных станций эти разработки не обеспечивают необходимую эффективность вследствие невозможности учета всех факторов, влияющих на шумообразование.

Область исследования. Диссертационная работа выполнена в соответствии с пунктами «6. Методы идентификации систем управления на основе ретроспективной, текущей и экспертной информации», «11. Методы и алгоритмы прогнозирования и оценки эффективности, качества и надежности сложных систем» паспорта специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в науке и технике), и пунктами «1. Динамика машин, приборов, аппаратуры, систем и комплексов машин и приборов», «9. Математическое моделирование поведения технических объектов и их несущих элементов при статических, динамических, тепловых, коррозионных и других воздействиях» паспорта специальности 01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры».

Объектом исследования являются физико-механические, акустические и аэродинамические процессы, происходящие в системе МГ.

Предметом исследования являются анализ и математическое моделирование динамики трубопроводов, методы снижения уровня шума и шумоизлучения в газопроводах и в окружающей их среде.

Цель работы заключается в разработке научно обоснованных математических моделей для исследования вибрационных процессов в пространственно-криволинейных трубопроводах, заполненных стационарным потоком идеальной несжимаемой жидкости, а также методики снижения уровня шума при прохождении потока газа через трубопроводы переменного сечения и шумоизлучения с помощью звукоизолирующих конструкций, что будет способствовать устранению потерь мощности перекачивающих агрегатов, снижению риска разрушения коммуникаций трубопроводов, а также снижению уровня шума аэродинамического и механического характера.

Для достижения цели требуется решить следующие **задачи**:

- определить уравнения равновесия для произвольной формы сечения пустотелой трубы с учетом потока идеальной несжимаемой жидкости, исследовать уравнения динамики трубы с учетом статического напряженного состояния, вызванного потоком жидкости;

- исследовать продольные и поперечные свободные колебания и уточнить динамическую модель фланцевых соединений без учета диссипации энергии; определить спектр собственных колебаний симметричной динамической системы;

- исследовать звуковые колебания, возникающие при прохождения потока газа через переходы от труб одного диаметра к другому и определить выражения для расчета акустических характеристик;

- рассчитать акустические импедансы бесконечной цилиндрической оболочки трубы с учетом условий резонансов по продольным и сдвиговым волнам в оболочке;

- предложить экспериментально-расчетный способ определения характеристик акустического поля по результатам статистической обработки пульсаций давления в трубопроводах вблизи от газокомпрессорных установок.

- определить выражения для расчета давления звуковых полей внутри и снаружи цилиндрической оболочки, а также значения звукоизоляции оболочки.

Методы исследования. В диссертации использованы теоретические и экспериментальные методы исследования.

Использовались методы теоретической механики, динамики прочности машин и механизмов, механики сплошной среды при решении задач статики и динамики криволинейных трубопроводов, заполненных стационарным потоком идеальной несжимаемой жидкости.

Применялись уравнения математической физики и уравнения в частных производных при исследовании продольных и поперечных колебаний газопровода с фланцевым соединением, а также линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами при определении установившихся колебаний среды в трубе переменного сечения. При определении характеристик акустического поля по результатам статистической обработки пульсаций давления в цилиндрической оболочке трубы использовались уравнения гидродинамики. Для расчета звукового давления используется оценка с помощью метода перевала и асимптотик функций Ганкеля.

Достоверность и обоснованность результатов и выводов, полученных в диссертационной работе, подтверждается сопоставительным анализом созданных и известных математических моделей и алгоритмов, а также результатами проведения натурного и вычислительного эксперимента.

На защиту выносятся результаты разработки подходов, методик и математических моделей статики и динамики пространственно-криволинейных трубопроводов и снижения уровня шума в МГ, в том числе:

- математические выражения для сосредоточенных сил, действующих на стержень и представляющих собой реакцию потока газа на участках резкого изменения направления течения;

- уравнения для нахождения осевого усилия и сосредоточенной силы, возникающей при отклонении потока жидкости от прямолинейного движения на изогнутых участках стержня;

- рассмотрение трубопровода с фланцевым соединением как двух подсистем, объединенных в единую систему с учетом налагаемых граничных условий; исследование продольных свободных колебаний и построение динамической модели фланцевых соединений без учета диссипации энергии;

- исследование звуковых колебаний, возникающих при прохождении потока газа через переходы от труб одного диаметра к другому и определение выражений для расчета акустических характеристик; доказательство применимости полученных выражений для переходов различного типа (диффузоров и конфузоров) с учетом теорем взаимности; определение коэффициентов звукопрохождения и звукоизоляции.

- сопоставление распределения импеданса по частоте и по длине трубы, найденное из эксперимента по предложенному методу, с теоретическим распределением импеданса, рассчитанным по уравнениям акустики;

- исследование звуковых полей, возникающих от цилиндрического источника излучения, для расчета звукоизоляции цилиндрической оболочки и полуцилиндрического кожуха.

Научная новизна результатов диссертационного исследования заключается в следующем:

- определен спектр собственных продольных колебаний симметричной динамической системы, состоящий из двух подмножеств собственных частот, отвечающих соответственно симметричным и кососимметричным колебаниям участков трубопровода относительно оси симметрии исследуемой системы;

- выведенные аналитические зависимости и численные значения параметров колебаний фланцевых соединений позволяют обоснованно подойти к решению проблем качества уплотнения динамически нагруженных соединений трубопроводов;

- проведены численные расчеты частот симметричных и кососимметричных поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением в широком диапазоне параметров исследуемой динамической системы, которые позволили определить резонансные зоны и их зависимость от основных конструктивно-технологических параметров, а также решить вопросы оценки работоспособности соединений;

- рассчитана звукоизоляция экспоненциального, конического параболического и степенного диффузоров (конфузоров), проведены расчеты на компьютере звукоизоляции конического диффузора для пяти отношений площадей двух труб трубопровода. Сравнение графиков зависимости звукоизоляции от безразмерной частоты с графиками звукоизоляции экспоненциального диффузора показывает, что они почти не отличаются друг от друга. Из этого следует, что на практике лучше применять конический диффузор, так как он более технологичен по сравнению с экспоненциальным. Следует также рекомендовать для оценки конического диффузора формулы, выведенные для экспоненциального диффузора, так как они значительно проще;

- установлено, что при доводке агрегатов газокомпрессорной станции возникает необходимость сопоставления характеристик акустического поля, полученных из эксперимента и рассчитанных по системе уравнений, описывающих функционирование газокомпрессорной установки. В связи с этим исследовано, какие измерения необходимо провести в ходе испытания и как обработать полученную информацию, чтобы получить необходимые характеристики акустической волны (импеданс, соотношение между энергиями бегущей и стоячей компоненты).

- получено выражение для расчета звукоизоляции полуцилиндрического кожуха при разных значениях определенного аргумента. Предложена упрощенная модель для практического расчета звукоизоляции с сохранением основных особенностей задачи. Исследованы звуковые поля при прохождении звуковой волны от источника излучения через цилиндрическую оболочку.

Практическая полезность работы заключается в следующем. Выведенные аналитические зависимости и численные значения параметров колебаний фланцевых соединений позволяют обоснованно подойти к решению проблем качества уплотнения динамически нагруженных соединений трубопроводов. Кроме того, результаты исследований дают возможность решать прикладные задачи, связанные с оптимальным выбором типа опор, жесткости соединений, местом расположения соединения относительно опор, и ряд других вопросов.

Методы снижения шумоизлучения трубопроводов вибропоглощающими и звукоизолирующими конструкциями, для использования которых нет необходимости в изменении структуры трубопроводов, позволят понизить до допустимого уровня наружный шум трубопроводов, обусловленный в основном распространением по потоку и прохождением через стенки трубопровода звуковых волн, исходящих от работающих компрессора и нагнетателя, а также вибрацией, создаваемой турбулентностью потока по всей системе.

Проведен анализ причин возникновения больших амплитуд акустических колебаний, приводящих к аварийным исходам либо к нарушению нормального функционирования газокомпрессорных установок, с применением разработанного экспериментально-расчетного способа. Показана воспроизводимость характеристик акустического поля при их расчете по различным парам точек измерения пульсаций давления.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на: IV международной научной конференции «Актуальные вопросы современной науки» (Санкт-Петербург, 2012); VII Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы науки» (Москва, 2012); XVI молодежной международной научно-практической конференции «Интеллектуальный потенциал 21 века: ступени познания» (Новосибирск, 2012); международной научно-практической конференции «Техника и технологии: роль в развитии современного общества» (Москва, 2013).

Публикации. Основные полученные автором научные результаты отражены в 14 научных публикациях общим объемом 3,9 п.л., авторский вклад – 3,5 п.л. Автор имеет 6 научных трудов в изданиях, выпускаемых в РФ и рекомендуемых ВАК для публикации основных результатов диссертаций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 145 наименований. Работа изложена на 164 страницах, содержит 43 рисунка и 2 таблицы.

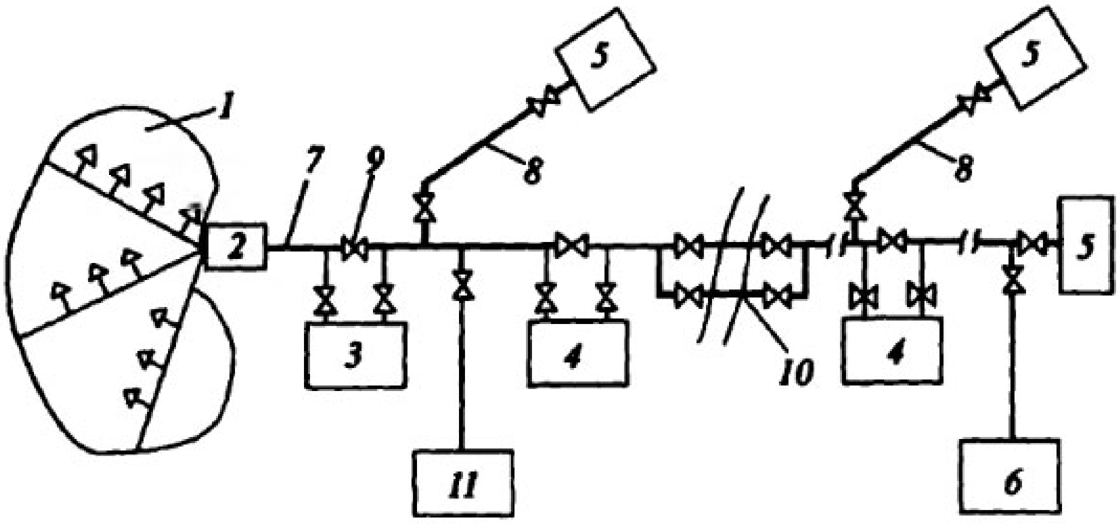
Глава 1. АНАЛИЗ ПРИЧИН ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВИБРАЦИЙ И ШУМОВ В МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДАХ

1.1. Состав сооружений магистральных газопроводов

Система доставки продукции газовых месторождений до потребителей представляет собой единую технологическую цепочку. Газ с месторождений поступает через газосборный пункт по промысловому коллектору на установку подготовки газа, где производится осушка газа, очистка от механических примесей, углекислого газа и сероводорода [123]. Далее газ поступает на головную компрессорную станцию и в магистральный газопровод (МГ).

В состав сооружений магистрального газопровода входят следующие основные объекты (рис. 1.1):

- головные сооружения;
- компрессорные станции (КС);
- газораспределительные станции (ГРС);
- подземные хранилища газа (ПХГ);
- линейные сооружения.



1 — газосборные сети; 2 — промысловый пункт сбора газа; 3 — головные сооружения; 4 — компрессорная станция; 5 — газораспределительная станция; 6 — подземные хранилища; 7 — магистральный трубопровод; 8 — ответвление; 9 — линейная арматура; 10 — двухниточный переход через водную преграду

Рис. 1.1. **Схема магистрального газопровода**

МГ в зависимости от рабочего давления подразделяются:

I класс - от 2,5 до 10 МПа включительно;

II класс - от 1,2 до 2,5 МПа включительно.

На головных сооружениях добываемый газ подготавливается к транспортировке. В первый период разработки месторождений давление газа достаточно велико, поэтому нет необходимости в использовании головной компрессорной станции. Эту станцию строят на более поздних этапах разработки газовых месторождений.

Компрессорные станции (КС) предназначены для перекачки газа от месторождений или подземных хранилищ до потребителя. Кроме того, на КС производится очистка газа от жидких и твердых примесей, а также его осушка.

Объекты КС проектируются в блочно-модульном исполнении и оборудуются центробежными нагнетателями с приводом от газотурбинных установок или электродвигателей. Газотурбинным приводом оснащено более 80% всех КС, а электроприводом — около 20%.

Газоперекачивающие агрегаты (ГПА) предназначены для сжатия природного газа, достаточного для обеспечения его транспортировки с заданными технологическими параметрами. Газоперекачивающие агрегаты размещаются в блок-контейнерах, состоящих из отсеков двигателей (приводов) и нагнетателей. Базовая сборочная единица - блок турбоагрегата и оборудование технологических систем.

Установка охлаждения газа преимущественно состоит из аппаратов воздушного охлаждения (АВО). При компримировании (сжатии) газ нагревается, что приводит к увеличению его вязкости, затрат мощности на перекачку и увеличению продольных напряжений в трубопроводе. Охлаждение газа после его компримирования увеличивает производительность и устойчивость газопровода, ослабляет действие коррозионных процессов. Газ охлаждают водой и воздухом в теплообменных аппаратах различной конструкции. Конструктивно АВО представляет собой вентилятор с диаметром лопастей до 7 м. Количество АВО определяется теплотехническими расчетами. Рабочая температура охлаждаемой среды на входе в аппарат до , на выходе - до .

Газораспределительные станции (ГРС) сооружают в конце каждого МГ или отвода от него. Высоконапорный газ не может быть непосредственно подан потребителям. На ГРС осуществляется понижение давления газа до требуемого уровня, очистка от механических частиц и конденсата, одоризация и измерение расхода.

К линейным сооружениям относятся собственно МТ, линейные запорные устройства, узлы очистки газопровода, переходы через препятствия, станции противокоррозионной защиты, линии технологической связи, отводы от МГ и сооружения линейной эксплуатационной службы.

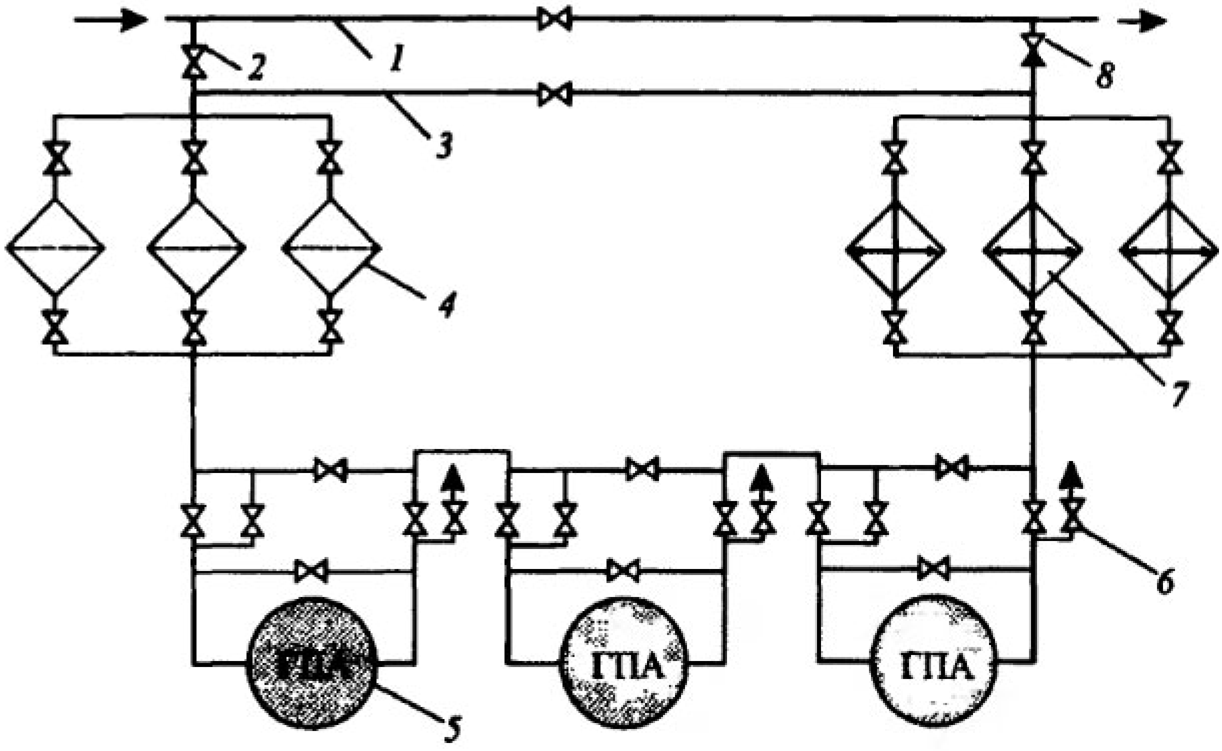
Линейные сооружения газопроводов отличаются от аналогичных сооружений нефтепроводов тем, что вместо линейных задвижек используются линейные шаровые краны, расстояние между которыми должно быть не более 30 км. Кроме того, для сбора выпадающего конденсата сооружаются конденсатосборники. Большая часть газопроводов имеет диаметр от 720 до 1420 мм. Трубы и арматура рассчитаны на рабочее давление до 10 МПа.

При параллельной прокладке двух и более МГ в одном технологическом коридоре предусматривается соединение их перемычками с запорной арматурой. Перемычки размещаются на расстоянии не менее 40 км друг от друга, а также перед компрессорными станциями и после них.

Подземные хранилища газа (ПХГ) служат для компенсации неравномерности газопотребления. Использование подземных структур для хранения газа позволяет существенно уменьшить капиталовложения в хранилища.

Магистральный газопровод (МГ) в своем составе имеет головную и промежуточные компрессорные станции (КС), обеспечивающие расчетную пропускную способность трубопровода (рис. 1.2).

В начальный период разработки месторождений давление поступающего природного газа бывает достаточно большим, поэтому необходимость в сооружении головной КС отсутствует. Головную КС строят позднее, уже после ввода МГ в эксплуатацию.



1 — магистральный газопровод; 2 — кран; 3 — байпасная линия; 4 — пылеуловители; 5 — газоперекачивающий агрегат; 6 — продувные свечи; 7 — АВО газа; 8 — обратный клапан

Рис. 1.2. **Технологическая схема промежуточной КС с центробежными нагнетателями**

Размещение КС по длине трассы зависит от рабочих параметров МГ. Обычно оно колеблется в пределах 80-150 км.

Головная КС предназначена для приема газа от источников (с промысла), очистки его от пыли и сероводорода, осушки, охлаждения и компримирования - сжатия до рабочего давления. Промежуточная КС используется для очистки газа от пыли и его компримирования.

1.2. Причины и последствия вибраций газовых трубопроводов на компрессорных станциях

Предприятия нефтяной и газовой промышленности широко применяют компрессорные установки. При эксплуатации действующих компрессорных установок выявлен ряд существенных недостатков в их работе из-за наличия пульсаций газа, вибраций трубопроводов и нагнетательных установок [11, 51].

Основным источником вибраций трубопроводов на компрессорных станциях в большинстве случаев является пульсирующий поток газа. При одновременной асинхронной работе нескольких компрессоров часто возникают мгновенные высокие давления на выходе компрессорных цилиндров. Высокие давления возникают в трубопроводах при наличии крутых углов поворота трубопроводов с пульсирующим потоком [31].

Пульсация давления газа снижает пропускную способность трубопровода, что уменьшает производительность компрессорных установок. Пульсации газа в нагнетательном трубопроводе могут привести к увеличению расхода мощности агрегата. Это объясняется образованием стоячих волн, что вызывает увеличение среднего давления в момент выброса очередной порции газа из цилиндра компрессора. Возникающая при этом неравномерная работа клапанов приводит к ускоренному их износу [31].

Стоячие волны создаются при отражении периодических импульсов газа от переходов, отводов, тройников, колен и т. п. Эти импульсы являются особенно опасными в условиях акустического резонанса, когда число импульсов от компрессора в секунду находится в таком соотношении с длиной участка трубопровода между компрессором и плоскостью отражения, что на нем укладывается целое число четвертей длины волны давления.

Пульсации давления газа в трубопроводе приводят к преждевременному износу контрольно-измерительной аппаратуры и нарушению точности ее показаний. Погрешность показаний расходомеров, как и манометров, нередко достигает 20%. [41]

Вибрации возникают также в закрытых с обоих концов секциях трубопровода (коллекторы всасывания и нагнетания, закрытые емкости, аппараты и др.). Фаза вектора силы у одного конца подобного объекта может совпадать или не совпадать с фазой вектора силы на противоположном конце. Результирующая совпадающих по фазе сил периодически увеличивает напряжение в теле аппарата, коллектора. Результирующая не совпадающих по фазе сил, вызывает вибрацию объекта и присоединенного трубопровода.

Наиболее интенсивная вибрация возникает при совпадении собственной частоты механической системы с частотой одной из гармонических составляющих пульсации давления.

Вибрация трубопроводов может привести к разбалтыванию соединений, разрушению изоляционных покрытий, усталостному разрушению трубопровода и к авариям с тяжелыми последствиями. Особо опасны вибрации при компримировании токсичных и взрывоопасных газов. Вот почему новыми правилами безопасной эксплуатации компрессоров и техническими условиями на их ремонт предусмотрен периодический контроль колебаний, сопоставление с допускаемыми нормами и устранение повышенных вибрации.

Кроме основного источника вибраций - пульсирующего потока газа или жидкости возможны и другие причины высоких колебаний.[95]

Пульсация давления технологической среды, вызывающая вибрацию трубопроводов, обусловливается рядом причин. Наиболее частой причиной пульсации давления являются колебания технологической среды, возмущаемые работой поршневого или роторно-лопаточного агрегата нагнетателя. Причинами вибрации могут быть также автоколебания трубопроводной обвязки нагнетателей, возникающие при определенных условиях при прокачке технологической среды через неоднородности обвязки. Пульсация давления может возникать и в линейной части трубопроводов из-за турбулизации потока технологической среды на стенках труб и различных неоднородностях (отводах, трубопроводной арматуре и др.). Вибрация трубопроводов изменяет их напряженное состояние. В дополнение к действующим статическим нагрузкам (весовым, температурным, нагрузкам от внутреннего давления и монтажных натягов) при вибрации возникают циклические напряжения, величина которых определяется амплитудой виброперемещений и формой изгибных колебаний трубопровода. Современные программные средства расчета позволяют определять виброперемещения трубопроводов с учетом их реальных характеристик (геометрических размеров, условий закрепления на опорах, наличия сосредоточенных масс, конструкции стыков и др.) и на этой основе устанавливать допустимое значение амплитуды виброперемещений исходя из условия, что фактические напряжения не будут превышать предел выносливости материала трубопровода. Таким средством является, например универсальный программно-вычислительный комплекс ANSYS (США), разработанный на основе метода конечных элементов (МКЭ) и нашедший наиболее широкое распространение. Могут применяться и другие коммерческие универсальные МКЭ-программы (ABAQUS, LS-DYNA, MARC и др.). [12, 23, 100]

В результате пульсации газа под давлением в нагнетательном трубопроводе разрушаются противокоррозионные покрытия, так как при этом происходят периодические изменения длины его окружности.

Иногда вибрация трубопроводов достигает значительных величин. Частота вибрации зависит от давления газа, частоты пульсирующего потока, типа опор трубопровода, расстояния между ними, жесткости трубопровода, его веса и многих других факторов.

Вибрации трубопроводов наблюдаются в большей или меньшей степени почти у всех поршневых нагнетательных установок даже в тех случаях, когда колебания самих компрессоров снижены до безопасных пределов.

Колебания трубопроводов могут быть периодическими и затухающими. В первом случае каждое значение колеблющейся величины повторяется неограниченное число раз через одинаковые промежутки времени. Во втором случае колебания постепенно уменьшаются (затухают) и стремятся к нулю. [41]

Пульсации газа оказывают прямое влияние на прочность компрессоров, присоединенных к ним конструкций и оборудования: газоочистителей, теплообменников, змеевиков холодильников, строительных конструкций. Пульсации газа в ряде случаев приводят к возникновению недопустимых вибраций надземных трубопроводов.

Вибрации трубопроводов достигают значительных величин, являются серьезной помехой в работе компрессорных станций и служат причиной разрушения коммуникаций. Частота вибрации трубопроводов зависит от величины давления газа и частоты пульсирующего потока, типа опор и расстояния между ними, жесткости трубопровода, его веса и пр.

До настоящего времени радикальных методов гашения вибраций трубопроводов у нагнетательных установок не имеется, а мероприятия, проводимые на местах, как правило, осуществляются на ощупь, что не всегда приводит к ожидаемым результатам [3]. Актуальность задачи эффективного гашения вибраций трубопроводов на коммуникациях компрессорных станций значительно возрастает в связи с применением мощных быстроходных газомоторных компрессоров, получивших широкое распространение в ряде отраслей промышленности. В отличие от обычных вертикальных или горизонтальных поршневых компрессоров с электрическими и паровыми приводами угловые газомоторные агрегаты представляют собой сложные машины с кривошипно-шатунными механизмами мощностью до 2000 л.с. и скоростью вращения коленчатого вала до 500 об/мин. Вибрации компрессоров, присоединенных к ним трубопроводов и оборудования возникают почти во всех случаях, когда газ или воздух подвергается компрессии и транспортируется по трубам [35, 79].

Вследствие увеличения внутренних напряжений под действием дополнительной вибрационной нагрузки продолжительность эксплуатации газомоторных компрессоров и присоединенных к ним конструкций и оборудования значительно сокращается. В связи с тем, что вибрации распространяются через поддерживающие конструкции и грунт, они могут быть также вредны для механизмов и сооружений, расположенных даже на значительном расстоянии от источника колебаний (иногда до 500 *м).*

Вибрации трубопроводов наблюдаются в большей или меньшей степени почти у всех поршневых нагнетательных установок даже в тех случаях, когда колебания самих компрессоров снижены до безопасных пределов.[1]

При транспортировании газа поршневыми нагнетательными установками происходят динамические явления, обусловленные возвратно-поступательным движением масс в цилиндрах этих машин и соответственно непрерывным изменением расхода транспортируемого продукта. Быстрые периодические изменения расхода сопровождаются соответствующими изменениями давления, которые носят название пульсаций давления газа. Пульсация давления распространяется по трубопроводам со скоростью звука. Энергия пульсаций потока газа вследствие взаимодействия между газом и трубой может вызвать механические колебания трубопроводов, связанного с ними оборудования и опорных конструкций, собственная частота которых близка к частотам пульсаций давления.

На прямолинейном участке трубопровода пульсация давления газа распределяется равномерно по периметру трубы, поэтому там не могут возникнуть значительные силы, способные возбудить колебания трубопровода. Такие колебания возможны лишь при условии резонанса, когда даже небольшие усилия, вызванные, например, шероховатостью или овальностью поперечного сечения трубы, могут возбудить значительные колебания трубопровода.

Сложность формы волны пульсаций давления, возникающей в результате несинхронной работы ряда машин, разветвленность системы трубопроводов и связанного с ними оборудования приводят к большой вероятности появления на компрессорных станциях собственных частот колебаний, близких к колебаниям резонансного характера. Вибрации трубопроводов под действием пульсирующего потока возникают в результате потери скоростного напора. Если по трубе проходит равномерный поток, то потеря скоростного напора выражается формулой

$$\xi \frac{v^2}{2g},$$

где v - скорость потока; g-ускорение силы тяжести; ξ - коэффициент местного сопротивления. [41]

Расчет вибраций трубопроводов необходим для обеспечения надежности работы проектируемой системы. Для проведения такого расчета требуется установить величину и характер действия всех возмущающих сил [106]:

а) пульсирующего потока газа на стенки трубопроводов и аппаратов в местах изменения проходного сечения или направления потока газа;

б) неуравновешенных сил в компрессорах, двигателях и других машинах, которые непосредственно передаются на трубопроводную систему или воздействуют на нее через грунт и фундаменты.

Для анализа системы и выбора конструкции следует выполнить также расчет собственных частот колебаний трубопроводов.

Сопоставляя полученные при расчете суммарные напряжения (учитывающие статические, динамические, температурные напряжения) с допускаемыми напряжениями для выбранного материала, можно сделать вывод о надежности системы.

Методики определения эксплуатационных расходов для выбора оптимальной конструкции трубопроводной системы должны учитывать влияние конструкции на расход энергии (по данным ряда авторов, это влияние может составлять 25-30%), а также на величину ремонтных затрат. Оптимальный вариант может быть получен путем сравнения капитальных и эксплуатационных затрат при различных вариантах, удовлетворяющих техническим требованиям к системе. [41]

1.3. Методы устранения вибраций трубопроводов

Вибрация трубопроводов в результате пульсации перекачиваемой по ним среды - довольно частое явление в нефтегазопромысловой практике. В результате возможны обрывы трубопроводов, потери перекачиваемого продукта, иногда и более серьезные осложнения. Кроме того, гидравлическое сопротивление в трубопроводах при пульсации среды значительно возрастает, что приводит к потере до 25% мощности перекачивающего агрегата.

Вибрация трубопроводов через жесткое соединение (без хороших компенсаторов) может разрушить компрессорный или насосный агрегат. Поэтому попытки ликвидировать вибрацию увеличением жесткости соединений в системе трубопровод - машина, как правило, существенно усугубляют последствия действия вибрации. Ликвидация источника возникновения - вот наиболее радикальный метод решения этой задачи.

Вибрация трубопроводов по характеру явления, его причинам, а, следовательно, и мерам ликвидации, существенно отличается от вибрации машин. Если вибрация перекачивающих агрегатов и их фундаментов в большинстве случаев происходит вследствие инерционных сил движущихся частей агрегата и может быть устранена чисто механическими методами, то вибрация трубопроводов происходит в результате как инерционных сил перекачиваемой среды (что менее существенно), так и вследствие пульсации давления в трубопроводе. Если частота вынужденных колебаний системы, обычно совпадающая с цикличностью работы машины, близка к частоте собственных колебаний системы трубопровода, то система входит в резонанс, в результате возникает интенсивная вибрация всасывающих и главным образом нагнетательных трубопроводов. Зона распространения вибрации обычно ограничивается системой обвязки насосной или компрессорной станции, после выхода на прямые участки трубопроводов пульсация давления среды быстро затухает.

Для выхода из опасной зоны резонанса и устранения вредных колебаний трубопроводов обычно достаточно изменить частоту возмущающей силы на 10-15%. Однако в некоторых случаях это выполнить невозможно. Кроме того, обвязка трубопроводов на станции представляет собой комплекс нескольких простых систем, поэтому изменение режима работы агрегата может вызвать резонанс других элементов обвязки. Таким образом, главным средством предупреждения вибрации является выбор размеров и формы трубопроводной обвязки, исключающей возможность появления резонанса системы.

При проектировании компрессорных и насосных станций необходимо проверить систему трубопроводной обвязки на вибрацию. Если появилась вибрация, необходимо исследовать систему трубопроводов, найти участок, на котором возникает вибрация, изменить его размеры и форму.

Во многих случаях этого бывает достаточно для снижения вибрации до допустимых пределов. В противном случае в систему трубопроводов включают специальные гасители пульсации - буферные емкости, резонансные или реактивные гасители пульсации и др.

Вибрация особенно сильно проявляется в местах резкого изменения направления трубопровода (острые углы). Плавное, даже многократное изменение направления движения потока значительных вибраций в трубопроводе не вызывает. [41]

Направление оси трубопровода изменяют только по плавным кривым при максимально возможном радиусе кривизны, т. е. предпочтение отдают гнутым трубам с большим радиусом изгиба перед крутоизогнутыми коленами и угольниками. Для гашения вибраций трубопроводов, возникших от неуравновешенных сил инерции машин, устанавливают дополнительные опоры, специальные амортизаторы и неподвижные опоры. Расстояния между опорами выбирают так, чтобы частота собственного колебания каждого пролета была в 1,5-2,5 раза больше наивысшей возмущающей частоты работы машины или пульсирующего потока. При применении общих опор расстояния между ними устанавливают по трубопроводу меньшего диаметра.

Трубопроводы, примыкающие к машине, крепят к основному массиву фундамента. Трубопроводы, подверженные вибрации, не следует крепить жестко к конструкциям здания. В случае же необходимости обычно предусматривают компенсирующие устройства. Дополнительные крепления и опоры трубопроводов не должны также препятствовать свободному перемещению трубопровода при температурном расширении. [105]

Для предотвращения вибраций трубопровода следует предусматривать достаточное число опор. Если вибрация происходит вследствие акустических колебаний газа, для ее снижения необходимо устанавливать буферные емкости соответствующего объема рядом с фланцами цилиндров на всасывающей и нагнетательной линиях или другие элементы, снижающие пульсацию в системе.

В тех системах, где ожидается образование конденсата, предусматривают устройства для его отделения и сброса. Особое внимание обращают на устранение возможности попадания конденсата в цилиндры, так как это может способствовать возникновению гидравлического удара, аварий компрессора или взносам деталей.

На нагнетательной линии каждой ступени сжатия устанавливают предохранительный клапан, который должен быть отрегулирован так, чтобы давление у нагнетательного фланца цилиндра не превышало максимально допустимого рабочего давления в цилиндре.

Если в газе содержатся твердые частицы, на линии всасывания следует установить фильтр, а на всасывающих трубах у каждой ступени по возможности ближе к фланцу компрессора - сетчатые фильтры. [9]

1.4. Гидратообразование в газопроводах

Полная или частичная закупорка газопровода в процессе эксплуатации может произойти по следующим причинам [26]:

а) попадания в газопровод строительного мусора, земли, кусков дерева и других предметов, по недосмотру оставленных в газопроводе после строительства или ремонта;

6) попадания и накопления мелких частиц породы, выносимой из газовых скважин, проскочивших через промысловые газосепараторы и пылеуловители, а также окалины и мелких кусочков металла, оставшихся на внутренних стенках труб; эти частицы, двигаясь с потоком газа, постепенно оседают в пониженных местах и на поворотах и уменьшают сечение трубы;

в) образования ледяных пробок вследствие замерзания скопившейся в низких местах воды, попавшей в газопровод при строительстве или вынесенной из газовых скважин; при понижении температуры газа в газопроводе имеющаяся в газе влага может конденсироваться, что также способствует образованию ледяных пробок;

г) выпадения газового конденсата при перекачке природного, искусственного или попутного нефтяного газа;

д) отложения кристаллогидратов, образующихся при наличии влаги в газе при определенных давлении и температуре.

При полной или частичной закупорке газопровода образуется перепад давления газа, величина которого, т. е. разность давлений до и после закупорки, зависит от величины образовавшейся пробки. Давление на выходе КС даже при образовании небольшой закупорки начинает повышаться, а сразу же после пробки резко падает, и на всем последующем участке газопровода устанавливается пониженное давление [26].

Наличие загрязнений в газопроводе должно определяться путем систематического наблюдения за перепадами давления газа и сверки этих перепадов с расчетными. Наиболее часто закупорки газопровода происходят в зимний период в связи с образованием гидратных пробок. Образование гидратов может иметь место на всех газопроводах, за исключением транспортирующих газ с точкой росы паров воды ниже минимальной рабочей температуры. Гидраты углеводородных газов являются неустойчивыми соединениями углеводородов с водой и представляют собой белые кристаллы, внешне похожие на снег или лед. Они состоят из одной или нескольких молекул газа (метана, пропана, углекислого газа и др.) и воды.

1.4.1. Условия образования гидратов

Газ, поступающий из скважин, содержит влагу в жидкой и паровой фазе. Жидкая фаза извлекается сепараторами различной конструкции. С помощью установок осушки газа на головных сооружениях снижается содержание паров воды. При низком качестве осушки газа в газопроводе конденсируется влага и образуются кристаллогидраты, в результате чего снижается его пропускная способность. Максимальное содержание влаги в газе (в г на 1 м^3 сухого газа) приближенно определяют по графику (рис. 1.3). Из графиков видно, сто при более тяжелом газе для образования гидратов требуется значительно меньшее давление при одной и той же температуре.

Основными факторами, определяющими условия образования гидратов, являются состав газа, его давление, температура, насыщенность газа парами воды. К технологическим факторам, влияющим на образование гидратов, относят:

а) недостаточно тщательные продувки газопровода перед пуском;

б) отсутствие конденсатосборников и продувочных патрубков в пониженных местах газопровода или нерегулярное удаление из них скапливающейся жидкости;

в) недостаточную очистку газа до подачи его в магистральный газопровод.

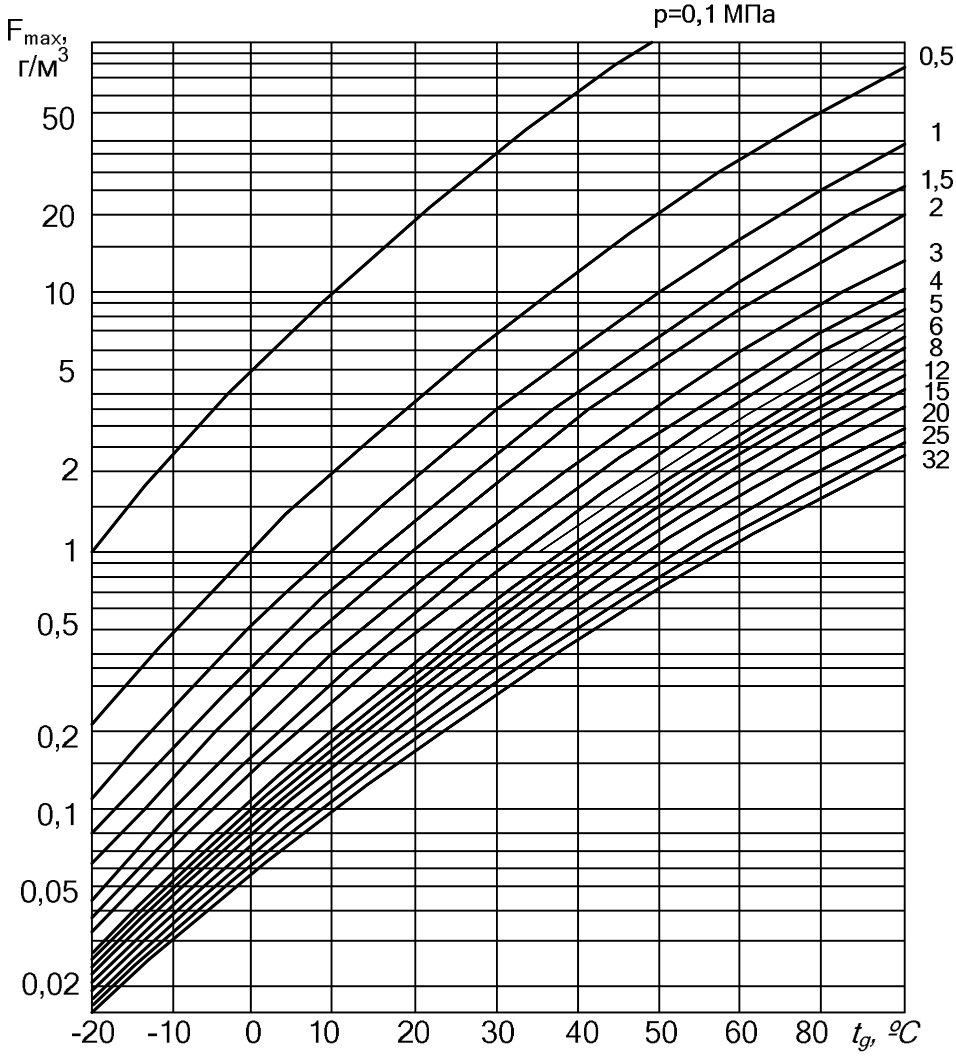


Рис. 1.3. **Зависимость максимального содержания влаги от в газе (при полном насыщении) от давления *p* и температуры t_g газа**

Кроме основных условий образования гидратов, существуют побочные: турбулентность движения газа, пульсации, наблюдающиеся при работе двигателей, резкие повороты линейной части МГ, сужения трубы и другие факторы, приводящие к перемешиванию газового потока.

1.4.2. Определение зон гидратообразования

Очень важно знать места возможного гидратообразовашш в газопроводе, чтобы своевременно предупредить или ликвидировать гидратные пробки. Для обнаружения зон гидратообразовашш и своевременного предотвращения его необходимо знать состав транспортируемого газа, его плотность, изменение температуры и давления в газопроводе и влажность подаваемого в него газа. По составу, давлению и температуре газа определяются условия образования гидратов, а по влагосодержанию - возможность образования гидратов в данных условиях.

Зоны возможного гидратообразования определяются путем анализа графика с наложением графиков давления и температуры в газопроводе и температуры образования гидратов.

Максимальное содержание влаги (при полном насыщении) зависит от состава газа, возрастая с увеличением содержания тяжелых углеводородов, сероводорода и углекислого газа и снижаясь с повышением содержания азота.

Условия образования гидратов природных газов с различной относительной плотностью можно определить по графику (рис. 1.4), на котором слева от каждой линии находится зона с гидратами, справа - зона без гидратов. Присутствие азота, сероводорода и углекислого газа повышает температуру гидратообразования [49]. Зону возможного гидратообразования в газопроводе длиной L находят следующим образом. Определяют температуру газа t_g, давление р, температуру гидратообразования t_{go} и точку росы. Полученные значения наносят на график (рис. 1.5). Участок, на котором температура газа ниже кривой гидратообразования, представляет собой зону возможного гидратообразования (на рис. 1.5 заштрихована).

Точка росы определяется обычно путем охлаждения газа до температуры конденсации водяных паров. Гидраты, образующиеся в скважинах, шлейфах, газопроводах или аппаратах, разрушаются при снижении давления или увеличении температуры в системе в том месте, где произошло образование гидратов, а также при вводе метилового, этилового и пропилового спиртов, гликолей диэтиленгликоля (ДЭГ), триэтиленгликоля (ТЭГ), аммиака и хлористого кальция. Аммиак применяют редко, так как он реагирует с углекислым газом, который содержится в природном газе, и образует осадок углекислого аммония, забивающего запорную арматуру [33, 72].

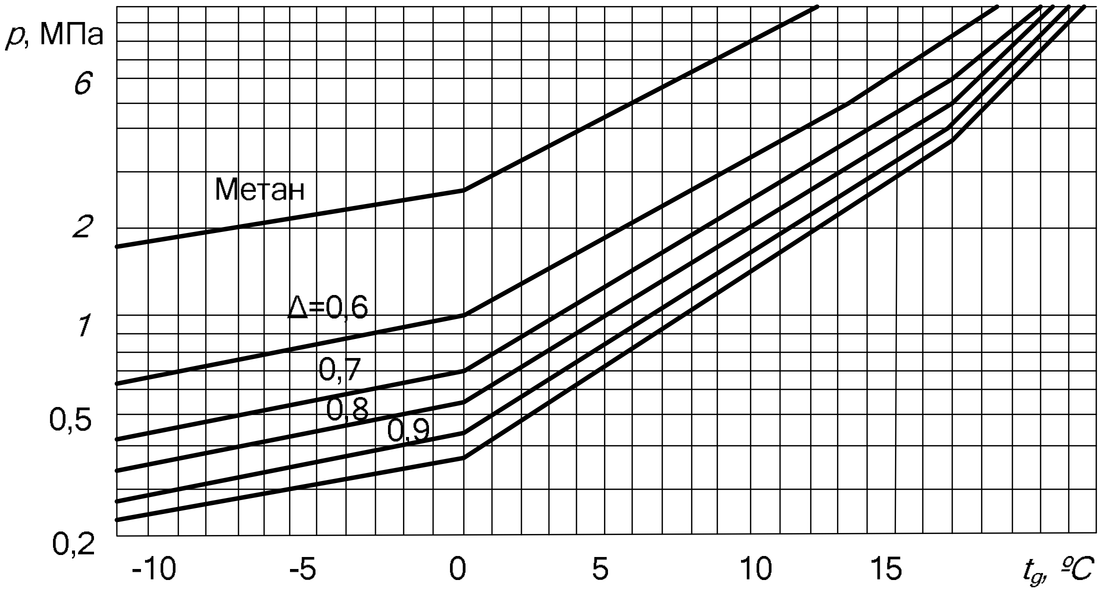


Рис. 1.4. **График гидратообразования для природных газов с различной относительной плотностью**

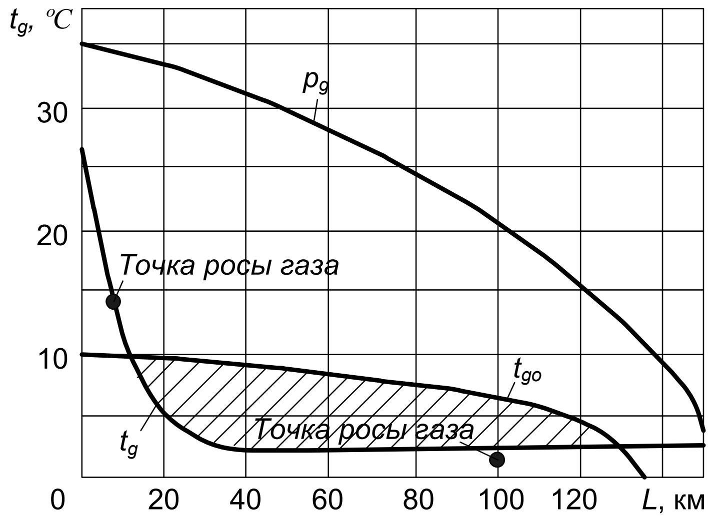


Рис. 1.5. **График изменения температуры и давления и зона образования гидратов в магистральном газопроводе**

Чаще всего в качестве ингибитора используют метанол, который легко растворяется в воде, снижает парциальное давление водяных паров раствора и способствует дополнительному переходу водяных паров из газа в раствор, дополнительно осушая, таким образом, газ [32].

1.4.3. Предупреждение образования гидратных пробок

На магистральных газопроводах могут применяться следующие способы предупреждения образования гидратов [85]:

а) поддержание температуры газа выше температуры образования гидратов (предварительный подогрев газа);

б) снижение давления газа в газопроводе ниже равновесного давления образования гидратов;

в) ввод в газопровод веществ, препятствующих гидратообразованию;

г) осушка газа перед подачей его в газопровод.

Подогрев на МГ практически не используется, так как при этом разрушается изоляция, возникают термические напряжения в теле трубы. Применение открытого огня на газопроводе высокого давления опасно. Применяется он на подземных хранилищах газа и небольших ГРС. В качестве подогревателей используют паровые теплообменники различных конструкций. Снижение давления при образовании гидратной пробки приводит к разложению гидрата. Давление снижают следующим образом. Отключают участок газопровода, в котором образовалась пробка, и через продувочные свечи с обеих сторон пробки сбрасывают из него газ в атмосферу. Сбрасывать газ нужно постепенно, не допуская хотя бы незначительного перепада. Для этого на обводах кранов устанавливаются манометры, и между кранами создается надежная связь.

Ранее применялось одностороннее стравливание газа между одним, из кранов и гидратной пробкой. Однако такой метод рекомендован быть не может, так как имелись случаи, когда одностороннее давление газа с силой сдвигало пробку, и получался гидравлический удар, приводивший к повреждению крана. Снижение давления дает положительный эффект при ликвидации гидратной пробки, образовавшейся при положительных температурах. При отрицательных температурах этот метод не дает результата.

Чаще всего с гидратообразованием борются с помощью ингибиторов. В качестве ингибиторов могут применяться метиловый спирт (метанол), раствор

ДЭГ, ТЭГ и раствор хлористого кальция. Ингибиторы, введенные в поток природного газа, частично поглощают водяные пары и переводят их в раствор, не образующий гидратов или же образующий их при более низких температурах.

1.5. Моделирование процессов гидратообразования при течении влажного газа в газопроводах

1.5.1. Уравнения для расчета осесимметричного течения газожидкостной смеси в дисперсно-кольцевом режиме

Рассматривается осесимметричное течение газожидкостной смеси в дисперсно-кольцевом режиме в круглом канале диаметром $D=2R$ площадью поперечного сечения S с малым расширением и малой кривизной [77]. Так как расширение канала мало, то скорости составляющих смеси в любой точке сечения практически параллельны. В этом случае составляющие скоростей, перпендикулярные оси канала, а также поперечные составляющие ускорений будут малы по сравнению с составляющими, параллельными оси канала. Поэтому можно не учитывать отличие скоростей от их осевых составляющих. Также пренебрегаем энергией пульсационных движений, в том числе и при турбулентном режиме течения, а также пренебрегаем поперечным градиентом давления и считаем, что в любом сечении канала давление p однородно по сечению, одинаково в фазах и является функцией только осевой координаты z. Ядро потока будем рассматривать как монодисперсную газовзвесь, состоящую из несущей газовой фазы и жидкой фазы в виде капель, а пленку – как отдельную фазу, состоящую только из жидкости.

Везде параметры, относящиеся к газу, к каплям и жидкой пленке, будут иметь индексы 1, 2 и 3. Принимается, что газокапельное ядро потока занимает цилиндрическую область радиусом $R-\delta$, а пленка жидкости – кольцевую область $R-\delta<r<R$, где δ – среднегеометрическая толщина пленки. Смесь газа и капель в ядре потока занимает часть площади поперечного сечения канала, равную $S_c=S_1=S_2$. Рассматриваемый поток характеризуется следующими переменными:

$v_i, T_i, i=1,2,3$ – скорости и температуры фаз;

$\rho_i^0, \alpha_i, i=1,2,3$ – плотности и объемные концентрации;

$$\rho_2^0 = \rho_3^0 = \rho_l^0; S_f = S_3; S_1 = S_2 = S_c; S_c + S_f = S;$$

$$\rho_i = \alpha_i \rho_i^0; \rho_c = \rho_1 + \rho_2; \alpha_1 + \alpha_2 = 1; \alpha_3 = 1;$$

Анализ экспериментальных данных по распределению концентраций и скоростей составляющих смеси по сечению ядра потока [97, 137] показывает, что при турбулентном движении газовой фазы в ядре распределения можно представить в виде степенных функций:

$$\frac{\alpha_i(r) - \alpha_i^S}{\alpha_i^0 - \alpha_i^S} = \left(1 - \frac{r}{R_c}\right)^{\theta_i}, \frac{v_i(r) - v_i^S}{v_i^0 - v_i^S} = \left(1 - \frac{r}{R_c}\right)^{v_i}, i = 1,2; R_c = R - \delta ,$$

где верхние индексы s и 0 соответствуют осредненным значениям переменных на поверхности пленки и на оси канала.

Распределение температур составляющих смеси по сечению ядра потока также подчиняется степенному закону

$$\frac{T_i(r) - T_i^S}{T_i^0 - T_i^S} = \left(1 - \frac{r}{R_c}\right)^{\theta_i}, i = 1,2 .$$

На границах пленки со стенкой канала и ядром потока действуют касательные напряжения, определяющие силы:

$$F_w = 2\pi R \tau_w, F_{13} = 2\pi\left(R - \delta\right)\tau_{13} .$$

Профиль скорости задается в виде заранее определенного вида зависимости $v_3(r)$, ставя их в соответствие осредненным величинам:

$$v_3 = \frac{1}{S_3}\int_{S_3} v_3(r)\,ds, m_3 = \frac{1}{S_3}\int_{S_3} \rho_l^0 v_3(r)\,ds$$

или

$$v_3 = \frac{1}{\delta}\int_{R-\delta}^{R} v_3(r)\,dr, m_3 = 2\pi R\delta\rho_l^0 v_3 .$$

Расход жидкости в пленке и ее средняя толщина являются измеряемыми величинами, причем расход определяет число Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_3 = \frac{m_3}{2\pi R \mu_l} .$$

Если выделить кольцевой слой жидкости в пленке между радиусами $R_c = R - \delta$ и $r < R$,то уравнение импульса для этого слоя имеет вид:

$$\pi\left(r^2 - R_c^2\right)\left[\rho_l^0\left(g_z - \tilde{a}\right) - \frac{dp}{dz}\right] + 2\pi\left(\tau_{13}R_c - r\tau\left(r\right)\right) = 0,$$

где $\tilde{a}$ - среднее ускорение частиц жидкости в рассматриваемом кольцевом слое.

При анализе пленочных течений выделяются два предельных случая:

1) течение с постоянным сдвиговым напряжением под действием газового ядра

$$\tau\left(r\right) = \tau_{13} = \tau_w;$$

2) свободное стекание пленки под действием только сил тяжести, когда мало влияние газового ядра, сил инерции, а давление по потоку не меняется:

$$\tau_w = \rho_l^0 g_z \delta; \tau_{13} = 0, \tilde{a} = 0, \frac{dp}{dz} = 0.$$

Для ламинарного режима тонких пленок ($\frac{\delta}{R} << 1$,Re_3<<300 – 400) из уравнений вязкой жидкости

$$\mu_l \frac{\partial v_3}{\partial r} = \tau$$

для двух предельных случаев можно получить соответственно следующие распределения:

1) $v_3\left(r\right) = 2v_3\bar{y}, \quad \bar{y} = \dfrac{R - r}{\delta}; \tau = \tau_{13} = \tau_w \dfrac{2v_3\mu_l}{\delta};$

2) $v_3\left(r\right) = 3v_3\left(\bar{y} - \dfrac{1}{2}\bar{y}^2\right), \quad \bar{y} = 1: \tau = \tau_{13} = 0; \quad \bar{y} = 0: \tau = \tau_w = \dfrac{3v_3\mu_l}{\delta}.$

При ламинарном течении с фиксированным сдвигом неравномерность распределения скорости жидкости в пленке наибольшая и имеем $v_3^S = 2v_3$.

При турбулентном режиме пленки, который реализуется при $\mathrm{Re}_3 > 400$, основное сопротивление трения и основное сопротивление передаче тепла определяются ламинарным подслоем и буферной областью, локализованными в узкой зоне толщиной δ_*. у стенки. Малая толщина этой зоны ($\delta_* << \delta$) приводит к тому, что отличия и особенности в турбулентных пульсациях, которые реализуются вне указанной зоны, не сказываются на характере течения в ламинарном подслое и буферной зоне $R-\delta_* \le r \le R$. Поэтому профили распределения скорости и температуры жидкости по сечению этой зоны аналогичны тем, которые имеют место при течении однофазной жидкости во всем канале [97]. Продолжение их на всю толщину пленки не приводит к существенным ошибкам, так как помимо уже сказанного в основном объеме турбулентной пленки вне вязкого подслоя и буферной зоны перепады скоростей и температур невелики и слабо чувствительны к способу их аппроксимации.

Для турбулентного режимов течения в пленке также принимается степенная аппроксимация профиля скорости и температуры:

$$v_3(r) = v_3^S \bar{y}^{\nu_3}, \quad T_3(r) - T_w = \left(T_3^S - T_w\right)\bar{y}^{\theta_3}.$$

Для этих распределений, учитывая $\dfrac{\delta}{R} << 1$, можно связать значения скорости и температуры на границе пленка – ядро с их среднемассовыми и среднерасходными значениями в пленке:

$$\frac{v_3^S}{v_3} = 1 + \nu_3, \quad \frac{T_3^S - T_w}{T_3 - T_w} = 1 + \theta_3.$$

Для степенных распределений в ядре потока имеем соотношения, связывающие параметры фаз на границе с пленкой и на оси канала с соответствующими средними значениями:

$$\frac{v_i - v_i^S}{v_i^0 - v_i^S} = \frac{1}{(1+\nu_i)(1+0.5\nu_i)}, \quad \frac{T_i - T_i^S}{T_i^0 - T_i^S} = \frac{1}{(1+\theta_i)(1+0.5\theta_i)}.$$

Исходя из предположения о том, что осредненное течение и процессы переноса в пленке аналогичны этим процессам в пристенной области эквивалентного однофазного установившегося потока жидкости во всем канале, можно вывести соотношения для коэффициентов сопротивления и теплообмена между пленкой и стенкой канала в зависимости от средних параметров пленки [97].

Пристенной жидкой пленке с расходом $m_3 = 2\pi R\delta\rho_3^0 v_3$ ставится в соответствие эквивалентный однофазный поток той же жидкости, занимающий все сечения канала и реализующий в пристенном кольцевом слое толщиной δ тот же расход m_3 и тот же перепад температур. При этом предполагается, что распределение скоростей и температур в эквивалентном потоке экстраполирует на все сечение канала степенные распределения скоростей и температур в пленке:

$$v_l(r) = v_3^0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{v_3},$$

где v_l^0 - значения скорости эквивалентного однофазного потока на оси канала.

Тогда

$$v_l = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r v_l(r) dr = \frac{2}{2+v_3} \left(\frac{\delta}{R}\right)^{-v_3} v_3, \; v_l^0 = v_3 \frac{\left(\frac{\delta}{R}\right)^{-v_3}}{1+v_3}.$$

Силу трения между пленкой и стенкой канала представим в виде

$$F_w = 2\pi R \tau_w, \quad \tau_w = C_w \frac{\rho_l^0 v_3^2}{2}$$

где C_w – коэффициент трения между пленкой и стенкой канала.

В ламинарной осесимметричной пленке касательное (сдвиговое) напряжение равно

$$\tau(r) = \mu_l \frac{\partial v_3}{\partial r}.$$

Тогда из закона распределения скоростей получим

$$C_w = \frac{4}{\mathrm{Re}_3} \text{ для } \mathrm{Re}_3 < 400.$$

Для турбулентной пленки в соответствии с принятой аналогией трения в пленке и в эквивалентном однофазном потоке касательное напряжение на поверхности гладкой трубы определяется формулой Блаузиуса [90], которой соответствует степенной закон распределения скорости с показателем $v_3 = \dfrac{1}{7}$:

$$\tau_w = C_{wl} \frac{\rho_l^0 v_l^2}{2}, \quad 4C_{wl} = \frac{0.316}{\mathrm{Re}_l^{0.25}} \text{ и}$$

$$v_l = v_3 \frac{14}{15}\left(\frac{\delta}{R}\right)^{-\frac{1}{7}}, \quad C_w = C_{wl}\frac{v_l^2}{v_3^2}, \quad \mathrm{Re}_l = 2\frac{R}{\delta}\frac{v_l}{v_3}\mathrm{Re}_3 .$$

В результате получим «приведенный» закон Блаузиуса для турбулентной пленки [97]:

$$C_w = \frac{0.0589}{\mathrm{Re}_3^{0.25}}, \mathrm{Re}_3 > 400 .$$

Данные зависимости удовлетворительно согласуются со значениями C_w, полученными по результатам измерений перепада давления на выделенном участке канала, расхода жидкости в пленке m_3 и ее среднегеометрической толщины в вертикальных восходящих гидродинамически стабилизированных газожидкостных потоках и пароводяных потоках высокого давления в необогреваемых каналах. Зная измеренные значения m_3 и перепада давления Δp, можно вычислить толщину пленки, приведенную к измеренному перепаду давления и закону Блаузиуса:

$$\delta = \frac{m_3}{\pi D v_3 \rho_l^0}, \quad v_3 = \sqrt{\frac{2F_w}{\pi D \rho_l^0 C_w}} .$$

Значения δ хорошо совпадают с измеренными средними толщинами турбулентных пленок, несмотря на сильно выраженные волновые осцилляции толщины пленки, приводящие к тому, что высота гребней в несколько раз превышает среднюю толщину пленки.

1.5.2. Многомерная модель течения влажного газа, учитывающая процесс отложения гидратов на стенках трубопровода

Существует большое количество публикаций, описывающих процесс образования гидратов при течении природного газа [21, 25]. В большинстве из них рассматривается одномерная картина течения газа. В реальных условиях параметры газа, в частности температура и влажность, изменяются по сечению канала. При транспортировке в холодных условиях предпосылки для образования гидратов прежде всего появляются на стенке трубы, где и происходит отложение конденсированных частиц. Поэтому является целесообразным рассмотреть многомерную структуру течения влажного газа, влияющую на процесс отложения гидратов на стенках.

Рассматриваются уравнения, описывающие движение вязкого теплопроводного газа без учета влияния сжимаемости. Содержащиеся в газе влага и гидраты являются равновесными с газом по скорости и температуре. Стационарные уравнения вязкого течения записываются в осесимметричной постановке

$$\begin{gathered}
(y\rho u)_x + (y\rho v)_y = 0,\\
(y\rho uu)_x + (y\rho uv)_y = -yp_x + (y\mu u_x)_x + (y\mu u_y)_y + y(\mu_x u_x + \mu_y v_x),\\
(y\rho uv)_x + (y\rho vv)_y = -yp_y + (y\mu v_x)_x + (y\mu v_y)_y + y\left(\mu_x u_y + \mu_y v_y - \mu\frac{v}{y^2}\right),\\
(yuT)_x + (yvT)_y = \left(y\frac{\mu}{\sigma_T}T_x\right)_x + \left(y\frac{\mu}{\sigma_T}T_y\right)_y,\\
(yuw)_x + (yvw)_y = \left(y\frac{\mu}{\sigma_w}w_x\right)_x + \left(y\frac{\mu}{\sigma_w}w_y\right)_y + J_w,\\
(yug)_x + (yvg)_y = \left(y\frac{\mu}{\sigma_g}g_x\right)_x + \left(y\frac{\mu}{\sigma_g}g_y\right)_y + J_g,\\
(yuK)_x + (yvK)_y = \left(y\frac{\mu}{\sigma_K}K_x\right)_x + \left(y\frac{\mu}{\sigma_K}K_y\right)_y + y\rho(B-\varepsilon),\\
(yu\varepsilon)_x + (yv\varepsilon)_y = \left(y\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon}\varepsilon_x\right)_x + \left(y\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon}\varepsilon_y\right)_y + \rho\varepsilon\frac{c_1B - c_2\varepsilon}{K},
\end{gathered} \tag{1.1}$$

где ρ – плотность газа; P – давление; u, v – составляющие вектора скорости на оси x, y; μ – коэффициент динамической вязкости; T – температура газа; w, g – содержание влаги и гидратов в потоке; $\sigma_T, \sigma_K, \sigma_\varepsilon, \sigma_{w,} \sigma_g$ – числа Прандтля и Шмидта; R_C – газовая постоянная смеси продуктов сгорания. Плотность ρ определяется из уравнения состояния $\rho = p/(R_C T)$.

Система уравнений движения рассматривается совместно с уравнениями переноса кинетической энергии K и скорости диссипации ε. Коэффициент вязкости μ определяется суммой $\mu = \mu_m + \mu_T$, где μ_m, μ_T – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, B, c_1, c_2, c_μ – коэффициенты, определённые в [86], $\mu_T = c_\mu \rho K^2/\varepsilon$.

Массовая скорость перехода воды в гидраты и скорость образования гидратов задается источниковыми членами J_w, J_g. Зависимость образования гидратов от абсолютного давления и температуры для газов различной относительной плотности (по воздуху) взяты из [43]. Возможность образования гидратов (при содержании в газе свободной воды, то есть при условии, что температура газа меньше температуры точки росы T_r и больше температуры фазового перехода T_f) увеличивается с повышением давления и понижением температуры газа [43]. Массовая скорость образования гидратов принимается пропорциональной разности температуры газа и температуры начала гидратообразования T_g:

$$
J_w = \begin{cases} -A_w w \dfrac{T_g - T}{T_g - T_f}, \\ 0 \quad | \quad T < T_g, T < T_r, T > T_f, \end{cases}
\qquad
J_g = \begin{cases} A_g w \dfrac{T_g - T}{T_g - T_f}, \\ 0 \quad | \quad T < T_g, T < T_r, T > T_f. \end{cases} \tag{1.2}
$$

На входе в трубу при $x = 0$ заданы начальные параметры потока $u^0 = G/\left(\pi R^2\right), v^0 = 0,\ T^0,\ w^0,\ g^0 = 0,\ K^0,\ \varepsilon^0$. На стенке трубы при $y = R$: для u, v, K, ε условия прилипания; для температуры

$$\lambda \frac{\partial T(x,R)}{\partial y} = \alpha_0 \left(T_0 - T(x,R)\right);\ \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \frac{\partial g}{\partial y} = m_g .$$

где λ, α - коэффициенты теплопроводности и теплоотдачи.

При $m_g < 0$ происходит отложение гидратов на стенку трубы. На выходной границе $x = L$ заданы «мягкие» условия, соответствующие равенству нулю вторых производных для всех переменных.

Система уравнений (1.1) решается с применением метода Патанкара SIMPLE [19, 102]. По этому методу величины u^{n+1}, v^{n+1} на $n+1$ итерации определяются через промежуточные значения u^*, v^*, полученные по значениям давления p^n на n-й итерации:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^* + A_u(\delta p_{i,j} - \delta p_{i-1,j}), \quad v_{i,j}^{n+1} = v_{i,j}^* + A_v(\delta p_{i,j} - \delta p_{i,j-1}) \ ,$$

где δp – поправка к давлению и $p^{n+1} = p^n + \delta p$, A_u, A_v – разностные коэффициенты [19].

1.5.3. Определение местоположения начала образования гидратов при двумерной и одномерной зависимости влагосодержания от длины трубы

Распределение содержания гидратов в газе по сечению и по длине трубы показано на рис. 1.6.

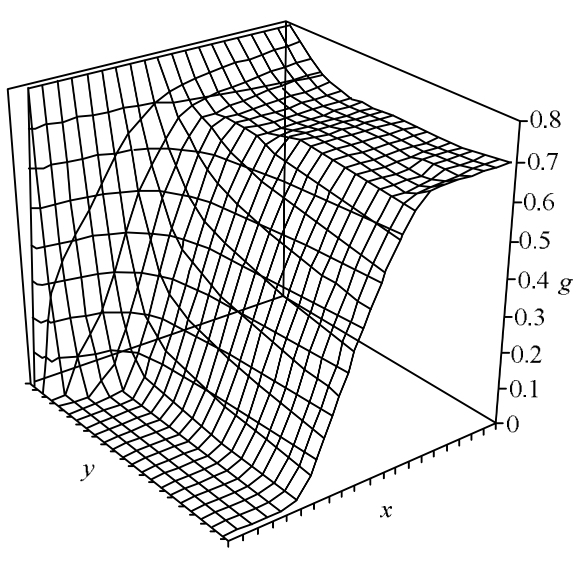


Рис. 1.6. **Рассчитанное распределение содержания гидратов**

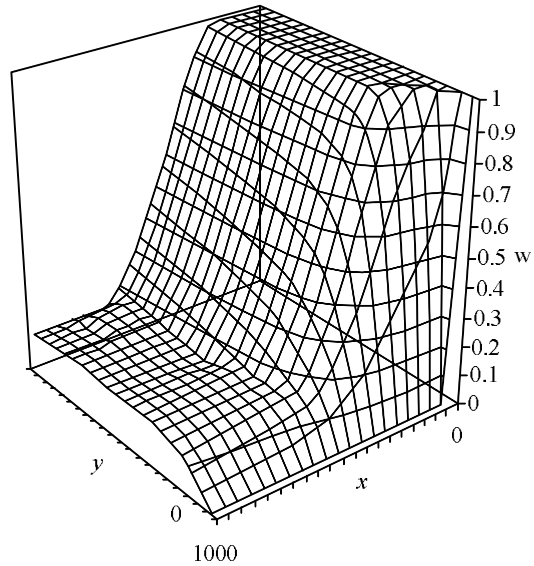


Рис. 1.7. **Распределение влагосодержания в трубе**

Рассматривается участок трубы при давлении на входе 50 атм. Характерной особенностью течения является существование условий для образования гидратов в пристенной области даже в начальном участке трубы. С увеличением расстояния зона образования гидратов расширяется и распространяется на все поперечное сечение трубы. Влажность газа, как это видно из рис. 1.7, снижается по мере связывания воды гидратами [91].

Изменение средних значений по сечению трубы содержания влаги и гидратов приведено на рис. 1.8. На рис. 1.8 также представлены зависимости $g(x)$, $w(x)$, полученные из одномерного расчета. Линия 1 соответствует осредненной двумерной зависимости

$$g(x) = \frac{2\int_0^R g(x,y)\,y\,dy}{R^2},$$

а линия 2 одномерной зависимости $g(x)$. Линии 3 и 4 соответствуют двумерной и одномерной зависимостям влагосодержания от длины трубы.

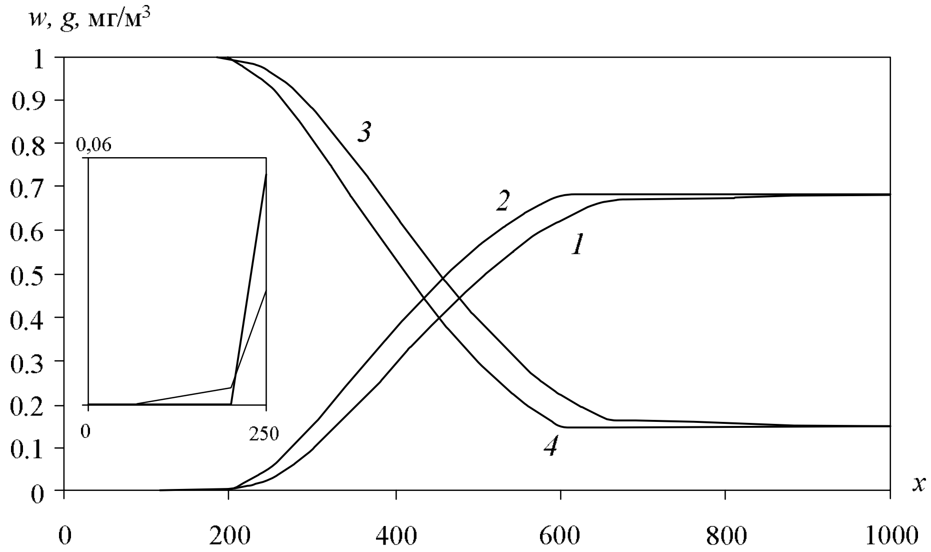


Рис. 1.8. **Изменение средних значений по сечению трубы содержания влаги и гидратов**

Из сравнения результатов одномерного и двумерных расчетов, следует, что образование гидратов начинается раньше с учетом двумерных эффектов. Врезка на рис. 1.8 соответствует начальному участку трубы.

Относительное отклонение одномерного расчета от осредненного двухмерного приведено на рис. 1.9.

Видим, что на переходном участке интенсивного гидратообразования величина отклонения является существенной величиной.

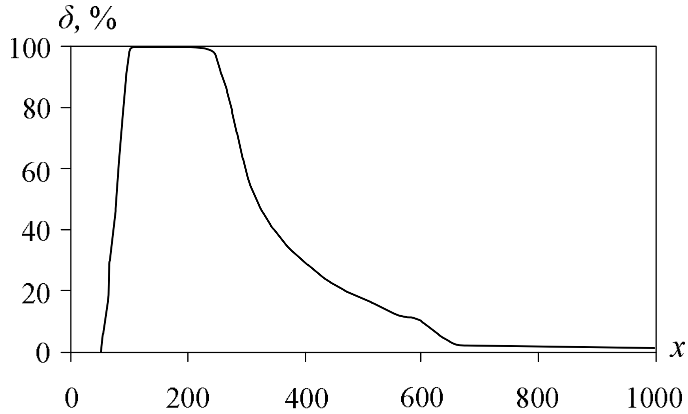


Рис. 1.9. **Отклонение результатов одномерного расчета содержания гидратов от двухмерного**

Распределение содержания гидратов в различных сечениях трубы при меньшей влажности (температура точки росы 6 ºC) показано на рис. 1.10.

Немонотонное распределение содержания гидратов по радиусу связано с выполнением условий образования гидратов (1.2) и с конвективно-диффузионным переносом влаги в природном газе.

Неоднородное распределение содержания гидратов по сечению трубы, полученное по результатам двумерных газодинамических расчетов существенно влияет на характер отложений гидратов на стенках трубы. В первую очередь гидраты образуются в непосредственной близости от стенки. Низкая скорость движения газа в ламинарном подслое и высокое содержание гидратов в газе способствует налипанию гидратов на стенку.

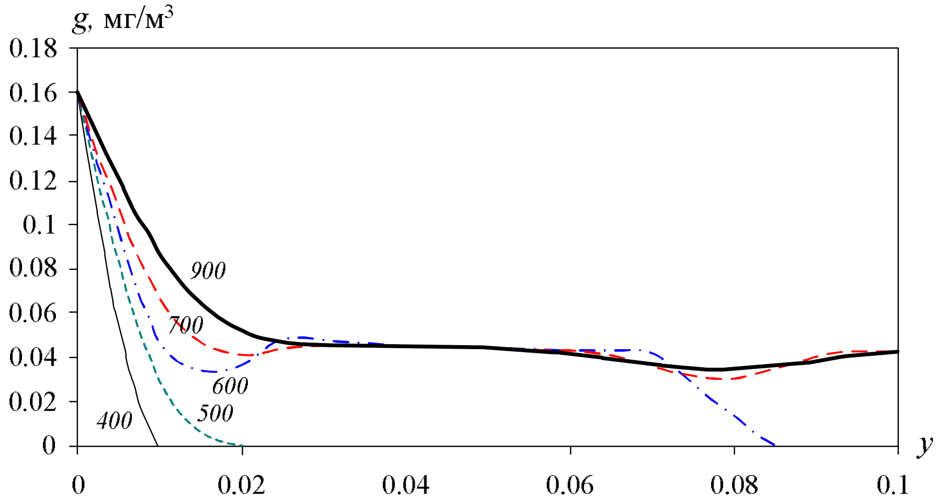


Рис. 1.10. **Распределение содержания гидратов в сечениях трубы при** ***x*** **= 400, 500, 600, 700, 900**

Анализ полученных результатов расчетов осесимметричного течения влажного природного газа с формированием условий гидратообразования показывает, что учет многомерных эффектов позволяет более детально определить место начала образования гидратов. Местоположение начала образования гидратов, установленное двумерным расчетом (рис. 1.6) существенно сдвинуто (примерно на 200 м) к началу трубы по сравнению с одномерным расчетом (рис. 1.8). С учетом неоднородного распределения гидратов по сечению каналов, требования к содержанию влаги или к температуре точки росы должны более обоснованными.

1.5.4. Решение уравнений течения смеси природного газа и дисперсных частиц в пространственно-криволинейных трубопроводах

Согласно результатам исследований гидраты углеводородов это белые кристаллические твердые вещества, похожие на снег, а при уплотнении похожие на лед [110]. Конденсированная фаза при течении природного газа кроме гидратов может содержать другие твердые примеси (окалина, песок и др.) Механическому воздействию при высокой скорости движения смеси газа и частиц могут подвергаться конструктивные элементы запорной и измерительной газовой аппаратуры. Оценку такого воздействия можно провести на основе решения уравнений движения двухфазной смеси в элементах газопровода.

Система уравнений, описывающая стационарное течение вязкого теплопроводного газа в произвольной системе координат имеет вид [25]:

$$\begin{gathered}\nabla\cdot(\rho\mathbf{V})=0,\\ \nabla\cdot(\rho\mathbf{V}\mathbf{V})+\nabla\cdot\mathbf{P}=0,\\ \rho\nabla\cdot(e\mathbf{V})+\mathbf{P}\cdot(\nabla\mathbf{V})+\nabla\cdot\mathbf{q}=0,\end{gathered}\tag{1.3}$$

где ρ – плотность газа; $\mathbf{V}$ – вектор скорости; e – удельная внутренняя энергия; $\mathbf{P}$ – тензор давления, связанный с давлением p и тензором вязких напряжений $\mathbf{S}$ соотношением: $\mathbf{P}=p\mathbf{I}+\mathbf{S}$. Тензор вязких напряжений определен как $\mathbf{S}=-\mu\left[\nabla\mathbf{V}+(\nabla\mathbf{V})^T\right]+\frac{2}{3}\mu(\nabla\cdot\mathbf{V})\mathbf{I}$. Здесь $\mathbf{I}$ – единичный тензор, μ – коэффициент динамической вязкости. Компоненты тензора $\mathbf{S}$ приведены во многих литературных источниках, например в [101]. Тепловой поток $\mathbf{q}$ определяется законом Фурье: $\mathbf{q}=-\lambda\nabla T$, где λ – коэффициент теплопроводности, T – температура. К системе уравнений (1.1) необходимо добавить уравнение состояния газа в виде $p=\rho RT$, где R – газовая постоянная. При расчете течений с невысокими скоростями (до значений числа Маха $M<0.3$) целесообразно считать течение несжимаемым. В этом случае в уравнениях (1.3) $\rho=\mathrm{const}$ и уравнение для энергии можно не рассматривать из-за незначительного изменения температуры потока.

Совместно с уравнениями (1.3) необходимо решать уравнение для турбулентной вязкости. Здесь применялась модель турбулентной вязкости А.Н. Секундова [108].

Уравнение для турбулентной вязкости имеет вид:

$$\rho\nabla\cdot(\nu_T\mathbf{V})=\nabla\cdot\left(\mu\nabla\nu_T\right)+\Gamma_T,\tag{1.4}$$

где ν_T – турбулентная вязкость, $\mu=\rho(\nu_T+\nu_0)$; Γ_T – член, описывающий генерацию и диссипацию турбулентной вязкости [108]; ν_0 – молекулярная вязкость.

Для расчета течения в криволинейных трубах необходимо решать задачу о течении в трехмерной постановке. Решение таких задач является достаточно сложным. Для оценки механического взаимодействия конденсированной фазы со стенками будем рассматривать двумерную постановку [56]. Систему уравнений (1.3), (1.4) можно записать в плоских либо цилиндрических координатах с осевой симметрией (x – продольная, r – поперечная координаты). Для искривленных областей течения плоскости x, r применялось преобразование координат, переводящее криволинейную границу расчетной области в прямоугольник. Разностная сетка строится с применением комплексного метода граничных элементов [50].

Для записи уравнений применялась криволинейная ортогональная система координат, ξ, η. Переменные ξ, η связаны с декартовыми координатами x, r следующим образом: $\xi = \xi(x,\ r),\ \eta = \eta(x,\ r)$. Компоненты метрического тензора равны $g_{11} = g_{22} = D$. Для случая ортогональных координат $x_\xi = r_\eta$, $x_\eta = -r_\xi$, $D = x_\xi^2 + r_\xi^2$.

Уравнения неразрывности, импульса и энергии в системе координат ξ, η имеют вид [20]:

$$\begin{gathered}
(Jr^\gamma \rho u)_\xi + (Jr^\gamma \rho v)_\eta = 0, \\
(Jr^\gamma \rho uu)_\xi + (Jr^\gamma \rho vu)_\eta + r^\gamma \rho vuJ_\eta - r^\gamma \rho vvJ_\xi = -Jr^\gamma p_\xi + JrA_1, \\
(Jr^\gamma \rho uv)_\xi + (Jr^\gamma \rho vv)_\eta + r^\gamma \rho vuJ_\xi - r^\gamma \rho vvJ_\eta = -Jr^\gamma p_\eta + JrA_2, \\
(Jr^\gamma \rho u(p+E))_\xi + (Jr^\gamma \rho v(p+E))_\eta = \Phi,
\end{gathered} \tag{1.5}$$

где $J = \sqrt{D}$; u, v – проекции вектора скорости $\mathbf{v}$ на оси ξ, η; $E = \rho\left(e + 0{,}5 \cdot V^2\right)$ – полная энергия; T – температура. Осесимметричному течению соответствует $\gamma = 1$, плоскому $\gamma = 0$. Коэффициенты в правых частях уравнений в системе координат ξ, η записывались следующим образом:

$$A_1 = D^{-1}(DP_{11})_\xi + D^{-1}(DP_{12})_\eta + P_{11}(r^{-\gamma} r_\xi - J^{-1}J_\xi) - P_{22}J^{-1}J_\xi + P_{12}r^{-\gamma}r_\eta - P_{33}r^\gamma r_\xi,$$

$$A_2 = D^{-1}(DP_{12})_\xi + D^{-1}(DP_{22})_\eta + P_{22}(r^{-\gamma} r_\eta - J^{-\gamma}J_\eta) - P_{11}J^{-\gamma}J_\xi + P_{12}r^{-\gamma}r_\xi - P_{33}r^{-\gamma} r_\eta,$$

$$\Phi = \left[r^\gamma \lambda T_\xi + Jr^\gamma (P_{11}u + P_{12}v \right]_\xi + \left[r^\gamma \lambda T_\eta + Jr^\gamma (P_{12}u + P_{22}v \right]_\eta,$$

$$P_{11} = \mu\left[2J^{-1}(u_\xi + J^{-1}J_\eta v) - \tfrac{2}{3}\, div\mathbf{V} \right],$$

$$P_{22} = \mu\left[2J^{-1}(v_\eta + J^{-1}J_\xi u) - \tfrac{2}{3}\,div\mathbf{V}\right],$$

$$P_{33} = \mu\left[2r^{-\gamma}(J^{-1}r_\xi u + J^{-1}r_\eta v) - \tfrac{2}{3}\,div\mathbf{V}\right],$$

$$P_{12} = \mu D^{-1}\left[\left(Ju\right)_\eta + \left(Ju\right)_\xi - 2\left(uJ_\eta + vJ_\xi\right)\right],$$

$$div\mathbf{V} = (r^\gamma D)^{-1}\left[(Jr^\gamma u)_\xi + (Jr^\gamma v)_\eta\right].$$

Коэффициенты Q_1, Q_2, Q_3 характеризуют обмен импульсами и энергией между фазами.

$$Q_1 = nc_s B_T(T - T_s) + B_u\left[u_s(u - u_s) + v_s(v - v_s)\right],$$

$$Q_2 = nB_u(u - u_s)\,,\;\; Q_3 = nB_u(v - v_s)\,.$$

Здесь индекс s принадлежит дисперсной фазе; G – массовая скорость испарения капель; c_s, ρ_l – теплоемкость и плотность вещества капель; n – число конденсированных частиц в единице объема; B_u, B_T – коэффициенты сопротивления и теплообмена между фазами.

Совместно с уравнениями (1.5) необходимо решать уравнение для турбулентной вязкости.

В плоскости x, r ортогональная разностная сетка строилась комплексным методом граничных элементов.

В основу решения системы уравнений (1.5) положен метод SIMPLE [102], разновидность которого, ориентированная на применение криволинейных координат, реализована в работах [19, 20].

Уравнения для дисперсной фазы также записывались в криволинейной системе координат:

$$\begin{gathered}
(Jr^\gamma nu_s)_\xi + (Jr^\gamma nv_s)_\eta = 0,\\
(Jr^\gamma \rho_s u_s u_s)_\xi + (Jr^\gamma \rho_s v_s u_s)_\eta + r^\gamma \rho_s v_s u_s J_\eta - r^\gamma \rho_s v_s v_s J_\xi = J^2 r^\gamma Q_2,\\
(Jr^\gamma \rho_s u_s v_s)_\xi + (Jr^\gamma \rho_s v_s v_s)_\eta + r^\gamma \rho_s v_s u_s J_\xi - r^\gamma \rho_s v_s v_s J_\eta = J^2 r^\gamma Q_3,\\
(Jr^\gamma \rho_s u_s E_s)_\xi + (Jr^\gamma \rho_s v_s E_s)_\eta = J^2 r^\gamma Q_1,\\
(Jr^\gamma n_s u_s)_\xi + (Jr^\gamma n_s v_s)_\eta = 0.
\end{gathered} \tag{1.6}$$

Коэффициенты сопротивления и теплообмена определяются по формулам [115]:

$$B_u = \frac{9\mu}{2\rho_l r_s^2} f,\ f = 1 + 0.25\sqrt{\mathrm{Re}} + 0.0117\,\mathrm{Re},\ \ \mathrm{Re} = \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_s| r_s \rho}{\mu}$$

$$B_T = \frac{B_u Nu c_p}{3\,\mathrm{Pr}\, c_s f},\ Nu = 2 + 0{,}459\,\mathrm{Re}^{0{,}55}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}.$$

На проницаемых границах фиксировались расход газовой и конденсированной фаз, энтальпии фаз и начальный размер частиц. На непроницаемых границах ставилось условие прилипания. На выходе из трубы течение дозвуковое и там задавалось давление. На оси симметрии – условия симметрии.

Изменение числа частиц n в единице объема определяется скоростным отставанием от газа (учет взаимодействия дисперсной и газовой фазы). Запишем уравнения переноса импульса и энергии

$$W_s \frac{d\mathbf{f}_s}{d\varsigma_s} = -\mathbf{C}_s \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_s, \tag{1.7}$$

где ς_s – координата в направлении s-й траектории; $W_s = \sqrt{(U_s)^2 + (V_s)^2}$; $U_s = u_s \xi_x + v_s \xi_r$; $V_s = u_s \eta_x + v_s \eta_r$; $\mathbf{f}_s = (u_s,\ v_s,\ T_s)$;

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} A_{1s} \\ A_{1s} \\ A_{1T} \end{bmatrix};\ \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} A_{1s} u + a_x g \\ A_{1s} v + a_y g \\ A_{1Ts} T \end{bmatrix}.$$

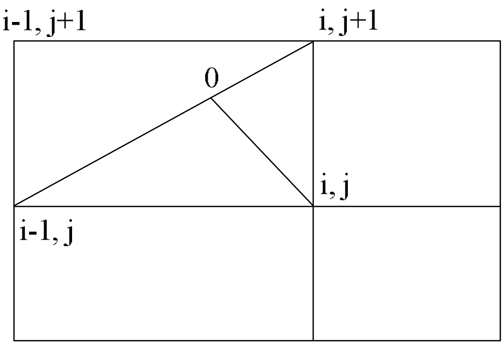


Рис. 1.11. **Схема интегрирования уравнений движения частиц**

Схема интегрирования системы уравнений (1.7) показана на рис. 1.11.

Интегрирование проводится по отрезку траектории частицы. Отрезок начинается на диагонали ячейки, содержащей узловую точку (i, j), в точке 0 с известными параметрами частиц, а заканчивается в узле (i, j), где параметры необходимо рассчитать. Для интегрирования применяется неявная схема Рунге-Кутта со вторым порядком аппроксимации

$$\mathbf{f}_{si,j} = \frac{\mathbf{f}_{s0} + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{B}_{si,j}}{2W_{si,j}}\left(1 + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{C}_{s0}}{W_{s0}}\right) + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{B}_{s0}}{2W_{s0}}}{1 + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{C}_{si,j}}{2W_{si,j}} + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{C}_{s0}}{2W_{s0}}\left(1 + \dfrac{\Delta\varsigma_s \mathbf{C}_{si,j}}{W_{si,j}}\right)}. \tag{1.8}$$

Индекс 0 соответствует началу отрезка траектории. Необходимые параметры φ_{s0} в точке 0 определяются по формуле

$$\varphi_{s0} = \frac{\alpha_{s,i+iu,j}\varphi_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i,j+jv}\varphi_{s,i,j+jv}}{\alpha_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i.j+jv}}$$

с использованием известных значений φ_s на концах диагонали. Значения $\alpha_s, \Delta\varsigma_s, iu, jv$ находятся по формулам:

$$\alpha_{s,i+iu,j} = \frac{1}{\Delta\xi_i}\left[\left(\frac{U}{W}\right)_{s,i,j} + \left(\frac{U}{W}\right)_{s,0}\right],$$

$$\alpha_{s,i,j+jv} = \frac{1}{\Delta\eta_j}\left[\left(\frac{V}{W}\right)_{s,i,j} + \left(\frac{V}{W}\right)_{s,0}\right],$$

$$\Delta\varsigma_s = \frac{2}{\alpha_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i,j+jv}},\ \Delta\xi_i = \xi_i - \xi_{i+iu},\ \Delta\eta_j = \eta_j - \eta_{j+jv},$$

$$iu = sign(-U_{s,i,j}), \quad jv = sign(-V_{s,i,j}).$$

Уравнение для $n_s(\xi,\eta)$ (1.6) решается по противопоточной схеме [102]. Разностный аналог уравнения (1.6) имеет вид:

$$a_{pi,j}N_{i,j} = a_{Wi,j}N_{i-1,j} + a_{Ei,j}N_{i+1,j} + a_{Si,j}N_{i,j-1} + a_{Ni,j}N_{i,j+1}, \tag{1.9}$$

где

$$a_{W_{i,j}} = \max[\delta\eta_j y_{i-1/2,j}D_{i-1/2,j}U_{i-1/2,j}, 0],\ a_{E_{i,j}} = \max[-\delta\eta_j y_{i+1/2,j}D_{i+1/2,j}U_{i+1/2,j}, 0],$$

$$a_{S_{i,j}} = \max[\delta\xi_i y_{i,j-1/2}D_{i,j-1/2}V_{i,j-1/2}, 0],\ a_{N_{i,j}} = \max[-\delta\xi_i y_{i,j+1/2}D_{i,j+1/2}V_{i,j+1/2}, 0],$$

$$a_{p_{i,j}} = a_{W_{i,j}} + a_{E_{i,j}} + a_{N_{i,j}} + a_{S_{i,j}}.$$

Граничные условия для системы уравнений (1.8).

Так как уравнения (1.8) записаны вдоль траекторий, являющихся характеристиками, то граничные условия ставятся лишь на участках границы, откуда частицы начинают свое движение. Здесь задаются начальные параметры частиц: u_{0s}, v_{0s} – начальные скорости частиц; T_{0s} - начальная температура частиц.

Для уравнения (1.6) применяется противопоточная схема, поэтому граничные условия для n_s задаются аналогично.

Таким образом, для решения уравнений, описывающих движение частиц, получена разностная схема, следящая за направлением течения. Для решения разностных уравнений применяется следующий двухуровневый итерационный процесс.

В качестве начального приближения для скоростей частиц берутся скорости газа. Далее в зависимости от характера течения имеются два варианта алгоритма решения данной задачи.

1-й вариант. В рассматриваемой области нет зон с возвратным (циркуляционным) течением. В этом случае реализуется маршевый по продольной координате алгоритм. Итерации по точкам проводятся по поперечной координате. В качестве $B_{si,j}$, $C_{si,j}$ сначала берутся значения B_{s0}, C_{s0}. Затем проводятся итерации по уточнению положения точки 0 на диагонали каждой ячейки и решаются уравнения (1.6). После этого решаются уравнения (1.7) по схеме (1.8) в каждой точке *i*, *j* и уточняются значения $B_{si,j}$, $C_{si,j}$. В этом варианте в памяти ЭВМ хранятся параметры частиц на слое *i* и на слое *i*-1.

2-й вариант. В расчетной области имеются зоны с возвратным течением. В этом случае итерации по точкам проводятся во всей расчетной области. Требования к памяти ЭВМ в этом варианте значительно выше, чем в первом варианте. Для достижения невязки по уравнению неразрывности $\sim 10^{-4}$ требуется всего около 15 глобальных итераций.

Изложенный численный метод позволяет рассчитывать поля скоростей газовой и дисперсной фаз, траектории движения частиц (из решения уравнений

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{V_s}{U_s}$$

при найденных U_s, V_s), массовый поток осаждающихся на стенки частиц G.

1.6. Снижение шума в газопроводах

Магистральные газопроводы относятся к опасным производственным объектам. Часть оборудования, например газоперекачивающие агрегаты (ГПА), являются не только источником потенциальной опасности, но и источником образования вредности. Следствием их работы является высокий уровень шума (90…130 дБ) аэродинамического и механического характера, создаваемый истечением рабочей среды в газовоздушных трактах всасывания и выхлопа, которые, с точки зрения акустики, представляют собой своеобразные волноводы, способные практически беспрепятственно транспортировать акустическую энергию [48, 65].

Теоретическими и экспериментальными исследованиями по снижению шума газотурбинных установок (ГТУ) занимались многие ученые: Занченко В.И., Леонтьев В.А., Кравчун П.А., Терехов А.Л., Юдин Е.А., Григорян Ф.И., Бэтчерлор Д., Рейнольдс А.Жд. и др. Разработанные ими теоретические положения, методики, способы и устройства позволяют снижать шум, возникающий при работе различных ГТУ.

Однако применительно к ГПА эти разработки не обеспечивают необходимую эффективность, так как ввиду многообразия конструкций агрегатов невозможно учесть всю совокупность влияющих на шумообразование факторов, таких как различия в геометрии каналов, нелинейность акустического взаимодействия и ряд других. Поэтому при создании и модернизации систем шумоглушения требуется проводить экспериментальные исследования, которые вследствие больших габаритов ГПА сложны, дорогостоящи и продолжительны по времени.

1.6.1. Источники шума в газоперекачивающих агрегатах

Источники шума ГПА по физической природе делятся на аэродинамические и механические [48].

Аэродинамические шумы порождаются неоднородностью потоков воздуха и вихреобразованием на всасывании в компрессор; пульсациями давления в камере сгорания; скоростью и давлением отработанных газов на выхлопе турбины; колебаниями давления и неоднородностью потока во всасывающем и выхлопном трактах нагнетателя.

Механические шумы возникают в результате динамических взаимодействий металлических частей агрегата, вызванных дисбалансами роторов и отклонениями геометрических размеров подшипниковых узлов.

Всасывание компрессора и выхлоп турбины ГТУ являются источниками аэродинамического шума поверхности корпусов ГТУ и нагнетателя трубопроводов; излучают структурный шум, порождаемый как газодинамическими, так и механическими воздействиями [11].

Газоперекачивающий агрегат имеет четыре основных (первичных) источника шума: газотурбинный двигатель (ГТД), компрессор, нагнетатель и вентиляторы. Остальные источники – стенки отсеков двигателя, компрессора и нагнетателя, трубопроводная обвязка, всасывающий и выхлопной тракты, запорная и регулирующая аппаратура и т.д. – являются вторичными.

Основными источниками шума являются тракты всасывания и выхлопа ГТУ. Элементы конструкции ГТУ с точки зрения акустики представляют собой волноводы, способные практически беспрепятственно транспортировать шумовую энергию из зоны ее генерации в окружающую среду. Шум, излучаемый газовоздушными трактами всасывания и выхлопа, является главным источником шумового воздействия ГПА на прилегающие территории.

Эффективность существующих глушителей систем шумоглушения недостаточна, что обусловлено:

- несоответствием характера спектров поглощения и излучения;

- наличием акустических мостиков (минуя глушитель) для распространения звука;

- недостаточной площадью звукопоглощающей поверхности;

- дефектами конструкции (монтажными зазорами, неоправданно большим живым сечением);

- недолговечностью используемого звукопоглощающего материала (поролона).

1.6.2. Методы глушения шума в газоперекачивающих агрегатах и газопроводах

Глушение шума ГТУ осуществляется четырьмя основными способами. Первый из них – *диссипативное шумоглушение в трактах всасывания и выхлопа* [65].

Эффективное звукопоглощение имеет место при наличии условий для проникновения колебаний в толщу звукопоглощающего слоя. С этой целью используют многослойные звукопоглощающие пластины с воздушным подслоем.

В качестве одного из средств снижения шума этим способом используются поглотители резонансного типа, простейшим из которых является ограниченная воздушная полость, соединенная отверстием (горлом) с окружающей средой.

Используются также мембранные поглотители, представляющие собой комбинацию резонаторов упругих и Гельмгольца. Их достоинством является отсутствие непосредственного контакта звукопоглощающих элементов с рабочей средой, что обеспечивает стабильность работы вне зависимости от загрязнения поверхности и не допускает выдувания звукопоглощающих материалов (ЗПМ) в рабочий канал с потоком.

Абсорбционное глушение звука в каналах связано с поглощением энергии звуковых волн вихревой компонентой поля течения, что приводит к значительному ослаблению звука при условии, что существует среднее течение, сносящее завихренность от стенки.

Второй способ основан на *использовании реактивных глушителей.*

Принцип их действия заключается в «запирании» распространяющихся мод звуковых колебаний и отражении их по каналу обратно к источнику шума. Наиболее широко он реализуются при разработке многомодовых звукоизоляторов в виде расширительных камер, представляющих собой участки каналов с увеличенным поперечным сечением, размеры которых сравнимы с длиной волны.

Третий способ – *активное шумоглушение в каналах.*

Физический механизм снижения шума при использовании активных методов заключается, как и в случае применения обычных звукоизолирующих систем, в сложении (интерференции) колебаний с различными фазами, однако вторичное (компенсирующее) поле при этом создается не пассивным путем (например путем отражения), а излучается специальными электроакустическими преобразователями.

При использовании активных систем, как и во всех пассивных интерференционных системах, помимо ослабления шума в определенной области пространства наблюдается эффект их усиления, который выражен сильнее, чем у пассивных, что приводит к нежелательным последствиям.

Четвертый способ является *комбинированным.*

Использование различных способов шумоглушения в чистом виде оказывается зачастую нерациональным, поэтому на практике применяют шумоглушение комбинированного типа с использованием звукопоглотителей и звукоотражающих элементов. Введение элементов поглощения звуковой энергии в реактивные глушители улучшает их показатели, т.к. ослабляется эффект отражения звука от устройств реактивного типа и снижаются уровни звуковых давлений в зонах формирования нераспространяющихся мод колебаний. Звукопоглощающие элементы обеспечивают диссипативный отвод (сток) акустической энергии, переводя её в тепловую. В тех случаях, когда диссипация звука в естественных поглотителях (рабочей среде, стенках канала и т.п.) невелика, в реактивные глушители вводятся поглощающие элементы.

Если воздуховод полностью перекрывает отверстие, звук будет распространяться внутри него двумя путями: часть волн, вошедших в воздуховод, побежит, отражаясь последовательно то от одной, то от другой стенки. Другие волны побегут прямо вдоль воздуховода как плоские волны, не ударяясь о стенки. Если стенки воздуховода плохо отражают звук, то есть поглощают его, то волны первого типа далеко не «убегут». Как далеко пробегут эти волны, зависит от угла, под которым они падают на стенки, ширины воздуховода и коэффициента поглощения облицовки стенок. Для обычного типа звукопоглощающей облицовки амплитуда волн, падающих под углом, превышающим 30°, снизится до уровня плоских волн уже на расстоянии примерно четырех поперечников воздуховода (рис. 1.12). Что касается плоских волн, то причина их поглощения не так проста. При распространении плоской волны вдоль облицованного воздуховода она частично (вблизи стенок) бежит в звукопоглощающем материале. При колебаниях частиц воздуха вперед и назад вязкое сопротивление в порах материала приведет к диссипации части энергии звуковой волны. Однако в соответствии с принципом Гюйгенса (образование вторичных волн) энергия, поглощенная вблизи стенок, возмещается за счет энергии основной части волны, распространяющейся в середине воздуховода, аналогично тому как дифракция приводит к проникновению звука в теневую область позади экрана В результате энергия основной части волны все время поступает к краям, где она поглощается, и по мере распространения в воздуховоде волна затухает. Кроме того, скорость звука в звукопоглощающей облицовке значительно меньше скорости звука в воздухе; она составляет около 200 м/с (а в воздухе - 344 м/с). Это различие оказывает то же действие, что и градиент температуры,- круто «изгибает» волну у краев, где часть фронта волны, бегущая внутри поглощающего материала, отстает от фронта основной части волны. Это изгибание фронта волны приводит к тому, что энергия волны устремляется внутрь облицовки. Поскольку облицовка не полностью поглощает звук, волна частично отразится обратно в воздуховод, но эта отраженная волна скоро затухнет.

На ослабление плоской волны оказывают влияние четыре фактора: ширина воздуховода, толщина облицовки, сопротивление продуванию в облицовке и частота звука. Особенно существен последний фактор. Если длина звуковой волны велика по сравнению с толщиной облицовки, затухание на краях волнового фронта сравнительно мало; при понижении частоты затухание уменьшается. Впрочем, длина волны еще более существенна по другой причине. На высоких частотах интерференция приводит к взаимному уничтожению волн, бегущих в облицовке; в результате звуковое давление внутри облицовки резко падает и звуковая энергия переносится в виде пучка, занимающего среднюю часть сечения воздуховода, без какого-либо влияния поглощающих стенок Частота, на которой начинается это явление, связана с шириной сечения воздуховода.

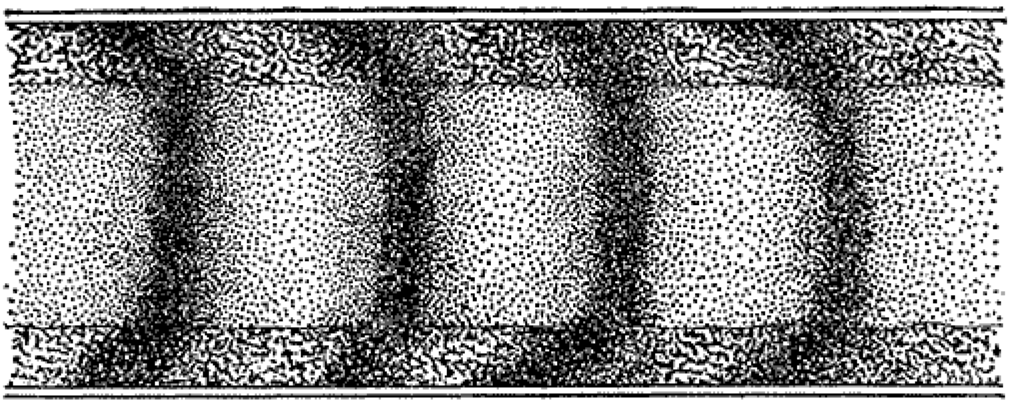


Рис. 1.12. **Плоские волны в воздуховоде с поглощающей облицовкой.**

В целом оказывается, что затухание в облицованном воздуховоде пропорционально толщине облицовки и обратно пропорционально ширине сечения за вычетом толщины облицовки. Что касается сопротивления продуванию облицовки, то здесь можно руководствоваться величиной коэффициента поглощения: наибольший коэффициент поглощения соответствует и наибольшему сопротивлению Затухание в облицованном воздуховоде растет с частотой до тех пор, пока звук не образует пучка, распространяющегося вдоль средней линии воздуховода, независимо от стенок. Это происходит при частоте, когда длина волны в воздухе примерно равна ширине воздуховода.

Немало формул измышлялось для того, чтобы определять эффективность облицовки в воздуховоде путем расчета. Некоторые из них дают недопустимую погрешность, другие невозможно применить на практике. Наилучший путь - составление таблиц, основанных на реальных испытаниях. Простая облицовка всех четырех стенок воздуховода прямоугольного сечения еще не предел возможного. Весьма эффективна конструкция, в которой звук проходит по узким каналам между поглощающими стенками, - пластинчатый глушитель с звукопоглощающими перегородками, разделяющими воздуховод вдоль его длины. Такие перегородки часто применяют в патентованных глушителях, используемых в вентиляционных системах.

Почти всегда решающий фактор - это необходимость пропустить требуемый объем воздуха по воздуховоду при минимальном сопротивлении его протеканию. Если бы не это требование, можно было бы добиться огромного ослабления, круто изгибая воздуховод, так чтобы плоская волна ударялась об облицовку, рассеивалась и быстро поглощалась.

Глава 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ОДНОПРОЛЕТНОГО ТРУБОПРОВОДА С ФЛАНЦЕВЫМ СОЕДИНЕНИЕМ

2.1. Задача статики пространственно-криволинейных трубопроводов, заполненных стационарным потоком идеальной несжимаемой жидкости

На практике трубопроводы конструируются из пустотелых стрежней эллиптической или прямоугольной формы (рис. 2.1) и др [37, 42]. Рассмотрим уравнения равновесия в векторной форме для этих сечений. При получении уравнений предполагаем, что стержень заполнен потоком идеальной несжимаемой жидкости.

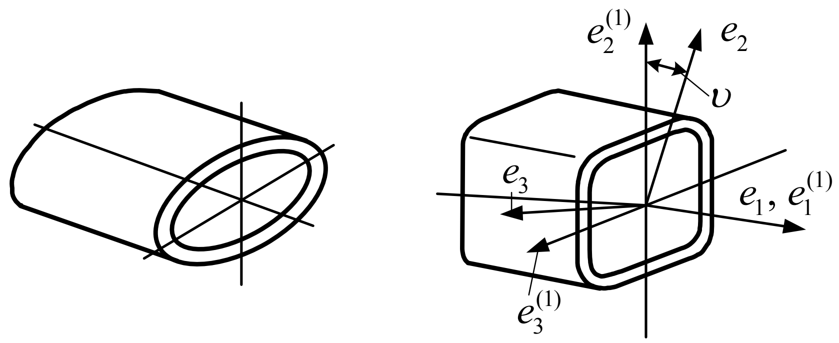


Рис. 2.1. **Пустотелые стержни эллиптической и прямоугольной формы**

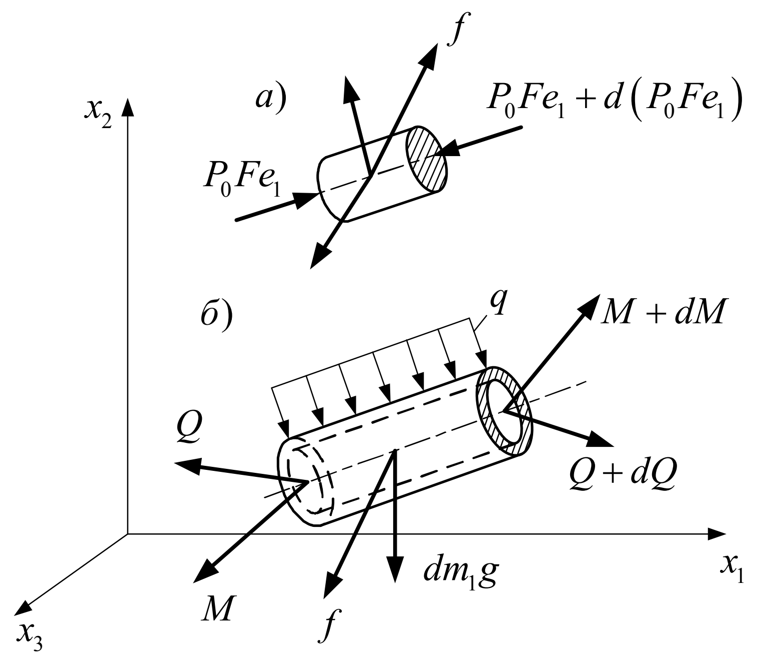


Рис. 2.2. **Силы, действующие на заполняющую стержень среду (а) и пустотелый стержень (б)**

Составим уравнения статики для элемента стержня (рис. 2.2,б) и заполняющей его жидкости (рис. 2.2,а) [111]. Элемент жидкости имеет скорость движения $\mathbf{w}_0\left(\mathbf{w}_0 = \omega_0\mathbf{e}_1\right)$, где ω_0 - осредненная по сечению скорость частиц жидкости. Используя принцип Даламбера, получим уравнение для элемента жидкости

$$-\frac{\partial\left(P_0\mathbf{e}_1\right)}{\partial s} - \mathbf{f} + m_2 g - m_2\frac{d\mathbf{w}_0}{dt} = 0 \ \left(P_0 = p_0 F\right) \tag{2.1}$$

где F – площадь сечения трубки; p_0 - давление жидкости; m_2 - масса жидкости, приходящаяся на единицу длины; $\mathbf{f}$ - распределенная сила взаимодействия жидкости со стержнем. Для идеальной жидкости вектор $\mathbf{f}$ всегда лежит в плоскости векторов $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ (как в статике, так и в динамике), т.е. ортогонален вектору $\mathbf{e}_1$. Так как скорость движения жидкости $\mathbf{w}_0$ зависит от двух переменных, то находим полную производную по времени (используя переменные Эйлера):

$$\frac{d\mathbf{w}_0}{dt} - \frac{\partial\mathbf{w}_0}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{w}_0}{\partial s}\omega_0. \tag{2.2}$$

Если стержень находится в равновесии, а модуль скорости движения постоянен (стационарный режим движения жидкости), то $\partial\mathbf{w}_0/\partial t = 0$ и из (2.2) получаем (при F=const)

$$\frac{d\mathbf{w}_0}{dt} = \omega_0^2\frac{\partial e_0}{\partial s} = \omega_0^2\chi_{30}\mathbf{e}_2. \tag{2.3}$$

Для элемента стержня можно получить следующее уравнение равновесия с учетом сил веса стержня и жидкости:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{ds} + \mathbf{f} + m_1 g + \mathbf{q} + \sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}^{(i)}\delta\left(s - s_i\right) = 0. \tag{2.4}$$

Исключая из уравнений (2.4) и (2.1) вектор $\mathbf{f}$, получим

$$\frac{d\mathbf{Q}}{ds} - \frac{d}{ds}\left[\left(P_0 + m_2\omega_0^2\right)\mathbf{e}_1\right] + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{q} + \sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}^{(i)}\delta\left(s - s_i\right) = 0 \tag{2.5}$$

или
$$\frac{d\mathbf{Q}^{(1)}}{ds} + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{q} + \sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}^{(i)}\delta\left(s - s_i\right) = 0 \ \left[\boldsymbol{\gamma} = \left(m_1 + m_2\right)\mathbf{g}\right], \tag{2.6}$$

где введено обозначение

$$\mathbf{Q}^{(1)} = \left(Q_1 - P_0 - m_2\omega_0^2\right)\mathbf{e}_1 + Q_2\mathbf{e}_2 + Q_3\mathbf{e}_3 .$$

Далее используем уравнение Бернулли, устанавливающее взаимосвязь между давлением p_0 и скоростью идеальной жидкости ω_0 [88]:

$$p_0 + \frac{m_2\omega_0^2}{2F} + \frac{m_2 g \chi_{20}}{F} = \text{const} .$$

Если стержень имеет постоянную площадь сечения F, то последнее уравнение приобретает вид:

$$P_0 + \frac{1}{2}m_2\omega_0^2 + m_2 g \chi_{20} = \text{const} .$$

Уравнение равновесия моментов, действующих на стержень, имеет вид

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} + \left(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q}\right) + \boldsymbol{\mu} + \sum_{\nu=1}^{\rho} \mathbf{T}^{(\nu)}\delta\left(s - s_\nu\right) = 0 , \qquad (2.7)$$

где $\boldsymbol{\mu}$ - внешний распределенный момент, действующий на стержень, например распределенный аэродинамический момент, вызванный внешним потоком жидкости или воздуха, в котором находится стержень. Используя уравнение (2.6), трансформируем уравнение (2.7) :

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} + \left(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q}^{(1)}\right) + \boldsymbol{\mu} + \sum_{\nu=1}^{\rho} \mathbf{T}^{(\nu)}\delta\left(s - s_\nu\right) = 0 . \qquad (2.8)$$

К стержню приложены внешние и силы, вызванные потоком жидкости, сосредоточенные силы На рис. 2.3 показаны сосредоточенные силы $\mathbf{P}^{(2)}$, $\mathbf{P}^{(3)}$, определяющие реакцию потока жидкости в местах резкого изменения направления движения, например, где участки стержня стыкуются под некоторым углом 2β (рис. 2.4). Применяя теорему

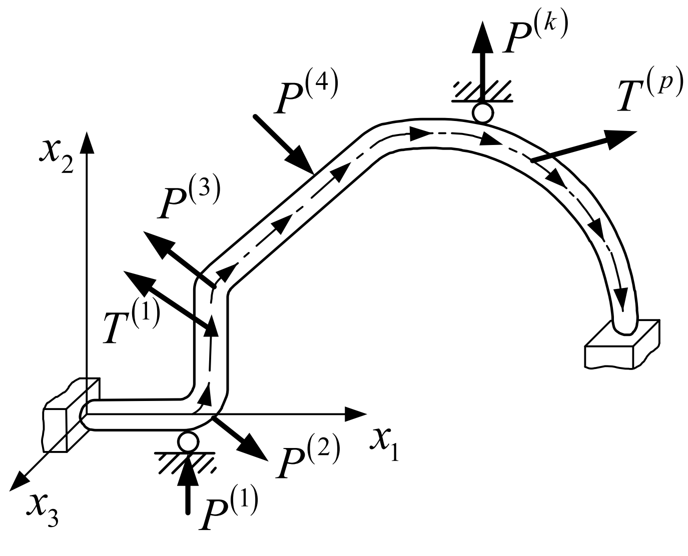


Рис. 2.3. **Действие сосредоточенных сил *P* в местах изгибов трубы**

об изменении количества движения жидкости (и учитывая силы $\mathbf{P}_0$ от давления в жидкости), получим формулу для модуля сосредоточенной силы (рис. 2.4):

Направление силы $\mathbf{P}^{(k)}$ показано на рис. 2.4. Сосредоточенные и распределенные силы, вызванные потоком (на криволинейных участках трубопровода возникают распределенные силы, равные по модулю $m_2\omega_0^2\chi_3$, где χ_3 - кривизна осевой линии стержня), нагружают стержень. Полученные уравнения равновесия (2.8) и (2.6) справедливы как для случая, когда форма осевой линии стержня при нагружении внешними силами практически остается без изменения, так и для случая, когда форма равновесия при приложении внешних сил существенно отличается от исходной (например, для стержней с малой жесткостью). В первом случае вектор $\mathbf{e}_1$, входящий в уравнение (2.8), есть известная функция координаты s с известными проекциями в декартовых осях; во втором случае вектор $\mathbf{e}_1$ неизвестен и для определения $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{M}$ уравнений (2.6), (2.8) недостаточно; для решения задач статики необходимо рассматривать деформации стержня.

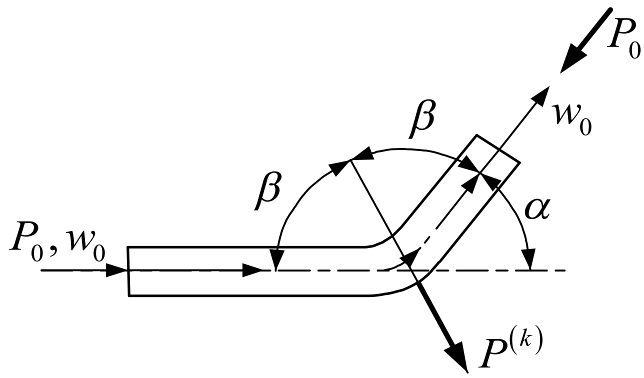


Рис. 2.4. **Направление действия сосредоточенной силы в месте изгиба**

Уравнение для вектора перемещений $\mathbf{u}$ точек осевой линии стержня и уравнение, связывающее векторы $\boldsymbol{\chi}$ и $\boldsymbol{\upsilon}$

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{u} + (l_{11} - 1)\mathbf{e}_1 + l_{21}\mathbf{e}_2 + l_{31}\mathbf{e}_3 = 0;$$

$$L\frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{d\varepsilon} + L_0\boldsymbol{\chi}_0^{(1)} - A^{-1}\mathbf{M} = 0 \text{ или } L_1\frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{d\varepsilon} + L\boldsymbol{\chi}_0^{(1)} - \boldsymbol{\chi} = 0.$$

Уравнения в безразмерной форме получим, положив:

$$s = l\varepsilon;\ \mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{Q}}A_{33}(0)/l^2;\ \chi = \tilde{\chi}/l;\ \mathbf{M} = \tilde{\mathbf{M}}A_{33}(0)/l;\ \mathbf{q} = \mathbf{q}\tilde{A}_{33}(0)/l^3;\ \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}\tilde{A}_{33}/l^2;$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}\tilde{A}_{33}/l^3;\ A_{ii} = A_{ii}A_{33}(0);\ P_0 = \tilde{P}_0A_{33}/l^2;\ \mathbf{P}^{(i)} = \tilde{\mathbf{P}}^{(i)}A_{33}/l^2;\ \mathbf{T}^{(\nu)} = \tilde{\mathbf{T}}^{(\nu)}A_{33}/l;$$

$$\omega_0 = \tilde{\omega}_0 l P_1;\ P_1 = \left[A_{33}(0) / (m_1 + m_2) l^4 \right]^{1/2}.$$

После преобразований для стрежня постоянного сечения определяем систему уравнений равновесия стержня с учетом потока жидкости в безразмерной форме (значок «тильда» в безразмерных величинах опущен):

$$\frac{d\mathbf{Q}^{(1)}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{q} + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}^{(i)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_i) = 0; \tag{2.9}$$

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} + \left(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q}^{(1)} \right) + \boldsymbol{\mu} + \sum_{\nu=1}^{\rho} \mathbf{T}^{(\nu)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_\nu) = 0; \tag{2.10}$$

$$\mathbf{M} = A\left(\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\chi}_0^{(1)} \right); \tag{2.11}$$

$$L_1 \frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{d\varepsilon} + L\boldsymbol{\chi}_0^{(1)} - \boldsymbol{\chi} = 0; \tag{2.12}$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\varepsilon} + (l_{11} - 1)\mathbf{e}_1 + l_{21}\mathbf{e}_2 + l_{31}\mathbf{e}_3 = 0, \tag{2.13}$$

где

$$\mathbf{Q}^{(1)} = \left[Q_1 - \left(P_0 + n_1 \omega_0^2 \right) \right] \mathbf{e}_1 + Q_2 \mathbf{e}_2 + Q_3 \mathbf{e}_3 \ \left(n_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right). \tag{2.14}$$

Для решении задач статики стержней, заполненных потоком жидкости, корректно применять методы численного решения уравнений равновесия стержня без потока жидкости (в предположении, что краевым условиям удовлетворяет компонента Q_1, а не $Q_1^{(1)}$ ($Q_1 - \left(P_0 + n_1 \omega_0^2 \right)$)).

Уравнения равновесия стержня в связанной системе координат:

$$\frac{d\mathbf{Q}^{(1)}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{Q}^{(1)} + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{q} + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}^{(1)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_i) = 0 \tag{2.15}$$

$$\frac{d\mathbf{M}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{M} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q}^{(1)} + \boldsymbol{\mu} + \sum_{\nu=1}^{\rho} \mathbf{T}^{(\nu)} \delta(\varepsilon - \varepsilon_\nu) = 0 \tag{2.16}$$

$$L_1 \frac{d\boldsymbol{\upsilon}}{d\varepsilon} + L\boldsymbol{\chi}_0^{(1)} - \boldsymbol{\chi} = 0; \tag{2.17}$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{u} + (l_{11} - 1)\mathbf{e}_1 + l_{21}\mathbf{e}_2 + l_{31}\mathbf{e}_3 = 0; \tag{2.18}$$

$$\mathbf{M} = A\left(\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\chi}_0^{(1)}\right). \qquad (2.19)$$

Уравнение (2.15) можно записать со слагаемым, зависящим от потока жидкости, в явном виде:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{d\varepsilon} + \boldsymbol{\chi}\times\mathbf{Q} - \boldsymbol{\chi}\times\left[\left(P_0 + n_1\omega_0^2\right)\mathbf{e}_1\right] + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{q} + \mathbf{q}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{P}^{(i)}\delta\left(\varepsilon - \varepsilon_i\right) = 0 \qquad (2.20)$$

Решив систему уравнений (2.15) – (2.19) с учетом краевых условий, находим осевое усилие в стержне:

$$Q = Q_1^{(1)} + P_0 + n_1\omega_0^2$$

2.2. Задача динамики пространственно-криволинейных трубопроводов, нагруженных внутренним потоком жидкости

Стационарный поток жидкости создает статическое напряженно-деформированное состояние стержня, которое необходимо учитывать при выводе уравнений малых колебаний стержня, так как от статического напряженного состояния зависят числовые значения частот стержня [4,5]. Рассмотрим пример, поясняющий вышесказанное.

На рис. 2.5 показан прямолинейный трубопровод, на правом конце которого имеется изогнутый участок, который отклоняет поток жидкости от прямолинейного движения и приводит к появлению сосредоточенной силы **P**, показанной на рис. 2.5 пунктиром. Сила **P** находится из теоремы об изменении количества движения жидкости, вызванного резким изменением направления вектора **W** [111]. В данном примере давление жидкости не учитывается. Изменение количества движения протекающей жидкости в единицу времени равно импульсу силы **P**, т.е.

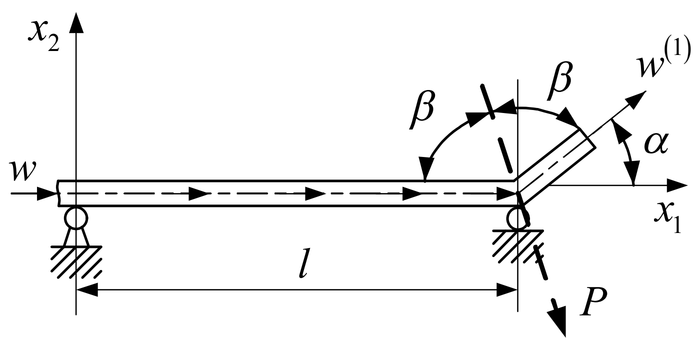


Рис. 2.5. **Возникновение сосредоточенной силы в месте отклонения потока**

$$m_2\mathbf{W}^{(1)}\left|\mathbf{W}\right|dt - m_2\mathbf{W}\left|\mathbf{W}\right|dt = \mathbf{P}dt$$

или

$$\mathbf{P} = m_2\mathbf{W}^{(1)}\left|\mathbf{W}\right| - m_2\mathbf{W}\left|\mathbf{W}\right| \ \left(\left|\mathbf{W}^{(1)}\right| = \left|\mathbf{W}\right|\right).$$

Направление вектора **P** показано на рис. 1. Модуль вектора **P** равен

$$\left|\mathbf{P}\right| = P = 2m_2\omega^2 \sin\left(\alpha/2\right).$$

Горизонтальная составляющая сила **P**, она же осевая сила в стержне,

$$Q_{10} = \left|\mathbf{P}\right|\cos\beta = m_2\omega^2\left(1-\cos\beta\right).$$

В результате получаем стержень, нагруженный осевой растягивающей силой Q_{10}, зависящей от скорости потока ω, а от осевой силы зависят частоты колебаний стержня [15].

Векторные уравнения движения. Рассматривая отдельно элемент стержня постоянного сечения и элемент жидкости (рис. 2.6), совпадающий в данный момент с элементом стержня, можно получить следующие два уравнения движения:

$$m_1\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial s} + \mathbf{P} + \mathbf{f} + m_1\mathbf{g}; \tag{2.21}$$

$$m_2\left(\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial s}\omega + \frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{w}}{\partial s}\omega\right) = -\frac{\partial\left(pF_2\mathbf{e}_1\right)}{\partial s} - \mathbf{f} \tag{2.22}$$

где m_1 - масса единицы длины стержня; m_2 - масса жидкости, заполняющей единицу длины стержня; $\mathbf{v}$ - вектор абсолютной скорости центра тяжести элемента стержня; $\mathbf{w} = \omega\mathbf{e}_1$ - вектор относительной скорости жидкости; $\mathbf{Q}$ - вектор внутренних сил в стержне; $\mathbf{P}$ - вектор внешних сил, приложенных к стержню; p - давление жидкости; $\mathbf{f}$ - вектор сил взаимодействия между стержнем и жидкостью. В уравнении (2.22) ускорение элемента жидкости записано в переменных Эйлера. Скорость $\omega(t)$ не зависит от движения стержня (это справедливо только для несжимаемой жидкости). Давление жидкости неизвестно, так как зависит от возникающих при движении стержня сил инерции, действующих на жидкость.

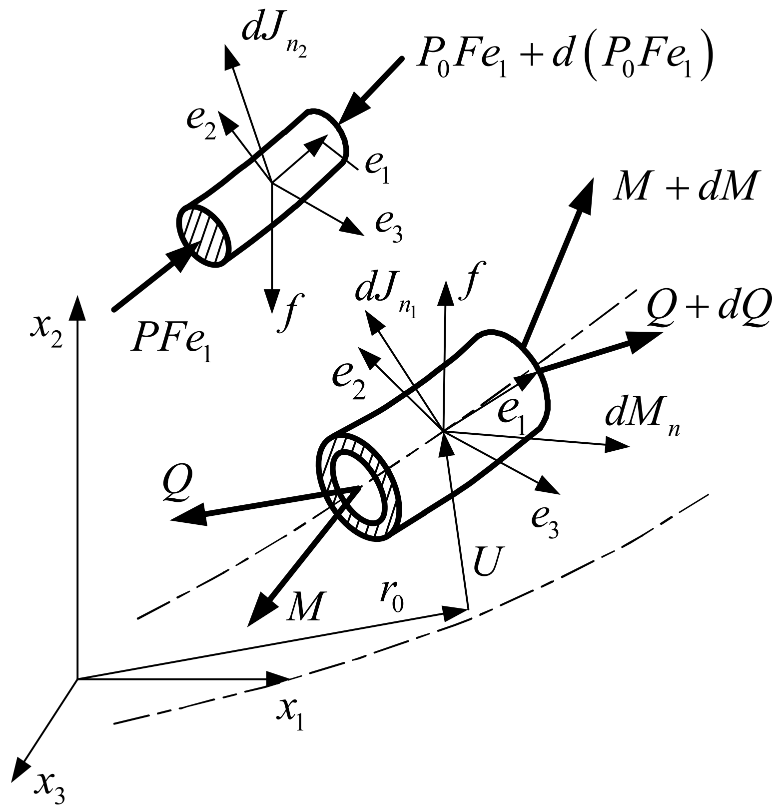


Рис. 2.6. **Динамическая система пустотелого стержня и нагружающей его жидкост***и*

Если при решении конкретных задач не требуется определить силы взаимодействия, то, исключив $\mathbf{f}$ из (2.21) и (2.22), получим

$$\left(m_1+m_2\right)\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+m_2\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial s}\omega+\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t}\right)=\frac{\partial \mathbf{Q}^{(1)}}{\partial s}+\mathbf{P}+\left(m_1+m_2\right)\mathbf{g}\,; \qquad (2.23)$$

$$\mathbf{Q}^{(1)}=\mathbf{Q}-\left(pF_2+m_2\omega^2\right)\mathbf{e}_1, \qquad (2.24)$$

где F_2 - площадь отверстия стержня. Вектор $\mathbf{Q}$ в общем случае, когда рассматривается движение стержня относительно состояний равновесия, можно представить в виде суммы: $\mathbf{Q}^{(1)}=\mathbf{Q}_0+\mathbf{Q}_{\text{д}}$, где $\mathbf{Q}_0$ - значение вектора $\mathbf{Q}^{(1)}$ в статике; $\mathbf{Q}_{\text{д}}$ - динамическая составляющая вектора $\mathbf{Q}^{(1)}$.

Приведем уравнение (2.23) к безразмерной форме записи, полагая $\tilde{\omega}=\omega/\left(lp_0\right)$; $\tilde{p}=p\,A_{33}/\left(F_2l^2\right)$; $p_0=\sqrt{A_{33}/\left[\left(m_1+m_2\right)l^4\right]}$, где ω, p - размерные скорость потока и давление соответственно. В дальнейшем знак тильды в обозначениях безразмерных величин опускается. После преобразования получаем уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} + n_{ii}\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varepsilon}\omega + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau}\right) - \frac{\partial \mathbf{Q}^{(1)}}{\partial \varepsilon} - \mathbf{P} - \boldsymbol{\gamma} = 0\,, \tag{2.25}$$

где

$$\mathbf{Q}^{(1)} = \mathbf{Q} - \left(P + n_{11}\omega^2\right)\mathbf{e}_1 \ \left(P = pF_2\, l^2 / A_{30}\right);$$

$$n_{11} = m_2 / \left(m_1 + m_2\right);\ \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}_1 + \boldsymbol{\gamma}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\mathbf{g}\, l^3 / A_{33}\,.$$

Переходя в (2.25) к локальным производным

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varepsilon} = \frac{\tilde{\partial} \mathbf{v}}{\partial \varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{v}\,;$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} = \frac{\tilde{\partial} \mathbf{v}}{\partial \tau} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}\,;$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} = \frac{\tilde{\partial} \mathbf{w}}{\partial \tau} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{w} \quad \left(\mathbf{w} = \omega \mathbf{e}_1\right);$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \varepsilon} = \frac{\tilde{\partial} \mathbf{Q}}{\partial \varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{Q}\,,$$

получим уравнение поступательного движения элемента стрежня в связанной системе координат (опуская знак тильды в обозначении локальных производных):

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} + 2n_{11}\omega\left(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_1\right) + n_{11}\frac{\partial \omega}{\partial \tau}\mathbf{e}_1 - \frac{\partial \mathbf{Q}^{(1)}}{\partial \tau} - \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{Q}^{(1)} - \mathbf{P} - \boldsymbol{\gamma} = 0 \tag{2.26}$$

Уравнения динамики стержня с учетом статического напряженного состояния, вызванного потоком жидкости, имеют вид [91]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{M} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{Q}^{(1)} + \mathbf{T} = 0\,; \tag{2.27}$$

$$L_1 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varepsilon} + L_0 \boldsymbol{\chi}_0^{(1)} - \boldsymbol{\chi} = 0\,; \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \varepsilon} + \boldsymbol{\chi} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_1 = 0\,; \tag{2.29}$$

$$L_1 \frac{\partial \boldsymbol{\upsilon}}{\partial \tau} - \boldsymbol{\omega} = 0\,; \tag{2.30}$$

$$\mathbf{M}\left(\varepsilon, \tau\right) = A\left[\boldsymbol{\chi}\left(\varepsilon, \tau\right) - \boldsymbol{\chi}_0^{(1)}\left(\varepsilon\right)\right] + \mathbf{M}_0\left(\varepsilon\right), \tag{2.31}$$

где $\mathbf{M}_0(\varepsilon)$ - статический момент; $\boldsymbol{\chi}_0^{(1)}(\varepsilon)$ - вектор, характеризующий осевую линию стрежня при движении. Если необходимо учесть инерцию вращения элемента стрежня, то в левую часть уравнения (2.27) следует включить слагаемое $-\mathbf{J}\,\partial\boldsymbol{\omega}/\partial\tau - \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}}$.

В проекциях на связанные оси из уравнения (2.26) получаем:

$$\frac{\partial\upsilon_1}{\partial\tau} + \omega_3\upsilon_2 + n_{11}\frac{\partial\omega}{\partial\tau} - \frac{\partial Q_1^{(1)}}{\partial\varepsilon} - \chi_2 Q_3 + \chi_3 Q_2 - P_1 + \gamma_1 = 0;$$

$$\frac{\partial\upsilon_2}{\partial\tau} + \omega_3\upsilon_1 - \omega_1\upsilon_3 + 2n_{11}\omega\omega_3 - \frac{\partial Q_2}{\partial\varepsilon} - \chi_3 Q_1^{(1)} - \chi_1 Q_3 - P_2 + \gamma_2 = 0;$$

$$\frac{\partial\upsilon_3}{\partial\tau} + \omega_1\upsilon_2 - \omega_2\upsilon_1 + 2n_{11}\omega\omega_2 - \frac{\partial Q_3}{\partial\varepsilon} - \chi_1 Q_2 - \chi_2 Q_1^{(1)} - P_3 + \gamma_3 = 0,$$

где γ_i - проекции безразмерной суммарной силы веса $Q_1^{(1)} = Q_1 - \left(P + n_{11}\omega^2\right)$.

Система шести уравнений (2.26) – (2.31) содержит шесть неизвестных $\mathbf{Q}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\upsilon}$, $\boldsymbol{\chi}$, $\boldsymbol{\omega}$. Решив систему (2.26) – (2.31), находим неизвестные векторы и их компоненты, в том числе и компоненту $Q_1^{(1)}$ вектора $\mathbf{Q}^{(1)}$, в которую входит осевое усилие в стержне Q_1 необходимо определить давление p жидкости, от которой зависит сила P:

$$Q_1 = Q_1^{(1)} + P + n_{11}\omega^2 \quad \left(P = pl^2 F_2 / A_{33}\right) \tag{2.32}$$

Поэтому рассмотрим проекцию уравнения (2.22), приведенного к безразмерной форме записи, на направление касательной к осевой линии стержня. Вектор $\mathbf{f}$ для идеальной жидкости для канала постоянного сечения ортогонален вектору $\mathbf{e}_1$, поэтому имеем

$$n_{11}\left(\frac{\partial\upsilon_1}{\partial\tau} + \omega_2\upsilon_3 - \omega_3\upsilon_2\right) + n_{11}\frac{\partial\omega}{\partial\tau} + \frac{\partial P}{\partial\tau} - \gamma_{21}(\varepsilon) = 0 \tag{2.33}$$

где γ_{21} - проекция безразмерной силы веса жидкости; υ_j и ω_i известны из решения системы уравнений (2.26) – (2.31).

Из уравнения (2.33) находим

$$P = \int_0^{\varepsilon} \left\{ -n_{11} \left[\frac{\partial \upsilon_1}{\partial \tau} + \left(\omega_2 \upsilon_3 - \omega_3 \upsilon_2 \right) \right] - n_{11} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \gamma_{21} \right\} dh + P_{10} . \qquad (2.34)$$

Безразмерная сила P_{10} находится из краевых условий для потока жидкости. Если на выходе из трубопровода поддерживается постоянное давление P_k, то из (2.34) (при известной скорости ω) можно найти давление на входе:

$$P_{10} = P_k - \int_0^1 \left\{ \gamma - n_{11} \left[\frac{\partial \upsilon_1}{\partial \tau} + \left(\omega_2 \upsilon_3 - \omega_3 \upsilon_2 \right) \right] d\varepsilon + \gamma_{21} - n_{11} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} \right\} dh . \qquad (2.35)$$

В результате получаем следующее выражение для безразмерной силы:

$$P(\varepsilon, \tau) = P_{10} - n_{11} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} \varepsilon - \int_0^{\varepsilon} \gamma_2(h) dh - n_{11} \int_0^{\varepsilon} \left[\frac{\partial \upsilon_1}{\partial \tau} + \omega_2 \upsilon_3 - \omega_3 \upsilon_2 \right] dh . \qquad (2.36)$$

Определив $P(\varepsilon, \tau)$, находим осевое усилие Q_1 (соотношение (2.32)).

2.3. Динамика фланцевых соединений трубопроводов высокого давления

В различных отраслях промышленности накоплен богатый опыт создания трубопроводных систем высокого давления. Подобные системы, как правило, предназначены для эксплуатации в коррозионно-активных, токсичных и взрывоопасных средах, при воздействии пульсаций давления и вибраций .

К классу таких систем – систем ответственного назначения, предъявляются особо высокие требования к прочности, герметичности и ресурсу, что связано с опасностью отказов [2, 121].

Опыт эксплуатации показывает, что одним из наиболее слабых, с точки зрения надежности, звеньев трубопроводных систем высокого давления являются фланцевые соединения [39] (рис. 2.7). Изолирующее фланцевое соединение состоит из двух основных фланцев 12 и 13, приваренных к концам газопровода, имеется третий специальный фланец 11 толщиной 16-20 мм. Для электрической изоляции фланцев друг от друга между ними установлены прокладки 4 из паронита ПМБ толщиной 4 мм, которые для предохранения влагонасыщения покрыты электроизолирующим бакелитовым лаком. Электроизолирующие прокладки в изолирующих фланцах могут изготавливаться также из винипласта или фторопласта. Стягивающие шпильки 9 заключены в разрезные втулки 5 из фторопласта. Между шайбами 6 гаек 10 и фланцами 12, 13 также предусмотрены изолирующие прокладки 3 из паронита, покрытого бакелитовым лаком. По периметру промежуточного фланца 11 имеются резьбовые гнезда, в которые ввернуты винты 8, используемые для проверки электросопротивления между каждым основным фланцем промежуточным. При этом указывается, что наибольший процент отказов происходит по причине потери герметичности при вибронагрузках. Уместно упомянуть, что критерием герметичности фланцевых соединений является наличие на уплотняемых поверхностях определенной величины контактного давления, достигаемого путем обжатия прокладки.

Из сказанного выше особого внимания заслуживает задачи исследования динамики фланцевых соединений, и, в частности, вопросы определения взаимных перемещений уплотняемых поверхностей и деформаций элементов соединения. Именно такие перемещения и деформации приводят к перераспределению и уменьшению контактного давления в утоплении, что в итоге и вызывает разгерметизацию [123].

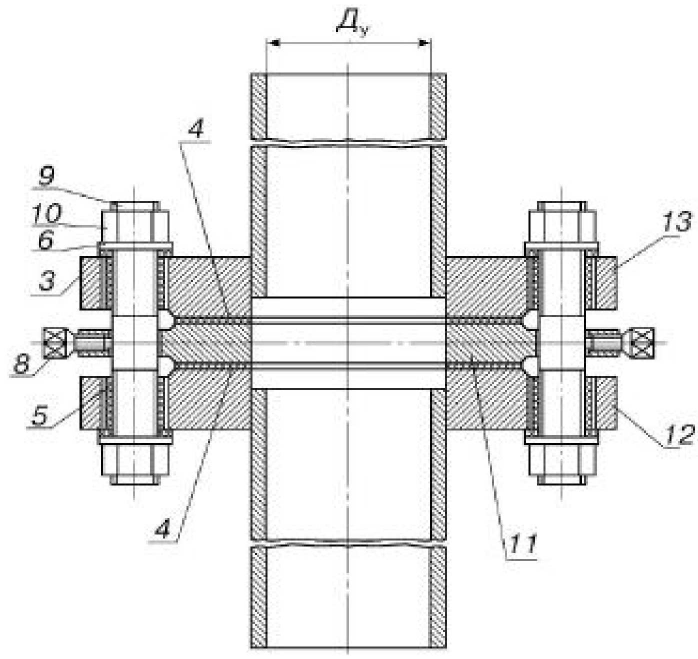


Рис. 2.7. **Фланцевое соединение трубопроводов с плоской прокладкой:**

О необходимости исследования динамики фланцевых соединений в связи с проблемой обеспечения их герметичности указывается в ряде работ [30, 39]. Тем не менее, до настоящего времени эти вопросы не получили должного освещения.

В общем случае, фланцевое соединение трубопроводов можно рассматривать, как сосредоточенную массу в стержневой системе. Однако такой подход не позволит раскрыть внутренних связей и взаимных относительных перемещений в самом соединении. Можно исследовать фланцевые соединения как самостоятельную динамическую систему без учета присоединенных труб. Очевидно, что такой путь также не даст оценки поведения фланцевого соединения в трубопроводной системе.

Указанных недостатков лишен предлагаемый подход, согласно которому трубопровод с фланцевым соединением рассматривается как две подсистемы, объединенные в единую систему с учетом налагаемых граничных условий [54, 55]. Из анализа как отечественных, так и зарубежных литературных источников вопросы динамики фланцевых соединений в указанной постановке, насколько нам известно, еще не рассматривались.

В трубопроводной системе фланцевые соединения могут совершать колебания по всем трем координатным осям. Поскольку для практических целей наибольший интерес представляют резонансные области колебаний, здесь ограничимся рассмотрением лишь продольных свободных колебаний без учета диссипации энергии [8, 40]. Кроме указанных ограничений также прием, что продольные и поперечные колебания абсолютно жесткие.

С учетом сказанного выше, строим динамическую модель фланцевого соединения участков 1,2 трубопровода (рис. 2.8).

Записываем согласно [103] уравнения продольных колебаний участков 1 и 2 трубопровода:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2};\\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2},\end{gathered} \tag{2.37}$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}};\; a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}};$$

ρ_j, E_j - соответственно плотность и модуль упругости материала трубы j - го участка трубопровода, $j = 1,2$.

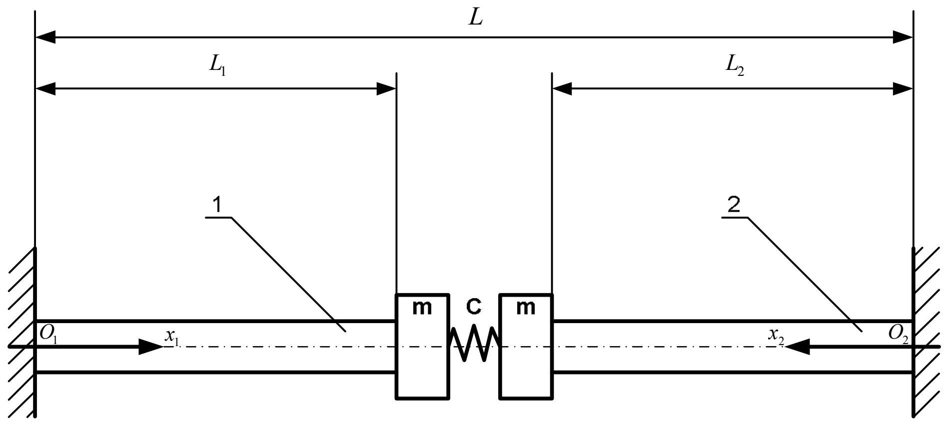


Рис. 2.8. **Динамическая модель однопролетного трубопровода с фланцевым соединением для продольных колебаний**

При этом на концах первого и второго участков трубопровода должны быть соблюдены следующее граничные условиях [8]:

$$\left(u_1\right)_{x_1=0}=0;\ \left(u_2\right)_{x_2=0}=0;$$

$$E_1F_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=l_1}=-m\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\right)_{x_1=l_1}-c\left[\left(u_1\right)_{x_1=l_1}+\left(u_2\right)_{x_2=l_2}\right]; \tag{2.38}$$

$$E_2F_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=l_2}=-m\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}\right)_{x_2=l_2}-c\left[\left(u_2\right)_{x_2=l_2}+\left(u_1\right)_{x_1=l_1}\right],$$

где c - жесткость фланцевого соединения;

$2m$ - масса фланцевого соединения;

F_j, l_j - соответственно площадь поперечного сечения и длина j-го участка трубопровода, $j=1,2$.

Собственные колебания динамической системы ищем в виде [8]:

$$\begin{aligned} u_1 &= X_1\left(x_1\right)\left(A_1\cos pt+B_1\sin pt\right); \\ u_2 &= X_2\left(x_2\right)\left(A_2\cos pt+B_2\sin pt\right), \end{aligned}; \tag{2.39}$$

где $X_j\left(x_j\right)$ - собственная форма колебаний j-го участка трубопровода;

A_j, B_j - произвольные постоянные, определяемые по начальным условиям, $j=1,2$;

p - частота собственных колебаний системы.

Формы колебаний участков трубопровода имеют вид:

$$X_1\left(x_1\right)=C_1\cos\frac{px_1}{a_1}+D_1\sin\frac{px_1}{a_1};$$
$$X_2\left(x_2\right)=C_2\cos\frac{px_2}{a_2}+D_2\sin\frac{px_2}{a_2}, \tag{2.40}$$

где C_j, D_j - постоянные, зависящие от граничных условий, $j=1,2$.

Для удовлетворения первых двух граничных условий (2.38) необходимо в выражении (2.40) принять $C_1=C_2=0$.

Из двух последних граничных условий (2.38) с учетом (2.39) и (2.40) после несложных преобразований получаем

$$\left(E_1F_1\frac{p}{a_1}\cos\frac{pl_1}{a_1}+c\sin\frac{pl_1}{a_1}-mp^2\sin\frac{pl_1}{a_1}\right)D_1H_1\left(t\right)+c\sin\frac{pl_2}{a_2}D_2H_2\left(t\right)=0;$$
$$c\sin\frac{pl_1}{a_1}D_1H_1\left(t\right)+\left(E_2F_2\frac{p}{a_2}\cos\frac{pl_2}{a_2}+c\sin\frac{pl_2}{a_2}-mp^2\sin\frac{pl_2}{a_2}\right)D_2H_2\left(t\right)=0. \tag{2.41}$$

Из условия нетривиальной разрешимости системы (2.41) относительно коэффициентов D_1, D_2 имеем, что

$$H\cdot G=0,$$

где

$$H=\begin{vmatrix} H_1\left(t\right) & 0 \\ 0 & H_2\left(t\right) \end{vmatrix};$$

$$G=\begin{vmatrix} E_1F_1\frac{p}{a_1}\cos\frac{pl_1}{a_1}+c\sin\frac{pl_1}{a_1}-mp^2\sin\frac{pl_1}{a_1} & c\sin\frac{pl_2}{a_2} \\ c\sin\frac{pl_1}{a_1} & E_2F_2\frac{p}{a_2}\cos\frac{pl_2}{a_2}+c\sin\frac{pl_2}{a_2}-mp^2\sin\frac{pl_2}{a_2} \end{vmatrix}.$$

Учитывая, что в общем случае $H_1\left(t\right)$, $H_2\left(t\right)$ не равны нулю, выводим частное уравнение:

$$\left(E_1F_1\frac{p}{a_1}\cos\frac{pl_1}{a_1}+c\sin\frac{pl_1}{a_1}-mp^2\sin\frac{pl_1}{a_1}\right)\times$$
$$\times\left(E_2F_2\frac{p}{a_2}\cos\frac{pl_2}{a_2}+c\sin\frac{pl_2}{a_2}-mp^2\sin\frac{pl_2}{a_2}\right)-c^2\sin\frac{pl_1}{a_1}\sin\frac{pl_2}{a_2}=0 \tag{2.42}$$

В случае изотропной системы, что наиболее часто встречается в реальных условиях эксплуатации трубопроводных систем, $E_1 = E_2 = E$; $F_1 = F_2 = F$; $\rho_1 = \rho_2 = \rho$; $a_1 = a_2 = a$.

Тогда частотное уравнение (2.42) можно представить в следующем виде:

$$mp^2\left(mp^2 - 2c\right)tg\frac{pl_1}{a}tg\frac{pl_2}{a} + \frac{EF}{a}\left(c - mp^2\right)\left(tg\frac{pl_1}{a} + tg\frac{pl_2}{a}\right) + \frac{E^2F^2}{a^2}p = 0.$$

В результате решения частотных уравнений определяем спектр частот собственных колебаний фланцевого соединения с трубопроводом. Согласно выражениям (2.39), (2.40), свободные колебания участков 1,2 трубопровода описываются выражениями [55]

$$u_1\left(x_1, t\right) = \sum_{i=1}^{\infty}\sin\frac{p_i x_1}{a}\left(A_{1i}^{\ *}\cos p_i t + B_{1i}^{\ *}\sin p_i t\right);$$

$$u_2\left(x_2, t\right) = \sum_{i=1}^{\infty}\sin\frac{p_i x_2}{a}\left(A_{2i}^{\ *}\cos p_i t + B_{2i}^{\ *}\sin p_i t\right),$$

где $A_{ji}^{\ *}$, $B_{ji}^{\ *}$ - произвольные постоянные, определяемые по начальным условиям.

В частном случае, если система симметрична, т.е. $l_1 = l_2 = l = \dfrac{L}{2}$ (рис. 2.8), где F - межопорное расстояние, зависимости (2.41) после несложных преобразований можно привести к следующему виду:

$$\alpha = \beta tg\beta\,;\ \alpha = \left(\beta - \frac{k}{\beta}\right)tg\beta\,, \tag{2.43}$$

где

$$\alpha = \frac{\rho F l}{m};\ \beta = \frac{pl}{a};\ k = \frac{2c\rho l^2}{mE}.$$

Из выражений (2.43) следует, что спектр собственных колебаний симметричной динамической системы состоит из двух подмножеств собственных частот, отвечающих соответственно симметричным и кососимметричным колебаниям участков трубопровода относительно оси симметрии исследуемой системы.

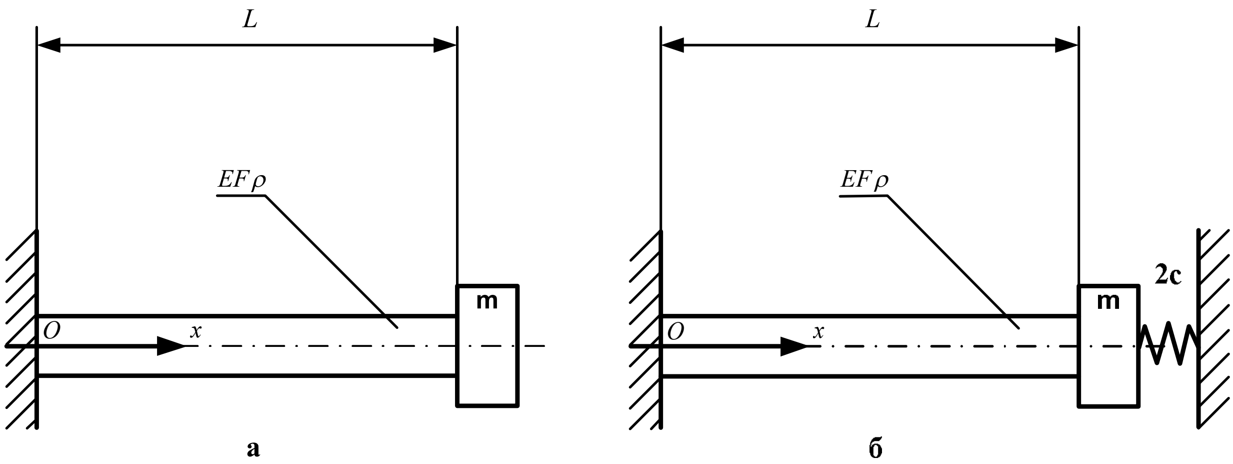


Рис. 2.9. **Расчетная схема трубопровода с фланцевым соединением; а) для кососимметричных продольных колебаний; б) для симметричных продольных колебаний**

Поэтому первое частотное уравнение (2.43), соответствующее кососимметричным колебаниям, может быть получено на основе отдельной динамической модели (рис. 2.9, а). Второе частотное уравнение (2.43) соответствует симметричным колебаниям и может быть получено на основе динамической модели, изображенной на рис. 2.9, б.

Из анализа полученных уравнений следует, что частоты и формы собственных колебаний зависят от конструктивно-технологических параметров исследуемой динамической системы: диаметра условного прохода, межопорного расстояния, типа закрепления на опорах, жесткости фланцевого соединения и пр [28]. Определение большинства исходных параметров производится либо при помощи простых расчетов, либо по справочным данным. Затруднения вызывает определение лишь жесткости фланцевого соединения.

В известных методах определения жесткости [30, 39] принимается ряд допущений: не учитываются контактные деформации, прокладка рассчитывается для случая простого сжатия, в то время как в действительности она подвергается объемному сжатию по величине значительно прерывающей предел прочности. В силу этих обстоятельств имеет место определенное несоответствие расчетных и экспериментальных данных. Результаты проведенных нами экспериментов показали (рис. 2.10), что жесткость фланцевого соединения существенно зависит от величины контактного давления на уплотняемых поверхностях, выражаемого через усилие затяжки шпилек соединения.

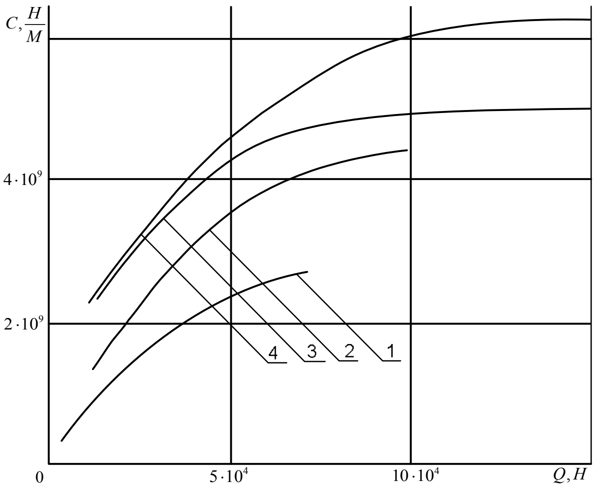


Рис. 2.10. **Зависимость жесткости фланцевого соединения от усилия затяжки шпилек при разных диаметрах условного прохода: 1) Ду 32мм; 2) Ду 50мм; 3) Ду 80мм; 4) Ду 100мм**

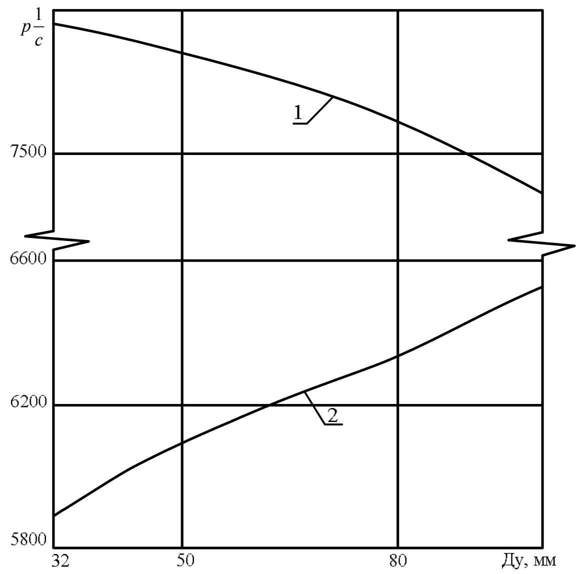


Рис. 2.11. **Зависимость частоты основного тона колебаний от диаметра условного прохода трубопровода и фланцевого соединения; продольная жесткость фланцевого соединения** $C = 6 \cdot 10^9\ H/M$ **;**
1) фланцевое соединение у опоры;
2) фланцевое соединение в середине пролета

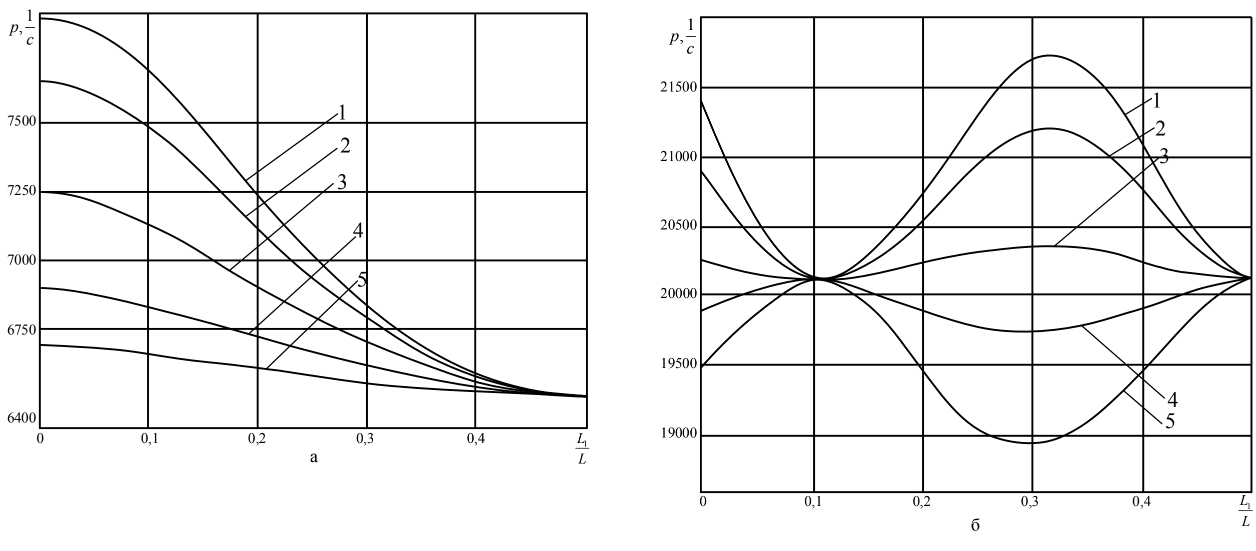


Рис. 2.12. **Зависимость частоты собственных продольных колебаний трубопровода от месторасположения фланцевого соединения относительно опор; диаметр условного прохода Ду 100мм; продольная жесткость фланцевого соединения:**
1) $5 \cdot 10^{10}\ H/м$**; 2)** $1 \cdot 10^{10}\ H/м$ **; 3)** $4 \cdot 10^9\ H/м$ **; 4)** $2{,}5 \cdot 10^9\ H/м$**; 5)** $2 \cdot 10^9\ H/м$ **;**
а) для первого тона колебаний; б) для третьего тона колебаний

Принимая гипотезу о неизменности начального усилия затяжки шпилек во времени, для каждого конкретного случая жесткость фланцевого соединения можно считать постоянной величиной. Тогда полученные частотные уравнения представляется возможным решать, как уравнения с постоянным коэффициентами.

Численные расчеты частного уравнения (2.42) проведены на компьютере в широком диапазоне вариаций конструктивно-технологических параметров рассматриваемой динамической системы. Расчеты проводились для однопролетного трубопровода, выполненного из трубы, предназначенной для рабочих давлений до 20 МПа, параметры которой, как и параметры фланцевого соединения, соответствовали соответствующим отраслевым стандартам. Некоторые из этих расчетов, полученные для различных диаметров условного прохода – Ду с жестким закреплением концов трубопровода на опорах и межопорном расстоянии $L = 2м$ представлены графически на рисунках 2.11-2.13.

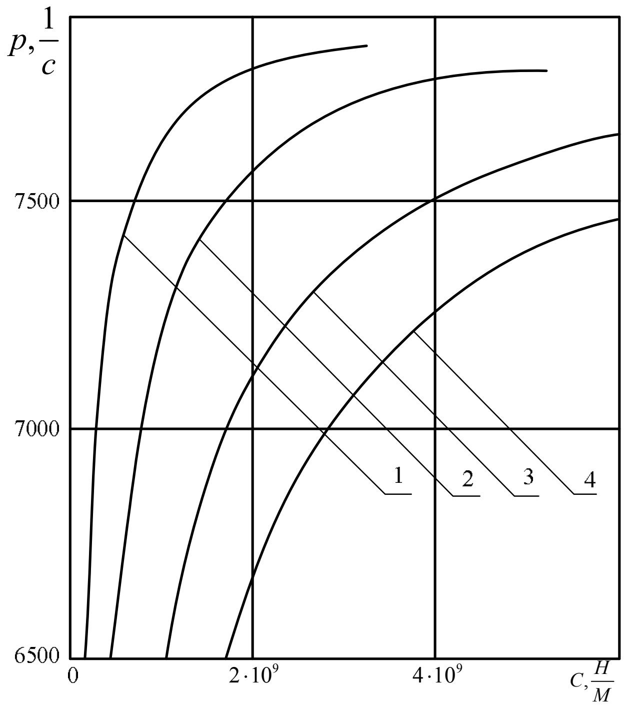


Рис. 2.13. **Зависимость частоты основного тона колебаний трубопровода с фланцевым соединением от его жесткости, фланцевое соединение у опоры; диаметры условного подхода: 1) Ду 32мм; 2) Ду 50мм; 3) Ду 80мм; 4) Ду 100мм**

Таким образом, выведенные аналитические зависимости и численные значения параметров колебаний фланцевых соединений позволяют обоснованно подойти к решению проблем качества уплотнения динамически нагруженных соединений трубопроводов. Кроме того, результаты исследований дают возможность решать прикладные задачи, связанные с оптимальным выбором типа опор, жесткости соединений, местом расположения соединения относительно опор, и ряд других вопросов.

2.4. Исследование поперечных колебаний однопролетного трубопровода с фланцевым соединением

Рассмотрим динамическую модель для поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением (рис. 1). Исходные допущения логичны принятым в работе [39].

Уравнение свободных поперечных колебаний участков 1 и 2 трубопровода без учета поглощения энергии имеют вид [30]:

$$E_j I_j \frac{\partial^4 y_j}{\partial x_j^4} + \rho_j F_j \frac{\partial^2 y_j}{dt^2} = 0\,;\; j = 1,2\,, \tag{2.44}$$

где E_j - модуль упругости материала j-ого участка трубопровода; I_j - момент инерции поперечного сечения j-ого участка трубопровода; ρ_j - плотность материала трубопровода; F_j - площадь поперечного сечения.

Граничные условия на концах участков 1 и 2 трубопровода для шарнирного закрепления на опорах (рис. 1) имеют вид:

$$\left(y_j\right)_{x_j=0} = 0\,;\; \left(\frac{\partial^2 y_j}{\partial x_j^2}\right)_{x_j=0} = 0\,; \tag{2.45}$$

$$E_j I_j \left(\frac{\partial^3 y_j}{\partial x_j^3}\right)_{x_j=l_j} = M_j \left(\frac{\partial^2 y_j}{\partial t^2}\right)_{x_j=l_j} + c_1\left[\left(y_j\right)_{x_j=l_j} - \left(y_{j\pm1}\right)_{x_{j\pm1}=l_{j\pm1}}\right]; \tag{2.46}$$

$$E_j I_j \left(\frac{\partial^2 y_j}{\partial x_j^2}\right)_{x_j=l_j} = -c_2\left[\left(\frac{\partial y_j}{\partial x_j}\right)_{x_j=l_j} + \left(\frac{\partial y_{j\pm1}}{\partial x_{j\pm1}}\right)_{x_{j\pm1}=l_{j\pm1}}\right];$$

где c_1, c_2 - поперечная и изгибная жесткость фланцевого соединения; M_j - сосредоточенная масса фланцевого соединения, приведенная к j-му участку трубопровода; $j = 1,2$.

При этом в двухзначных индексах (2.46) знак плюс берется при $j = 1$; знак минус – при $j = 2$.

Решение уравнений (2.44) ищем в следующем виде:

$$y_j\left(x_j, t\right) = X_j\left(x_j\right) H_j(t);\; j = 1,2 \tag{2.47}$$

В подавляющем большинстве участки трубопровода 1 и 2, соединяемые при помощи фланцевого соединения, изготавливаются из одинакового сортамента трубы, т.е. $E_1 = E_2 = E$; $I_1 = I_2 = I$; $F_1 = F_2 = F$; $\rho_1 = \rho_2 = \rho$;

$M_1 = M_2 = M$.

В соответствии с выражениями (2.44) и (2.47) для данного случая уравнения движения трубопровода с фланцевым соединением можно представить в следующем виде:

$$\frac{d^2 H_j(t)}{dt^2} + p^2 H_j(t) = 0;$$

$$\frac{d^4 X^4{}_j(x_j)}{dx_j^4} - k^4 X_j(x_j) = 0; \; j = 1,2, \tag{2.48}$$

где p - частота собственных колебаний; k - частотный параметр

$$k = \sqrt[4]{p^2 \frac{\rho F}{EI}} . \tag{2.49}$$

Решения уравнений четвертого порядка системы (2.48), определяющих формы колебаний соответственно первого и второго участков трубопровода при помощи функций А. Н. Крылова можно записать таким образом:

$$X_j(x_j) = A_1^{(j)} S(kx_j) + A_2^{(j)} T(kx_j) + A_3^{(j)} U(kx_j) + A_4^{(j)} V(kx_j); \; j = 1,2, \tag{2.50}$$

где $A_i^{(j)}$ - произвольные постоянные, $i = 1,2,3,4$; S,T,U,V - функции А. Н. Крылова [39].

Из четырех граничных условий (2.45) с учетом (2.50) следует, что

$$A_1^{(j)} = A_3^{(j)} = 0; \; j = 1,2.$$

Последние четыре граничные условия (2.46) с учетом (2.50), а также вытекающих из первых двух уравнений системы (2.48) соотношений

$$\frac{\partial^4 y_j(x_j, t)}{\partial t^2} = -p^2 X_j(x_j) H_j(t); \; j = 1,2, \tag{2.51}$$

после несложных преобразований запишем в следующем виде:

$$\begin{gathered} A_2^{(1)} \left[EIk^3 U(kl_1) + \left(Mp^2 - c_1 \right) T(kl_1) \right] H_1(t) + \\ + A_4^{(1)} \left[EIk^3 S(kl_1) + \left(Mp^2 - c_1 \right) V(kl_1) \right] H_1(t) + \\ + A_2^{(2)} c_1 T(kl_2) H_2(t) + A_4^{(2)} c_1 V(kl_2) H_2(t) = 0; \end{gathered}$$

$$A_2^{(1)}\left[EIk^2V\left(kl_1\right)+c_2kS\left(kl_1\right)\right]H_1\left(t\right)+A_4^{(1)}\left[EIk^2T\left(kl_1\right)+c_2kU\left(kl_1\right)\right]\times$$
$$\times H_1\left(t\right)+A_2^{(2)}c_2kS\left(kl_2\right)H_2\left(t\right)+A_4^{(2)}c_2kU\left(kl_2\right)H_2\left(t\right)=0;$$

$$\begin{gathered}A_2^{(1)}c_1T\left(kl_1\right)H_1\left(t\right)+A_4^{(1)}c_1V\left(kl_1\right)H_1\left(t\right)+\\+A_2^{(2)}\left[EIk^3U\left(kl_2\right)+\left(Mp^2-c_1\right)T\left(kl_2\right)\right]H_2\left(t\right)+\\+A_4^{(2)}\left[EIk^3S\left(kl_2\right)+\left(Mp^2-c_1\right)\times V\left(kl_2\right)\right]H_2\left(t\right)=0;\end{gathered} \tag{2.52}$$

$$\begin{gathered}A_2^{(1)}c_2kS\left(kl_1\right)H_1\left(t\right)+A_4^{(1)}c_2kU\left(kl_1\right)H_1\left(t\right)+\\+A_2^{(2)}\left[c_2kS\left(kl_2\right)+EIk^2V\left(kl_2\right)\right]H_2\left(t\right)+\\+A_4^{(2)}\left[c_2kU\left(kl_2\right)+EIk^2T\left(kl_2\right)\right]H_2\left(t\right)=0.\end{gathered}$$

Произвольные постоянные $A_2^{(1)}$, $A_4^{(1)}$, $A_2^{(2)}$, $A_4^{(2)}$ системы однородных уравнений (2.52) имеют значения, отличные от нулевых, только в том случае, если удовлетворяется условие

$$D\left(k\right)=0, \tag{2.53}$$

где $D\left(k\right)$ - определитель четвертого порядка

$$D\left(k\right)=\begin{vmatrix}d_{11}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{12}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{13}\left(k\right)H_2\left(t\right) & d_{14}\left(k\right)H_1\left(t\right)\\ d_{21}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{22}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{23}\left(k\right)H_2\left(t\right) & d_{24}\left(k\right)H_1\left(t\right)\\ d_{31}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{32}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{33}\left(k\right)H_2\left(t\right) & d_{34}\left(k\right)H_1\left(t\right)\\ d_{41}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{42}\left(k\right)H_1\left(t\right) & d_{43}\left(k\right)H_2\left(t\right) & d_{44}\left(k\right)H_1\left(t\right)\end{vmatrix}. \tag{2.54}$$

Условие (2.53) представляет собой частное уравнение относительно параметра k для свободных поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением при шарнирном закреплении на опорах.

Элементы $d_{mm}\left(k\right)$; m, $n=1,2,3,4$, являющиеся функциями частного параметра k, вычисляются согласно выражениям (2.52) по формулам:

$$d_{11}\left(k\right)=EIk^3U\left(kl_1\right)+\left(\frac{MEI}{\rho F}k^4-c_1\right)T\left(kl_1\right);$$

$$d_{12}\left(k\right)=EIk^3S\left(kl_1\right)+\left(\frac{MEI}{\rho F}k^4-c_1\right)V\left(kl_1\right);$$

$$d_{13}(k)=c_1T(kl_2);\ d_{14}(k)=c_1V(kl_2);$$

$$d_{21}(k)=EIk^2V(kl_1)+c_2kS(kl_1);$$

$$d_{22}(k)=EIk^2T(kl_1)+c_2kU(kl_1);\ d_{23}(k)=c_2kS(kl_2);$$

$$d_{24}(k)=c_2kU(kl_2);\ d_{31}(k)=c_1T(kl_1);\ d_{32}(k)=c_1V(kl_1);$$

$$d_{33}(k)=EIk^3U(kl_2)+\left(\frac{MEI}{\rho F}k^4-c_1\right)T(kl_2);$$

$$d_{34}(k)=EIk^3S(kl_2)+\left(\frac{MEI}{\rho F}k^4-c_1\right)V(kl_2);$$

$$d_{41}(k)=c_2kS(kl_1);\ d_{42}(k)=c_2kU(kl_1);$$

$$d_{43}(k)=c_2kS(kl_2)+EIk^2V(kl_2);\ d_{44}(k)=c_2kU(kl_2)+EIk^2T(kl_2).$$

Определитель $D(k)$ может быть представлен как произведение двух определителей

$$D(k)=D^*(k)H^*(t),$$

где $D^*(k)$ - определитель четвертого порядка вида

$$D^*(k)=\begin{vmatrix} d_{11}(k) & d_{12}(k) & d_{13}(k) & d_{14}(k) \\ d_{21}(k) & d_{22}(k) & d_{23}(k) & d_{24}(k) \\ d_{31}(k) & d_{32}(k) & d_{33}(k) & d_{34}(k) \\ d_{41}(k) & d_{42}(k) & d_{43}(k) & d_{44}(k) \end{vmatrix};$$

$H^*(t)$ - диагональный определитель

$$H^*(t)=\begin{vmatrix} H_1(t) & & & 0 \\ & H_1(t) & & \\ & & H_2(t) & \\ 0 & & & H_2(t) \end{vmatrix}.$$

Так как определитель $H^*(t)$ не может быть равен нулю в любой момент времени, частотное уравнение принимает вид

$$D^*(k)=0. \tag{2.55}$$

Таким образом, общее решение уравнений движения (2.44) можно представить как сумму частных решений, имеющих вид (2.47) и соответствующих бесконечной совокупности собственных частот p_n, определенных в результате решения уравнения (2.55)

$$y_j\left(x_j,t\right)=\sum_{n=1}^{\infty}X_{jn}\left(x_j,p_n\right)H_{jn}\left(t,p_n\right);\ j=1,2,\ n=1,2,3...,\tag{2.56}$$

где собственные формы колебаний согласно (2.50) описываются следующим образом:

$$X_{jn}\left(x_j,p_n\right)=A_{2n}^{(2)}T\left(k_n x_j\right)+A_{4n}^{(j)}V\left(k_n x_j\right);\ j=1,2,\tag{2.57}$$

где $A_{in}^{(j)}$, $i=2,4$ - производные постоянные n-ой собственной формы.

Из системы однородных уравнений (2.52) можно получить следующие соотношения:

$$A_{4n}^{(1)}=\frac{\Delta_{1n}\left(kn\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)}A_{2n}^{(1)};\ A_{2n}^{(2)}=\frac{\Delta_{2n}\left(kn\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)}A_{2n}^{(1)};\ A_{4n}^{(2)}=\frac{\Delta_{3n}\left(kn\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)}A_{2n}^{(1)},$$

где обозначено:

$$\Delta_n\left(k_n\right)=\begin{vmatrix} d_{12}\left(k_n\right) & d_{13}\left(k_n\right) & d_{14}\left(k_n\right) \\ d_{22}\left(k_n\right) & d_{23}\left(k_n\right) & d_{24}\left(k_n\right) \\ d_{32}\left(k_n\right) & d_{33}\left(k_n\right) & d_{34}\left(k_n\right) \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{1n}\left(k_n\right)=\begin{vmatrix} -d_{11}\left(k_n\right) & d_{13}\left(k_n\right) & d_{14}\left(k_n\right) \\ -d_{21}\left(k_n\right) & d_{23}\left(k_n\right) & d_{24}\left(k_n\right) \\ -d_{31}\left(k_n\right) & d_{33}\left(k_n\right) & d_{34}\left(k_n\right) \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{2n}\left(k_n\right)=\begin{vmatrix} d_{12}\left(k_n\right) & -d_{11}\left(k_n\right) & d_{14}\left(k_n\right) \\ d_{22}\left(k_n\right) & -d_{21}\left(k_n\right) & d_{24}\left(k_n\right) \\ d_{32}\left(k_n\right) & -d_{31}\left(k_n\right) & d_{34}\left(k_n\right) \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{3n}\left(k_n\right)=\begin{vmatrix} d_{12}\left(k_n\right) & d_{13}\left(k_n\right) & -d_{11}\left(k_n\right) \\ d_{22}\left(k_n\right) & d_{23}\left(k_n\right) & -d_{21}\left(k_n\right) \\ d_{32}\left(k_n\right) & d_{33}\left(k_n\right) & -d_{31}\left(k_n\right) \end{vmatrix}.$$

Собственные формы колебаний (2.57) запишем в виде:

$$X_{1n}\left(x_1,p_n\right)=A_n\left[T\left(k_n x_1\right)+\delta_{1n}V\left(k_n x_1\right)\right];$$

$$X_{2n}\left(x_2,p_n\right)=A_n\left[\delta_{2n}T\left(k_nx_2\right)+\delta_{3n}V\left(k_nx_2\right)\right], \qquad (2.58)$$

где

$$A_n=A_{n2n}^{(1)};\ \delta_{1n}=\frac{\Delta_{1n}\left(k_n\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)};\ \delta_{2n}=\frac{\Delta_{2n}\left(k_n\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)};\ \delta_{3n}=\frac{\Delta_{3n}\left(k_n\right)}{\Delta_n\left(k_n\right)}.$$

При этом, не нарушая общности решения, произвольные постоянные A_n; $n=1,2,3...$ в выражениях (2.58) можно принять равными единице.

Функции $H_{jn}\left(t,p_n\right)$; $j=1,2$ согласно первым двум уравнениям системы (2.48) подчиняются зависимостям

$$H_{jn}\left(t,p_n\right)=B_{1n}^{(j)}\sin p_nt+B_{2n}^{(j)}\cos p_nt;\ \ j=1,2,$$

где $B_{1n}^{(j)}$, $B_{2n}^{(j)}$ - произвольные постоянные n-ой формы собственных колебаний, определяемые по начальным условиям.

Таким образом, общее решение (2.56) уравнений (2.44) можно представить в следующем виде [55]:

$$y_1\left(x_1,t\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[T\left(k_nx_1\right)+\delta_{1n}V\left(k_nx_1\right)\right]\left(B_{1n}^{(1)}\sin p_nt+B_{2n}^{(1)}\cos p_nt\right);$$

$$y_2\left(x_2,t\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\delta_{2n}T\left(k_nx_2\right)+\delta_{3n}V\left(k_nx_2\right)\right]\left(B_{1n}^{(2)}\sin p_nt+B_{2n}^{(2)}\cos p_nt\right).$$

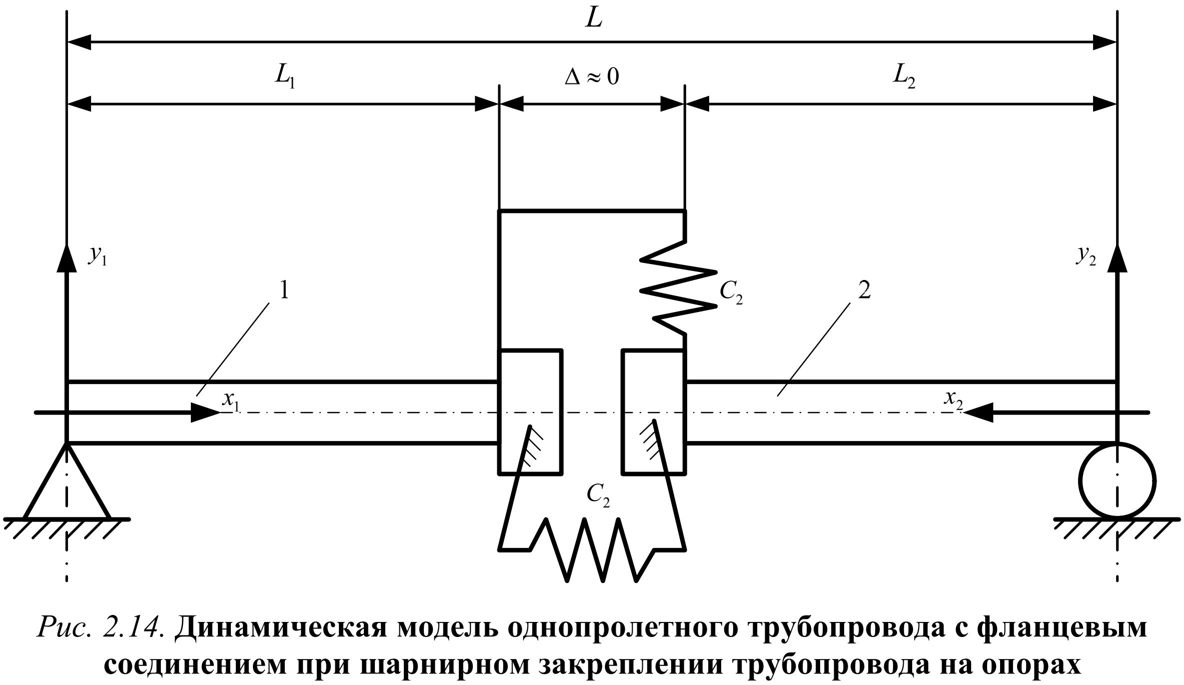


Рис. 2.14. **Динамическая модель однопролетного трубопровода с фланцевым соединением при шарнирном закреплении трубопровода на опорах**

Аналогично случаю шарнирного закрепления трубопровода на опорах могут быть получены частотное уравнение и общее решение уравнений (2.44) в случае жесткого закрепления. Ниже рассмотрим некоторые частные случаи динамической системы (рис. 2.14).

Сначала остановимся на случае, когда фланцевое соединение находится в середине пролета, т.е. $l_1 = l_2 = l$. Тогда получаем частотное уравнение в виде следующих двух не зависимых транцендентных уравнений:

$$\begin{gathered}\alpha\left(1-\frac{2c_1\mu l^3}{EI\alpha^4}\right)T^2(\alpha)+\mu U(\alpha)T(\alpha)-\\-\alpha\left(1-\frac{2c_1\mu l^3}{EI\alpha^4}\right)V^2(\alpha)-\mu S(\alpha)V(\alpha)=0;\end{gathered}\tag{2.59}$$

$$\begin{gathered}\alpha\left[T^2(\alpha)-V^2(\alpha)\right]+\frac{2c_2 l}{EI}\left[U(\alpha)T(\alpha)-S(\alpha)V(\alpha)\right]+\\+\mu U(\alpha)T(\alpha)+\mu\frac{2c_2 l}{EI\alpha}U^2(\alpha)-\mu\frac{2c_2 l}{EI\alpha}S^2(\alpha)=0\end{gathered}\tag{2.60}$$

$$\alpha = kl;\ \mu = \frac{\rho F l}{M}.$$

Уравнение (2.59) соответствует встречным (кососимметричным) колебаниям участков трубопровода и ему отвечает расчетная схема на (рис. 2.15, а). Уравнение (2.60) соответствует симметричным колебаниям участков трубопровода и ему отвечает расчетная схема (рис. 2.15, б).

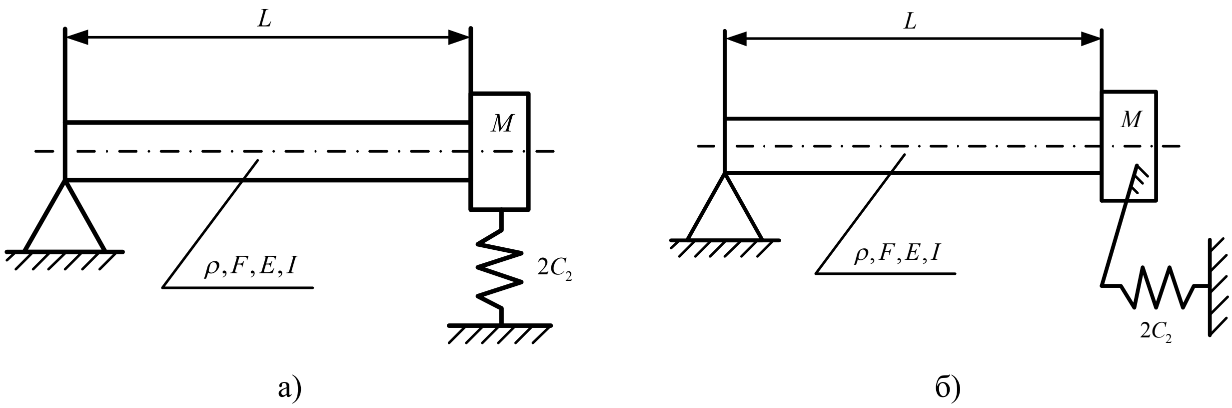
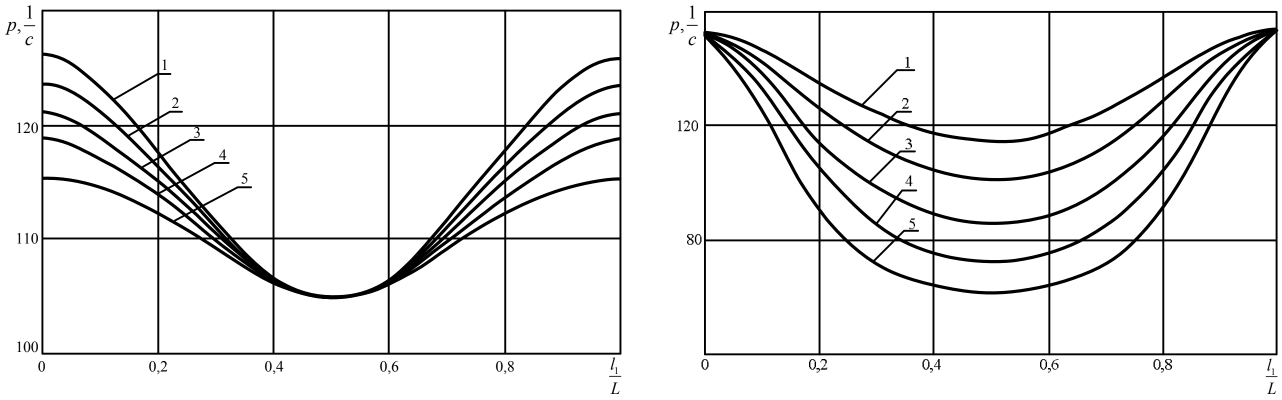


Рис. 2.15. **Расчетная схема трубопровода с фланцевым соединением; шарнирно опертые концы трубопровода; а) для встречных колебаний; б) для совпадающих колебаний.**



а) б)

Рис. 2.16. **Зависимость частоты основного тона поперечных колебаний трубопровода от месторасположения фланцевого соединения относительно опор при различных величинах поперечной (а) и продольной (б) жесткости соединения;**

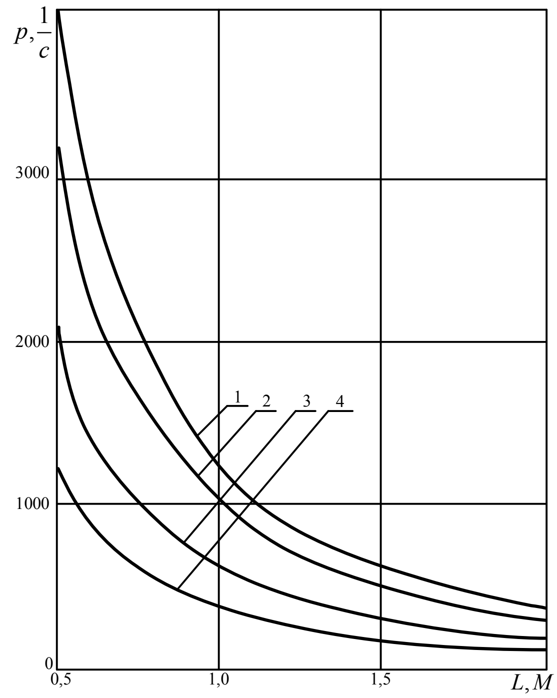


Рис. 2.17. **Зависимость частоты основного тона колебаний от длины пролета; фланцевое соединение в середине пролета; поперечная жесткость фланцевого соединения** $C_1 = 1.10^9\ Н/м$ **; изгибная жесткость** $C_2 = 1.10^6\ Нм/рад$

Получены зависимости частоты основного тона колебаний трубопровода от месторасположения фланцевого соединения и длины пролета (рис. 2.16, 2.17). На рис 2.16 принято: межопорное расстояние $L = 2м$, диаметр условного прохода Ду 32 мм; а) изгибная жесткость $C_2 = 1.10^6\ Нм/рад$; поперечная жесткость: 1) $10^9\ Н/м$; 2) $4 \cdot 10^5\ Н/м$; 3) $2 \cdot 10^5\ Н/м$; 4) $1{,}5 \cdot 10^5\ Н/м$; 5) $1 \cdot 10^5\ Н/м$ б) поперечная жесткость $C_1 = 1.10^9\ Н/м$; изгибная жесткость: 1) $1{,}10^7\ Нм/рад$; 2) $3{,}5 \cdot 10^4\ Нм/рад$; 3) $1{,}5 \cdot 10^4\ Нм/рад$; 4) $8 \cdot 10^3\ Нм/рад$; 5) $5 \cdot 10^3\ Нм/рад$

Для второго частного случая, когда фланцевое соединение находится у опоры, т.е. $l_1 = L$; $l_2 = 0$, частотное уравнение (2.55) приводится к виду

$$S(kL)=\left(\frac{c_1}{EIk^3}-\frac{Mk}{\rho F}\right)V(kL).$$

Проведенные исследования поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением позволили определить резонансные зоны и их зависимость от основных конструктивно-технологических параметров. Полученные общие решения уравнений движения создали возможность определить динамическую нагруженность фланцевого соединения и, следовательно, решить вопросы оценки работоспособности соединений.

2.5. Полученные результаты и выводы

1. Выведены уравнения равновесия для произвольной формы сечения пустотелого стержня (трубы) с учетом потока идеальной несжимаемой жидкости в безразмерной форме. Показаны сосредоточенные силы, действующие на стержень и представляющие собой реакцию потока жидкости в местах резкого изменения направления движения (например, изгиб трубы). Определено, что вызванное потоком жидкости начальное напряженное состояние стержня существенно влияет на его частотные характеристики.

2. Исследованы уравнения динамики стержня с учетом статического напряженного состояния, вызванного потоком жидкости. Определены уравнения для нахождения осевого усилия и сосредоточенной силы, возникающей при отклонении потока жидкости от прямолинейного движения на изогнутых участках стержня.

3. Рассмотрен трубопровод с фланцевым соединением как две подсистемы, объединенные в единую систему с учетом налагаемых граничных условий. Исследованы продольные свободные колебания и построена динамическая модель фланцевых соединений без учета диссипации энергии.

4. Определен спектр собственных продольных колебаний симметричной динамической системы, состоящий из двух подмножеств собственных частот, отвечающих соответственно симметричным и кососимметричным колебаниям участков трубопровода относительно оси симметрии исследуемой системы. Выве-

денные аналитические зависимости и численные значения параметров колебаний фланцевых соединений позволяют обоснованно подойти к решению проблем качества уплотнения динамически нагруженных соединений трубопроводов. Кроме того, результаты исследований дают возможность решать прикладные задачи, связанные с оптимальным выбором типа опор, жесткости соединений, местом расположения соединения относительно опор, и ряд других вопросов.

5. Проведены численные расчеты частот симметричных и кососимметричных поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением в широком диапазоне параметров исследуемой динамической системы. Проведенные исследования поперечных колебаний позволили определить резонансные зоны и их зависимость от основных конструктивно-технологических параметров, а также решить вопросы оценки работоспособности соединений.

Глава 3. МЕТОДЫ СНИЖЕНИЯ УРОВНЯ ШУМА В МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДАХ

3.1. Снижение уровня шума при прохождении потока газа через трубопроводы переменного сечения

В технике, как правило, используются плавные переходы от труб одного диаметра к другому, что связанно с динамикой потока газа или жидкости, протекающих по ним. С точки зрения акустики такие переходы полезны, так как в этом случае почти не возникает дополнительный турбулентный шум [71]. Что же касается шума, который распространяется по трубе, то, как и при любых неоднородностях, он будет от них отражаться. Другими словами, такие вставки способствуют снижению шума при его распространении.

Количественные оценки снижения шума при его прохождении через экспоненциальный и конический диффузоры приведены в работах [98, 120]. Из них следует, что звукоизоляция R обоих типов диффузоров одной и той же длины d и одинаковых отношений площадей поперечных сечений на выходе S_3 и входе S_1 $\alpha = S_3 / S_1$ совпадает на низких частотах и незначительно отличается на средних. Представляет интерес определения снижения шума другими типами переходов и сравнения их звукоизоляции с уже известными. Для этого рассмотрим в общем виде задачу о прохождении звука через трубу переменного сечения длиной d, соединяющую две полубесконечные трубы с площадями переменного сечения S_1 и S_2 (рис. 3.1) [62].

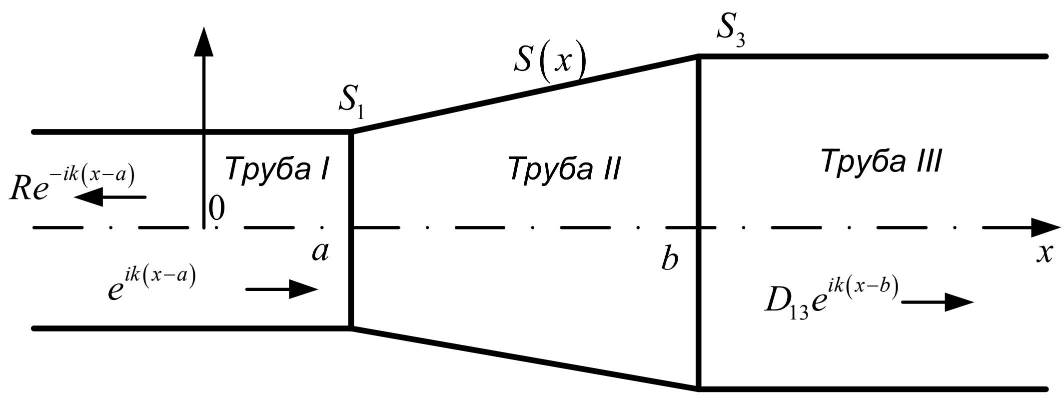


Рис. 3.1. **Схема перехода между трубами разного поперечного сечения**

3.1.1. Звукоизоляция трубы переменного сечения

Положим, что труба переменного сечения 2 расположена между точками $x = a$ и $x = b$. Ее длина $d = b - a$. Закон изменения площади поперечного сечения описывается функцией $S(x)$. Во всех трубах находится среда, характеризуемая плотностью q и скоростью распространения звука c.

Для простоты рассмотрим гармонические колебания с круговой частотой $\omega = 2\pi f$. Временной член $\exp(-i\omega t)$ в дальнейшем будем опускать.

Одновременные установившиеся колебания среды в трубе переменного сечения описываются уровнем Вебстера [71]

$$\frac{d^2 p_2(x)}{dx^2} + \frac{S'(x)}{S(x)} - \frac{dp_2(x)}{d(x)} + k^2 p_2(x) = 0, \tag{3.1}$$

где $p_2(x)$ - звуковое давление; $k = \omega / c$ - волновое число; $S'(x) = dS(x)/dx$ - производная $S(x)$.

Уравнение (3.1) является линейным дифференциальным уравнением с переменным коэффициентом $f_1(x) = S'(x)/S(x)$ при первой производной от звукового давления $p_2(x)$. Общее решение (3.1) можно записать в виде линейной комбинации двух функций $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$, удовлетворяющих (3.1),

$$p_2(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x), \tag{3.2}$$

где C_1 и C_2 - постоянные, которые определяются из граничных условий.

Решение (3.2) образует фундаментальную систему тогда и только тогда, когда их определитель Вронского [83]

$$w[\varphi_1(x), \varphi_2(x)] = \begin{vmatrix} \varphi_1(kx) & \varphi_2(kx) \\ \varphi_1'(kx) & \varphi_2'(kx) \end{vmatrix} \tag{3.3}$$

не равен нулю.

Таким образом, если φ_1 и φ_2 удовлетворяют уравнению (3.1) и их определитель $\omega \neq 0$, то звуковое давление в трубе переменного сечения записывается в виде (3.2). Колебательная скорость $\upsilon(x)$ в соответствии с уравнением Эйлера

$$\upsilon_2(x) = \frac{1}{i\rho\omega}\frac{\partial p(x)}{\partial x} = -\frac{i}{\rho c}C_1\varphi_1'(kx) - \frac{i}{\rho c}C_2\varphi_2'(kx), \tag{3.4}$$

где $\varphi'(kx)$ - производная по аргументу kx.

Положим, что из первой трубы на трубу переменного сечения падает плоская волна единичной амплитуды, звуковое давление в которой запишем в виде $p_{пад}(x) = \exp\left[ik(x-a)\right]$.

Отраженную волну представим как $p_{отр} = R_{\exp}\left[-ik(x-a)\right]$. Общее звуковое поле в первой трубе равно сумме падающей и отраженной волн:

$$p_1(x) = e^{ik(x-a)} + \mathrm{Re}^{-ik(x-a)}. \tag{3.5}$$

Колебательная скорость частиц в силу уравнения Эйлера

$$\upsilon_1(x) = \frac{1}{\rho c}e^{ikx} - \frac{1}{\rho c}\mathrm{Re}^{-ikx}. \tag{3.6}$$

Звуковое поле в третьей трубе описывается только убегающей волной:

$$\begin{gathered} p_3(x) = D_{13}e^{ik(x-b)}, \\ \upsilon_3(x) = \frac{1}{\rho c}D_{13}e^{ik(x-b)}. \end{gathered} \tag{3.7}$$

Неизвестные амплитуды R, C_1, C_2 и D_{13} находятся из граничных условий при $x = a$ и $x = b$, выражающих равенство звуковых давлений и колебательных скоростей справа и слева от этих сечений. Для нас представляет интерес только одна амплитуда прошедшей в третью трубу волны D_{13}. Поэтому из граничного условия при $x = a$ сразу же исключим коэффициент отражения R:

$$\begin{gathered} 1 + R = C_1\varphi_1(ka) + C_2\varphi_2(ka), \\ 1 - R = iC_1\varphi_1'(ka) - iC_2\varphi_2'(ka). \end{gathered}$$

Сложив эти уравнения, получим

$$C_1\left[\varphi_1(ka) - i\varphi_1'(ka)\right] + C_2\left[\varphi_2(ka) - i\varphi_2'(ka)\right] = 2. \tag{3.8}$$

При $x = b$ $p_2(b) = p_3(b)$ и $\upsilon_2(b) = \upsilon_3(b)$, откуда

$$\begin{gathered} C_1\varphi_1(kb) + C_2\varphi_2(kb) - D_{13} = 0, \\ C_1\varphi_1'(kb) + C_2\varphi_2'(kb) - iD_{13} = 0. \end{gathered} \tag{3.9}$$

Уравнения (3.8) и (3.9) образуют неоднородную систему линейных уравнений. Ее решение для D_{13} можно найти по формуле Крамера $D_{13} = \Delta_{D13} / \Delta$. Определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} \left[\varphi_1(ka) - i\varphi_1'(ka)\right] & \left[\varphi_2(ka) - i\varphi_2'(ka)\right] & 0 \\ \varphi_1(kb) & \varphi_2(kb) & -1 \\ \varphi_1'(kb) & \varphi_2'(kb) & -i \end{vmatrix}.$$

Раскрывая его, получим

$$\begin{aligned} \Delta = &\left[\varphi_1(ka)\varphi_2'(kb) + \varphi_2'(ka)\varphi_1(kb) - \varphi_1'(ka)\varphi_2(kb) - \varphi_2(ka)\varphi_1'(kb)\right] + \\ &+ i\left[\varphi_2'(ka)\varphi_1'(kb) + \varphi_2(ka)\varphi_1(kb) - \varphi_1(ka)\varphi_2(kb) - \varphi_1'(ka)\varphi_2'(kb)\right]. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Определитель

$$\Delta_{D_{13}} = 2\begin{vmatrix} \varphi_1(kb) & \varphi_2(kb) \\ \varphi_1'(kb) & \varphi_2'(kb) \end{vmatrix} = 2\left(\varphi_1\varphi_2' - \varphi_2\varphi_1'\right) = 2w\left[\varphi_1(kb), \varphi_2(kb)\right], \tag{3.11}$$

т.е. равен удвоенному определителю Вронского.

В задаче представляет интерес не коэффициент прохождения по давлению D_{13}, а коэффициент звукопрохождения по энергии τ_{13}, определяющий долю звуковой энергии, которая передают из первой трубы в третью.

В бегущей плоской волне, амплитуда давления в которой равна A, поток энергии равен $q = A^2 / 2_{QC}$. Впадающей волне единичной амплитуды $q_1 = 1/2_{QC}$, а полная энергия $Q_1 = q_1 S_1 = S_1 / 2_{QC}$. В прошедшей волне амплитуда равна D_{13}, $q_3 = \left|D_{13}\right|^2 / 2_{QC}$ и $Q_3 = S_3\left|D_{13}\right|^2 / 2_{QC}$. Коэффициент звукопрохождения по энергии

$$\tau_{13} = \frac{Q_3}{Q_1} = \frac{S_3\left|D_{13}\right|^2}{S_1} = \frac{S_3}{S_1}\left|\frac{\Delta_{D_{13}}}{\Delta}\right|^2, \tag{3.12}$$

где Δ_{D13} и Δ определяются по формулам (3.11) и (3.10).

3.1.2. Соотношение взаимности для труб переменного сечения

Полученные общие соотношения позволяют определить коэффициент звукопрохождения τ при произвольном законе изменения площади поперечного сечения $S(x)$. Для этого определяются решения (3.1) $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ при за-данном $S(x)$. Подставляя их в (3.10) и (3.11), находим значения $\Delta_{D_{13}}$ и Δ и затем τ_{13}. Однако ценность данных выражений не ограничивается этим. С их помощью можно связать решения задач о прохождении звука через трубу переменного сечения в прямом и обратном направлениях.

Для этого рассмотрим задачу, в которой плоская волна единичной амплитуды $p_{пад}$ падает на трубу переменного сечения со стороны третьей трубы. Так как она распространяется в направлении отрицательной оси x, то

$$p_{пад} = \exp\left[-ik\left(x-b\right)\right],$$

$$p_{отр} = R\exp\left[ik\left(x-b\right)\right].$$

Звуковое давление в третьей трубе

$$p_3 = e^{-ik(x-b)} + Re^{ik(x-b)}, \tag{3.13}$$

а колебательная скорость

$$\upsilon_3 = -\frac{1}{\rho c}e^{-ik(x-b)} + \frac{1}{\rho c}Re^{ik(x-b)}. \tag{3.14}$$

Давление и скорость в трубе переменного сечения $q = A^2/2_{QC}$ и $q = A^2/2_{QC}$ запишутся, как и раньше, в виде (3.2) и (3.4).

В первой трубе прошедшая волна будет

$$\begin{aligned} p_1(x) &= D_{31}e^{-ik(x-a)}, \\ \upsilon_1(x) &= -\frac{1}{\rho c}D_{31}e^{-ik(x-a)}. \end{aligned} \tag{3.15}$$

Из граничных условий при $x = b$ получим

$$1 + R = C_1\varphi_1(kb) + C_2\varphi_2(kb),$$

$$-1 + R = -iC_1\varphi_1'(kb) - iC_2\varphi_2'(kb).$$

Исключим отсюда R, вычитая из первого уравнения второе:

$$C_1\left[\varphi_1(kb) + i\varphi_1'(kb)\right] + C_2\left[\varphi_2(kb) + i\varphi_2'(kb)\right] = 2. \tag{3.16}$$

Два остальных уравнения получим из условия при $x = a$: $p_1(a) = p_2(a)$ и $\upsilon_1(a) = \upsilon_2(a)$. Тогда

$$\begin{aligned} C_1\varphi_1(ka)+C_2\varphi_2(ka)-D_{31}&=0,\\ C_1\varphi_1'(ka)+C_2\varphi_2'(ka)+iD_{31}&=0. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Определим коэффициент прохождения D_{31} по формуле Крамера $D_{31}=\Delta_{D31}/\Delta$. Определитель системы (3.16), (3.17)

$$\Delta=\begin{vmatrix} \left[\varphi_1(kb)+i\varphi_1'(kb)\right] & \left[\varphi_2(kb)+i\varphi_2'(kb)\right] & 0\\ \varphi_1(ka) & \varphi_2(ka) & -1\\ \varphi_1'(ka) & \varphi_2'(ka) & +i \end{vmatrix}.$$

Раскрывая его, получим

$$\begin{aligned} \Delta=&\left[\varphi_1(ka)\varphi_2'(kb)+\varphi_2'(ka)\varphi_1(kb)-\varphi_1'(ka)\varphi_2(kb)-\varphi_2(ka)\varphi_1'(kb)\right]+\\ &+i\left[\varphi_2(ka)\varphi_1(kb)+\varphi_2'(ka)\varphi_1'(kb)-\varphi_1(ka)\varphi_2(kb)-\varphi_1'(ka)\varphi_2'(kb)\right]. \end{aligned} \tag{3.18}$$

Определитель

$$\Delta_{D_{31}}=2\begin{vmatrix} \varphi_1(ka) & \varphi_2(ka)\\ \varphi_1'(ka) & \varphi_2'(ka) \end{vmatrix}=2w\left[\varphi_1(ka),\varphi_2(ka)\right]. \tag{3.19}$$

Коэффициент звукопрохожденя по энергии

$$\tau_{31}=\frac{S_1}{S_2}\left|\frac{\Delta_{31}}{\Delta}\right|^2. \tag{3.20}$$

Из сравнения уравнений (3.10) и (3.18) следует, что определители Δ систем управлений (3.8)-(3.9) и (3.16)-(3.17) равны друг другу. Поэтому отношение коэффициентов звукопрохождения

$$\frac{\tau_{13}}{\tau_{31}}=\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\left|\frac{w\left[\varphi_1(kb),\varphi_2(kb)\right]}{w\left[\varphi_1(ka),\varphi_2(ka)\right]}\right|^2. \tag{3.21}$$

В силу формулы Лиувилля [29] отношение определителей Вронского

$$\alpha=\frac{w\left[\varphi_1(kb),\varphi_2(kb)\right]}{w\left[\varphi_1(ka),\varphi(ka)\right]}=e^{-\int_a^b\frac{S'(x)}{S(x)}dx}.$$

Вычислим входящий сюда интеграл. $I=\int_a^b\frac{S'(x)}{S(x)}dx$. Так как $S'(x)/dS(x)/dx$, то

$$S'(x)dx = (dS/dx)dx = dS .$$

Отсюда

$$I = \int\limits_{S(a)}^{S(b)} dS/S = \ln S\Big|_{S(a)}^{S(b)} = \ln S(b)/S(a) = \ln S_3/S_1 .$$

Отношение определителей Вронского

$$\alpha = e^{-\ln S_3/S_1} = \frac{S_1}{S_3}.$$

Так как в (3.21) входит квадрат α, то

$$\frac{\tau_{13}}{\tau_{31}} = \left(\frac{S_3}{S_1}\right)^2 \left(\frac{S_1}{S_3}\right)^2 = 1, \text{ т.е.}$$

$$\tau_{13} = \tau_{31}. \qquad (3.22)$$

Таким образом, с какой бы стороны звук не падал на трубу переменного сечения, доля энергии, которая пройдет через нее, будет одна и та же. Это утверждение относится к группе теорем взаимности.

Из него можно сделать полезные выводы:

1. Уменьшение или увеличение всех площадей поперечных сечений в q раз не меняет коэффициента звукопрохождения по энергии τ (соотношение подобия).

Это утверждение следует из того, что изменение $S(x)$ в q раз не меняет отношение $f_1(x) = S'(x)/S(x)$, так как при $S_н(x) = qS(x)\ S'_н(x) = qS'(x)$ и $f_1(x) = S'_н/S_н = S'(x)/S(x)$. Раз не меняется управление (3.1), то не меняются $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ и все остальные выражения.

2. Не имеет значения, с какой трубой переменного сечения мы имеем дело – сужающейся или расширяющейся. Если только у них длина, отношения площадей поперечного сечения на концах и закон изменения $S(x)$ будут одинаковы, то и коэффициенты звукопрохождения по энергии τ будут равны.

3.1.3. Экспоненциальный диффузор (конфузор)

В качестве примера применения полученных выражений рассмотрим трубу переменного сечения, у которой площадь поперечного сечения меняется по экспоненциальному закону, т.е. $S(x) = S_1 e^{\beta x}$ (экспоненциальный диффузор).

При длине диффузора d $S_3 = S_1 e^{\beta d}$, откуда $\beta = \frac{1}{d}\ln\left(\frac{S_3}{S_1}\right)$. Так как $S(x) = \beta S(x)$, то $S'/S = \beta$ и уравнение (3.1) запишется в виде $p'' + \beta p' + k^2 p = 0$.

Это обычное уравнение Гельмгольца. Его характеристическим уравнением является $\alpha^2 + \beta\alpha + k^2 = 0$, откуда $\alpha_{1,2} = -\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - k^2}$.

Функции

$$\varphi_1(kx) = e^{\alpha_1 x},\ \varphi_2(kx) = e^{\alpha_2 x}.$$

Производные

$$\varphi_1'(kx) = \frac{\alpha_1}{k} e^{\alpha_1 x},\ \varphi_2'(kx) = \frac{\alpha_2}{k} e^{\alpha_2 x}.$$

Определитель Δ_D в соответствии с (3.11) равен

$$\Delta_D = 2\left(e^{\alpha_1 d}\frac{\alpha_2}{k}e^{\alpha_2 d} - e^{\alpha_2 d}\frac{\alpha_1}{k}e^{\alpha_1 d}\right) = \frac{2}{k}e^{(\alpha_1+\alpha_2)d}\left(\alpha_2 - \alpha_1\right) = \frac{4}{k}\frac{S_1}{S_3}\sqrt{\frac{\beta^2}{4} - k^2}. \quad (3.23)$$

так как $a = 0$ и $b = d$.

Определитель

$$\begin{aligned}\Delta = &\left[\frac{\alpha_2}{k}e^{\alpha_2 d} + \frac{\alpha_2}{k}e^{\alpha_1 d} - \frac{\alpha_1}{k}e^{\alpha_2 d} - \frac{\alpha_1}{k}e^{\alpha_1 d}\right] + \\ &+ i\left[\frac{\alpha_1\alpha_2}{k^2}e^{\alpha_1 d} + e^{\alpha_1 d} - e^{\alpha_2 d} - \frac{\alpha_1\alpha_2}{k^2}e^{\alpha_2 d}\right].\end{aligned} \quad (3.24)$$

Для корней характеристического уравнения справедливы соотношения

$$\alpha_1\alpha_2 = k^2,$$
$$\alpha_1 + \alpha_2 = -\beta,$$
$$\alpha_1 - \alpha_2 = 2\sqrt{\beta^2/4 - k^2}$$

Используя их, получим

$$\Delta = \frac{e^{-k_0 d}}{k}\left[\left(\alpha_2 - \alpha_1\right)\left(e^{-\sqrt{k_0^2 - k^2}d} + e^{\sqrt{k_0^2 - k^2}d}\right)\right] + i2e^{-k_0 d}\left[e^{\sqrt{k_0^2 - k^2}d} - e^{-\sqrt{k_0^2 - k^2}d}\right],$$

где $k_0 = \beta/2$, или

$$\Delta = \frac{-e^{-k_0 d}}{k} 4\sqrt{k_0^2 - k^2}\,\mathrm{ch}\left(\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d\right) + 4ie^{-k_0 d}\,\mathrm{sh}\left(\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d\right).$$

Подставив найденные значения Δ_D и Δ в (3.22), получим

$$\tau = \frac{S_3}{S_1}\frac{16}{k^2}\left(k_0^2 - k^2\right)\frac{S_1^2}{S_3^2}\frac{k^2 e^{2k_0 D}}{16\left(k_0^2 - k^2\right)\left[\mathrm{ch}^2\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d + \frac{k^2}{k_0^2 - k^2}\mathrm{sh}^2\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d\right]}.$$

или

$$\tau = \frac{1}{\mathrm{ch}^2\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d + \frac{k^2}{k_0^2 - k^2}\mathrm{sh}^2\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d}.$$

Если воспользоваться формулой $\mathrm{ch}^2 x = 1 + \mathrm{sh}^2 x$, то

$$\tau = \frac{1}{1 + \frac{k_0^2}{k_0^2 - k^2}\mathrm{sh}^2\left(\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d\right)},$$

а звукоизоляция

$$R = -10\lg\tau = 10\lg\left[1 + \frac{k_0^2}{k_0^2 - k^2}\mathrm{sh}^2\left(\sqrt{k_0^2 - k^2}\,d\right)\right] \text{ при } k_0 > k. \qquad (3.25)$$

Это выражение справедливо при $k_0 > k$, так как в противном случае подкоренное выражение становится отрицательным. При $k > k_0$ (на высоких частотах) воспользуемся формулой $\mathrm{sh}ix = i\sin x$, из (3.25) получим:

$$R = 10\lg\left[1 + \frac{k_0^2}{k^2 - k_0^2}\sin^2\left(\sqrt{k^2 - k_0^2}\,d\right)\right] \text{ при } k > k_0. \qquad (3.26)$$

Рассмотрим предельный случай, когда $k \to k_0$. Тогда

$$\lim_{k \to k_0}\left[\sin^2\frac{\sqrt{k^2 - k_0^2}\,d}{k_0^2 - k^2}\right] = d^2$$

и (3.26) переходит в

$$R = 10\lg\left[1 + k_0^2 d^2\right] = 10\lg\left[1 + \frac{\left(\ln\frac{S_3}{S_1}\right)^2}{4}\right]. \qquad (3.27)$$

Из выражений (3.25) и (3.26) следует, что 2

Были произведены расчеты на компьютере звукоизоляции экспоненциального диффузора для различных отношений площадей поперечного сечения S_3/S_1. Результаты расчетов приведены на рис.3 для $S_3/S_1 = 2,\ 4,\ 6, 8,\ 16$. Здесь по оси абсцисс отложена безразмерная частота $kd = \omega/\omega_0$, по оси ординат – звукоизоляция R в дБ. Как видно из графиков, R тем больше, чем выше отношение S_3/S_1. На частотах, которые выше критической ω_0, звукоизоляция R быстро падает до нуля.

В соответствии с выводом 2 предыдущего раздела у трубы с $S(x) = S_1 e^{\beta x}$ (экспоненциальный конфузор) той же длины d, коэффициент звукопрохождения по энергии также равен τ, поэтому все, что сказано выше о диффузоре, справедливо и для конфузора.

3.1.4. Конический диффузор (конфузор)

На практике более технологичным является конический диффузор, поэтому возникает задача рассчитать его звукоизоляцию и сравнить ее со звукоизоляцией экспоненциального.

У конического диффузора $S(x) = Ax^2$, где A - некоторая постоянная, характеризующая степень раскрытия диффузора. Координаты a и b входа и выхода диффузора связаны с длиной d и отношением площадей выходного S_3 и входного S_1 сечений $\alpha = S_3/S_1$ соотношениями: $a = \frac{1}{\left(\sqrt{\alpha} - 1\right)} d$ и $b = \frac{\sqrt{\alpha}}{\left(\sqrt{\alpha} - 1\right)} d$.

Производная $S'(x) = 2Ax$, коэффициент $f_1(x) = S'(x)/S(x) = 2Ax/Ax^2 = 2/x$. Уравнение Вебстера (3.1) записывается как

$$p_2''(x)+\frac{2}{x}p_2'(x)+k^2p_2=0\,.$$

Его решения φ_1 и φ_2 и их производные:

$$\begin{gathered}\varphi_1(kx)=+\frac{e^{ikx}}{x};\ \varphi_2(kx)=\frac{e^{-ikx}}{x};\\ \varphi_1'(kx)=-\frac{e^{ikx}}{kx^2}(1-ikx);\ \varphi_2'(kx)=-\frac{e^{-ikx}}{kx^2}(1+ikx);\end{gathered}\tag{3.28}$$

Подставив их в (3.11) получим

$$\Delta_D=-2\left[\frac{e^{ikb}}{b}\frac{e^{-ikb}}{kb^2}(1+ikb)-\frac{e^{-ikb}}{b}\frac{e^{ikb}}{kb^2}(1-ikb)\right]=\frac{-2\cdot 2ikb}{kb^3}=-\frac{4i}{b^2}.$$

Вычислим определитель системы Δ, используя (3.10):

$$\begin{gathered}\Delta=\ [-\frac{e^{ikb}}{a}\frac{e^{-ikb}}{kb^2}(1+ikb)-\frac{e^{-ika}}{ka^2}(1+ika)\frac{e^{ikb}}{b}+\frac{e^{ikb}}{ka^2}(1-ika)\frac{e^{-ikb}}{b}+\\ +\frac{e^{-ika}}{a}\frac{e^{ikb}}{kb^2}(1-ikb)]+i[\frac{e^{ikb}}{ka^2}(1+ika)\frac{e^{ikb}}{kb^2}(1-ikb)-\\ -\frac{e^{ika}}{ka^2}(1-ika)\frac{e^{-ikb}}{kb^2}(1+ikb)+\frac{e^{ikb}e^{-ika}}{ab}-\frac{e^{ika}e^{-ikb}}{ab}]=\Delta_1+i\Delta_2.\end{gathered}\tag{3.29}$$

Выражение, стоящее в первых квадратных скобках, после несложных преобразований приводится к виду

$$\Delta_1=-\frac{2i}{k^2a^2b^2}\left[kd\sin kd+2k^2ab\cos kd\right],$$

а, во вторых

$$i\Delta_2=\frac{2}{k^2a^2b^2}\left[kd\sin kd+2k^2ab\cos kd\right],$$

где $d=b-a$ - длина диффузора.

Квадрат модуля Δ равен:

$$|\Delta|^2=\frac{4}{k^4a^4b^4}\left\{\left(kd\sin kd+2k^2ab\cos kd\right)^2+\left[kd\sin kd-\left(1+2k^2ab\right)\cos kd\right]^2\right\},$$

$$|\Delta|^2=\frac{16}{a^2b^2}\left[1+\frac{(kd)^2+\left(1+4k^2ab\right)\sin^2 kd-2kd\sin kd\cos kd}{4k^2a^2b^2}\right].\tag{3.30}$$

Коэффициент звукопрохождения по энергии

$$\tau = \frac{b^2}{a^2}\left|\frac{\Delta p}{\Delta}\right|^2 = \frac{b^2}{a^2}\frac{16a^2b^2}{b^4 16}\frac{1}{\left[\dfrac{(kd)^2 + \left(1+4k^2ab\right)\sin^2 kd - 2kd\sin kd\cos kd}{4k^2a^2b^2}\right]}$$

Звукоизоляция

$$R = -10\lg\tau = 10\lg\left[1 + \frac{(kd)^2 + \left(1+4k^2ab\right)\sin^2 kd - 2kd\sin kd\cos kd}{4k^2a^2b^2}\right] \quad (3.31)$$

Анализ выражения (3.31) показывает, что на частотах $f < c/2d$ звукоизоляция меняется плавно. Затем появляются максимумы и минимумы в значениях R. На низких частотах, когда $f < c/(2\pi d)$, (3.31) можно упростить, разложив $\sin kd$ и $\cos kd$ в ряды по степеням kd. Для этого воспользуемся соотношениями $\sin^2 kd = 1/2(1-\cos 2kd)$ и $2\sin kd\cos kd = \sin 2kd$. Ограничиваясь в разложениях членами

$$\sin 2kd \approx 2kd - \frac{4}{3}(kd)^3,\ \cos 2kd \approx 1 - 2(kd)^2 + \frac{2}{3}(kd)^4,$$

после преобразований получим

$$R \approx 10\lg\left[1 + \frac{\left(\dfrac{b^2}{a^2} - 1\right)^2}{\dfrac{4b^2}{a^2}}\right].$$

Так как $b^2/a^2 = S_3/S_1$, то последнее выражение можно переписать в виде

$$R \approx 10\lg\left[1 + \frac{\left(\dfrac{S_3}{S_1} - 1\right)^2}{\dfrac{4S_3}{S_1}}\right]. \quad (3.32)$$

При расчете звукоизоляции удобно воспользоваться графиком, приведенном на рис. 3.2. Здесь по оси абсцисс отложены отношения площадей S_3/S_1, а по оси ординат – величина звукоизоляции R в дБ.

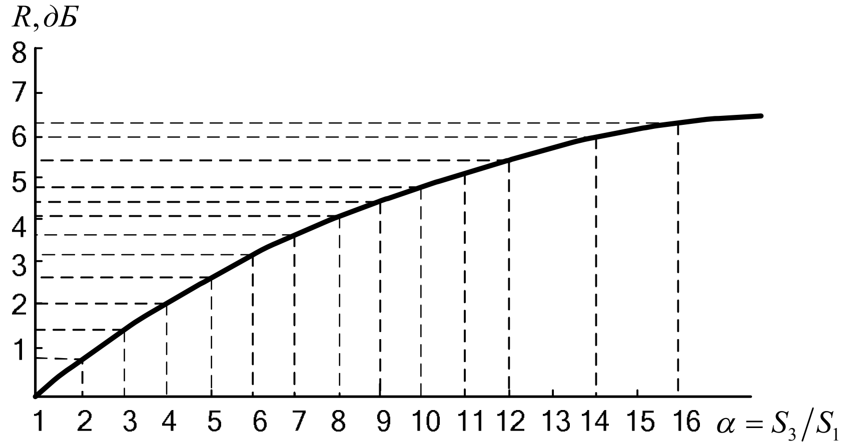


Рис. 3.2. **Зависимость звукоизоляции от отношения площадей поперечного сечения труб**

Следует отметить, что на низких частотах, когда по длине диффузора нет резонансов, звукоизоляция определяется только соотношением $\alpha = S_3/S_1$ и расчет R можно вести по графику рис. 3.2. Только тогда, когда $f \geq c/2\pi d$, для расчетов нужно пользоваться формулой (3.31).

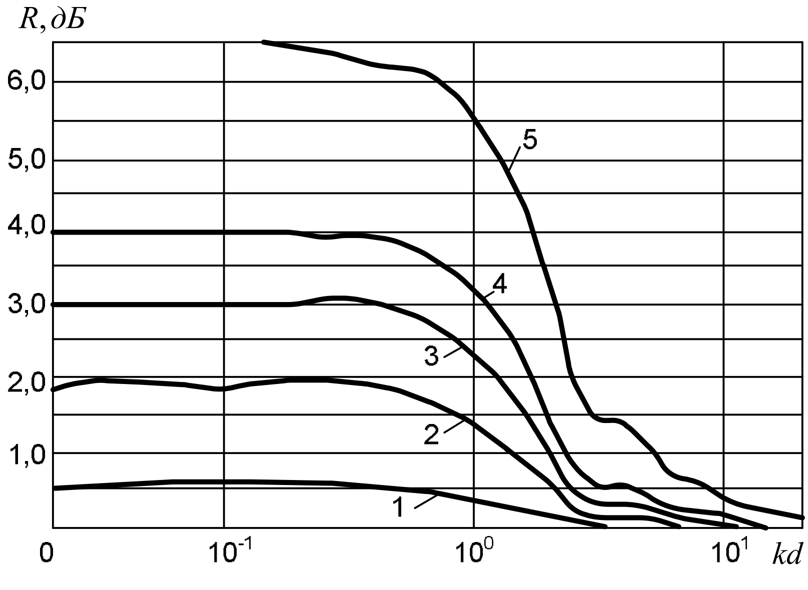


Рис. 3.3. **Зависимость звукоизоляции от безразмерной частоты**

Были проведены расчеты на компьютере звукоизоляции конического диффузора для пяти отношений $\alpha = S_3/S_1 = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 16$. Результаты их приведены на рис. 3.3. Здесь по оси абсцисс отложена безразмерная частота kd, по оси ординат – звукоизоляция R в дБ. Сравнение графиков рис. 3.3 с графиками звукоизоляции экспоненциального диффузора показывает, что они почти не отличаются друг от друга. Из этого следует, что на практике лучше применять конический диффузор, так как он более технологичен по сравнению с экспоненциальным. Можно также рекомендовать для оценки диффузора формулы (3.25) и (3.26), выведенные для экспоненциального диффузора, так как они значительно проще.

3.1.5. Параболический диффузор (конфузор)

Рассмотрим параболический диффузор. Площадь его поперечного сечения меняется по закону $S(x) = Ax$. производная - $S'(x) = A$. Отношение $f_1(x) = S'(x)/S(x) = 1/x$. Уравнение (3.1) для него запишется в виде

$$p''(x) + \frac{1}{x} p'(x) + k^2 p = 0 .$$

Это обычное уравнение Бесселя. Его решениями будут функции Бесселя $I_0(kx)$ и Неймана $N_0(kx)$. Производные их по аргументу равны соответственно $I_0' = -I_1$ и $N_0' = -N_1$, где I_1 и N_1 - функции Бесселя и Неймана первого порядка. Таким образом,

$$\begin{aligned} &\varphi_1(kx) = I_0(kx),\ \varphi_2(kx) = N_0(kx), \\ &\varphi_1'(kx) = -I_1(kx),\ \varphi_2'(kx) = -N_1(kx). \end{aligned} \tag{3.33}$$

Определитель (3.11) равен [126]:

$$\Delta_D = 2\left[-I_0(kb)N_1(kb) + N_0(kb)I_1(kb) = \frac{4}{\pi kb}\right].$$

Определитель системы

$$\begin{aligned} &\Delta = \left[-I_0(kb)N_1(kb) - N_1(kb)I_0(kb) + I_1(ka)N_0(kb) + N_0(ka)I_1(kb)\right] + \\ &+ i\left[N_1(ka)I_1(kb) + N_0(ka)I_0(kb) - I_0(ka)N_0(kb) - I_1(ka)N_1(kb)\right]. \end{aligned} \tag{3.34}$$

Коэффициент звукопрохождения по энергии

$$\tau = \frac{S_3}{S_1}\left|\frac{\Delta_D}{\Delta}\right|^2,$$

а звукоизоляция

$$R = 10\lg\frac{\pi\ \alpha\left(kd\right)^2}{16\left(\alpha-1\right)^2}\{[I_1\left(ka\right)N_0\left(kb\right)+N_0\left(ka\right)I_1\left(kb\right)-$$
$$-I_0\left(ka\right)N_1\left(kb\right)-N_1\left(ka\right)I_0\left(kb\right)]^2+[N_1\left(ka\right)I_1\left(kb\right)+ \tag{3.35}$$
$$+N_0\left(ka\right)I_0\left(kb\right)-I_0\left(ka\right)N_0\left(kb\right)-I_1\left(ka\right)N_1\left(kb\right)]^2\}.$$

Определим значения a и b. Радиус r параболического кругового диффузора равен $r=\sqrt{Ax}$. Площадь $S\left(x\right)=\pi r^2=\pi Ax$. Площадь входного сечения $S_1=-\eta Aa$, выходного - $S_3=\pi Ab$. Их отношение $\alpha=S_3/S_1=b/a$. Длина диффузора $d=b-a$. Из этих двух уравнений получим значение $a=d/\left(\alpha-1\right)$ и $b=d\alpha/\left(\alpha-1\right)$.

Звукоизоляция параболического кожуха была рассчитана на ЭВМ. Результаты расчета приведены на рис. 3.3. Здесь по оси абсцисс отложена безразмерная частота $kd=f/f_0$, где $f_0=c/2\pi d$, по оси ординат – звукоизоляция R в дБ.

3.1.6. Степенные диффузоры (конфузоры)

В работе В.В. Фурдуева [120] выделено семейство рупоров (диффузоров), в состав которых входит и экспоненциальный рупор. Для аналитического определения такого семейства задается связь между сечением $S\left(x\right)$ и скоростью его возрастания $S'\left(x\right)$ в форме

$$S'\left(x\right)=\frac{dS\left(x\right)}{dx}=\beta_n S^n\left(x\right). \tag{3.36}$$

При $n\neq 1$ общий интеграл (3.36) имеет вид

$$S\left(x\right)=S_1\left(1+\alpha_{\frac{1}{1-n}}x\right)^{\frac{1}{1-n}}, \tag{3.37}$$

где S_1 - входное сечение диффузора, а

$$\alpha_{\frac{1}{1-n}}=\frac{\left(1-n\right)\beta_n}{S_1^{1-n}}.$$

Уравнение (3.37) определяет семейство диффузоров, членам которого соответствует различные значения параметра n.

Можно выделить частные случаи:

1. При $n=0$ получается параболический диффузор, рассмотренный выше.

2. При $n=1/2$ имеем канонический диффузор.

3. При $n=3/2,\ 3/4,\ 4/5,\ ...,\ (m-1)/m,$ где m - целое число, получаются разновидности степенных диффузоров, предельным случаем которых при $m\to\infty$ является экспоненциальный диффузор

Поперечные сечения степенных рупоров меняются по закону

$$S_m(x)=S_1(1+\alpha_m x)^m .$$

Производная

$$S'_m(x)=\alpha_m m S_1(1+\alpha_m x)^{m-1}.$$

Коэффициент уравнения движения (3.1)

$$f_1(x)=S'_m(x)/S_m(x)=\alpha_m m/(1+\alpha_m x)=\frac{m}{(x+1/\alpha_m)}.$$

Таким образом, уравнение (3.1) записывается в виде

$$p''(x)+\frac{m}{\left(x+\dfrac{1}{\alpha_m}\right)}p'(x)+k^2 p(x)=0. \tag{3.38}$$

Его решения выражаются через функции Ганкеля:

$$\begin{aligned}
\varphi_1(x)&=\left(x+\frac{1}{\alpha_m}\right)^{\frac{1-m}{2}} H^{(1)}_{\frac{m-1}{2}}\left(kx+\frac{k}{\alpha_m}\right),\\
\varphi_2(x)&=\left(x+\frac{1}{\alpha_m}\right)^{\frac{1-m}{2}} H^{(2)}_{\frac{m-1}{2}}\left(kx+\frac{k}{\alpha_m}\right).
\end{aligned} \tag{3.39}$$

При четных значениях m функции φ выражаются через экспоненциальные функции [126]. Например,

$$H^{(1)}_{5/2}(z)=-i\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(\frac{3}{z^2}-i\frac{3}{z}-1\right)e^{iz}.$$

Тогда решения уравнения (3.38) φ_1 и φ_2 выражаются через элементарные функции. Так же выражаются и их производные. Не составляет особого труда определить их и подсчитать на ЭВМ звукоизоляцию степенных диффузоров (конфузоров) с помощью полученных выражений (3.10), (3.11) и (3.12).

3.2. Соотношение взаимности для труб переменного сечения как следствие самосопряженности дифференциальных уравнений и краевых условий

При решении ряда задач большую помощь оказывает знание соотношений взаимности. Хотя они и не позволяют получить решение, но, что важнее, дают возможность свести ее к уже известным результатам.

Группа теорем взаимности является следствием самосопряженности дифференциальных уравнений и краевых условий. Существует стандартная методика их вывода. Для этого используется неоднородное уравнение движения, в правой части которого задают точечный источник.

3.2.1. Уравнение Вебстера для вынужденных колебаний

Запишем уравнение непрерывности. В объем трубы, заключенный между сечениями x_1 и x_2, в единицу времени через сечения $S(x_1)$ проходит масса среды, равная $Q(x_2)\ \upsilon(x_2)\ S(x_2)$. В среде могут существовать источники объемной скорости с производительностью q объемных единиц в единицу времени [58]. Они создают в единицу времени массу, равную $QqS\Delta x$ (рис. 3.4).

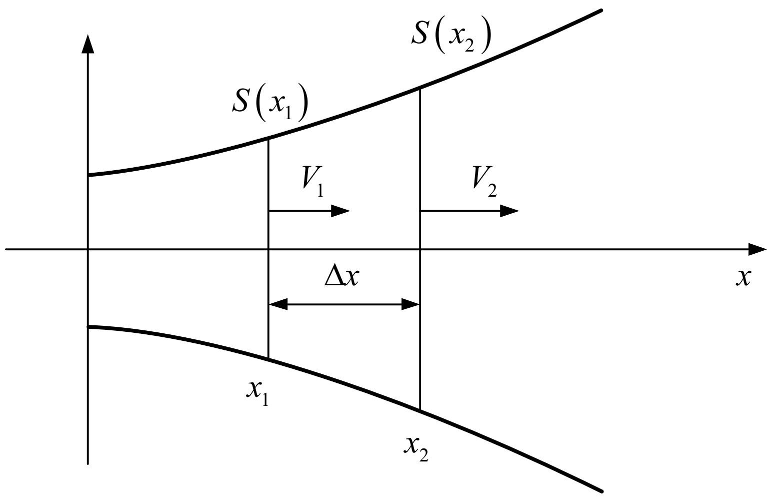


Рис. 3.4. **Схема массовых скоростей в трубе**

Таким образом, баланс массы в элементарном объеме $\Delta\upsilon = S(x_1)\Delta x$ будет $-\frac{\partial\left(\rho\upsilon S\right)}{\partial x}=S\frac{\partial\rho}{\partial t}-qS\rho$. В линейном приближении это запишется как

$$-\rho_0\frac{\partial\upsilon S}{\partial x}=S\frac{\partial\rho}{\partial t}-\rho_0 Sq\,. \tag{3.40}$$

Это и есть уравнения непрерывности для трубы переменного сечения. Уравнение Эйлера запишется так же, как и всегда, в виде

$$-\rho_0\frac{\partial\upsilon}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{3.41}$$

Из уравнения состояния между переменными значениями давления p и плотности Q существует связь

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t}, \tag{3.42}$$

где $-\frac{\partial\left(\rho\upsilon S\right)}{\partial x}=S\frac{\partial\rho}{\partial t}-qS\rho$ - скорость распространения звука в среде. Подставив (3.42) в (3.40), получим

$$-\rho_0\frac{\partial\upsilon S}{\partial t}=\frac{S}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t}-\rho_0 Sq\,. \tag{3.43}$$

Продифференцировав (3.43) по x, умножив (3.41) на S и продифференцировав по времени, получим систему уравнений

$$\begin{gathered}-\rho_0\frac{\partial^2\upsilon S}{\partial x\partial t}=\frac{S}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\rho_0\frac{S\partial q}{\partial t}\\ -\rho_0\frac{\partial^2\left(\upsilon S\right)}{\partial t\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(S\frac{\partial p}{\partial x}\right)\end{gathered}. \tag{3.44}$$

Вычитая одно уравнение (3.44) из другого, получим уравнение Вебстера для вынужденных колебаний, которые возбуждаются источниками объемной скорости:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(S\frac{\partial p}{\partial x}\right)-\frac{S}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=-\rho_0 S\frac{\partial q}{\partial t}. \tag{3.45}$$

В случае, если источник сосредоточен в т. $x=x_1$ (точечный источник), то $q=q_0\delta\left(x-x_1\right)$. Здесь q_0 имеет разномерность скорости, т. е. $\left[q_0\right]=\frac{м}{c}$, а величина $\left[\rho_0 q_0\right] = \frac{кг}{м^2 с}$ - количество среды, которое вытекает через единицу поверхности в единицу времени. Величина $Q = q_0 S$ есть объемная скорость источника. Тогда (3.45) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(S\frac{\partial p}{\partial x}\right) - \frac{S}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0 S\frac{\partial q_0}{\partial t}\delta\left(x - x_1\right) = -\rho_0\frac{\partial Q}{\partial t}\delta\left(x - x_1\right). \qquad (3.46)$$

3.2.2. Теорема взаимности для трубы переменного сечения

Рассмотрим следующую задачу: в т. $x = x_1$ помещен источник с объемной скоростью Q_1. Он создает в трубе звуковое поле p_1, которое определяется уравнением (3.46). Возьмем случай гармонических колебаний. Тогда $q_0 \sim^{-i\omega t}$ и (3.46) можно переписать в виде

$$\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp}{dx}\right) + k^2 S p_1 = i\rho_0\omega Q_1\delta\left(x - x_1\right). \qquad (3.47)$$

Здесь $k = \omega / c$ - волновое число в среде. Положим, что в т. $x = x_2$ расположен источник с объемной скоростью Q_2. Он создает в трубе звуковое давление $p_2\left(x\right)$, которое подчиняется уравнению

$$\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp_2}{dx}\right) + k^2 S p_2 = i\rho_0\omega Q_2\delta\left(x - x_2\right). \qquad (3.48)$$

Умножим уравнение (3.47) на $p_2\left(x\right)$, а (3.48) – на $p_1\left(x\right)$ и вычтем одно из другого. Тогда получим:

$$p_2\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp_1}{dx}\right) - p_1\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp_2}{dx}\right) =$$
$$= i\rho_0\omega\left[Q_1 p_2\delta\left(x - x_1\right) - Q_2 p_1\delta\left(x - x_2\right)\right].$$

Проинтегрируем его по всей оси x от $-\infty$ до $+\infty$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left[p_2\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp_1}{dx}\right) - p_1\frac{d}{dx}\left(S\frac{dp_2}{dx}\right)\right]dx =$$
$$= i\rho_0\omega\left[Q_1 p_2\left(x_1\right) - Q_2 p_1\left(x_2\right)\right]. \qquad (3.49)$$

Справа в этом выражении интегралы исчезают в силу свойств δ-функции

$\int f(x)\delta(x-x_0)dx = f(x_0)$.

Проинтегрируем интегралы слева по частям:

$$p_2S\frac{dp_1}{dx}\Bigg|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_2}{dx}S\frac{dp_1}{dx}dx - p_1S\frac{dp_2}{dx}\Bigg|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_1}{dx}S\frac{dp_1}{dx}dx = \\ = p_2S\frac{dp_1}{dx}\Bigg|_{-\infty}^{\infty} - p_1S\frac{dp_2}{dx}\Bigg|_{-\infty}^{\infty}, \tag{3.50}$$

так как интегралы сократятся.

Если на бесконечности нет источников, то при наличии хотя бы небольших потерь значения функций p_2S^{dp1}/dx и p_1S^{dp2}/dx в (3.50) при $x=\pm\infty$ обращаются в нуль. Следовательно, правая часть в (3.49) равна нулю, откуда

$$Q_1p_2(x_1) = Q_2p_1(x_2), \tag{3.51}$$

при $Q_1 \neq Q_2 = Q$

$$p_2(x_1) = p_1(x_2). \tag{3.52}$$

Уравнения (3.51) и (3.52) дают математическую формулировку принципа взаимности для труб переменного сечения. Последняя из них говорит о том, что источник с объемной скоростью Q, помещенный в т. $x=x_1$, создает в т. $x=x_2$ такое же звуковое давление, которое он создает в т. $x=x_1$, будучи помещен в т. $x=x_2$.

3.2.3. О коэффициентах прохождения по энергии через диффузор и конфузор

Возьмем трубу переменного сечения, соединяющую две цилиндрические трубы с площадями поперечного сечения S_1 и S_2 (рис. 3.5). Поместим в т. $x=x_1$ источник с объемной скоростью Q. Амплитуда звукового давления, которую создает этот источник в трубе I, $p_1 \sim q = Q/S_1$. Запишем ее в виде $p_1 = \alpha Q/S_1$. Поток звуковой энергии в трубе I равен $W_1 = S_1p_1^2/2\rho c = \alpha^2Q^2/2qcS_1$, где $p_1 = \alpha Q/S_1$ и $p_1 = \alpha Q/S_1$ - плотность и скорость распространения звука в среде [59].

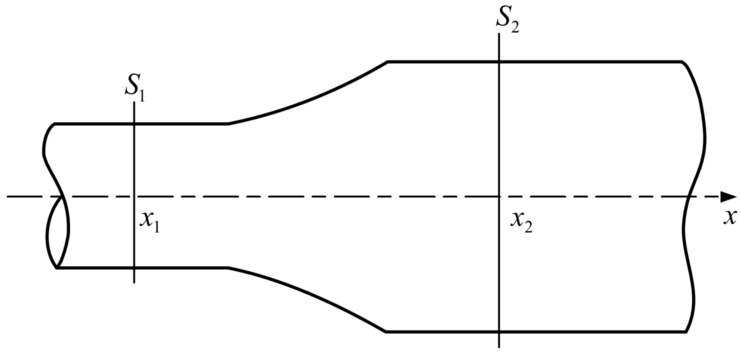


Рис. 3.5. **Соединение труб переменного сечения**

Источник создает в т. x_2, расположенной в трубе II, звуковое давление $p(x_2)$. Поток звуковой энергии в трубе II равен $W_2 = p_2^2(x_2)S_2 / 2\rho c$. Коэффициент прохождения звука (звукопередачи) равен отношению

$$\tau_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{p^2(x_2)S_2S_1}{\alpha^2 Q^2}. \tag{3.53}$$

Поместим теперь источник с объемной скоростью Q в т. $x = x_2$. В трубе II он создает звуковое поле $p_2 = \alpha Q / S_2$ и поток звуковой энергии $W_2 = \alpha^2 Q^2 / 2qcS_2$. В силу теоремы взаимности (3.52) он создает в т. $x = x_1$ звуковое давление, равное $p(x_1) = p(x_2)$. Тогда поток энергии в трубе I равен $W_1 = p^2(x_2)S_1 / 2qc$. Коэффициент прохождения звука по энергии из трубы II в трубу I в этом случае

$$\tau_{21} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{p^2(x_2)S_1S_2}{\alpha^2 Q^2}. \tag{3.54}$$

Из сравнения (3.53) и (3.54) видно, что

$$\tau_{12} = \tau_{21}. \tag{3.55}$$

Таким образом, коэффициент прохождения звука по энергии из трубы меньшего свечения в трубу большого сечения c_{12} (диффузор) равен коэффициенту прохождения звука в обратном направлении (конфузор).

Этот вывод является следствием теоремы взаимности. Можно вывести еще одно полезное следствие, используя соотношения (3.55). Для этого рассмотрим следующую задачу: труба I с поперечным сечением S_1 соединена с двумя трубами, которые имеют площади поперечного сечения S_2 и S_3, трубами переменного поперечного сечения (рис. 3.6), причем

$$\frac{S_3}{S_1} = \frac{S_1}{S_2}. \tag{3.56}$$

По трубе I бежит плоская волна. Каковы коэффициенты прохождения звука по энергии из трубы I в трубы II и III?

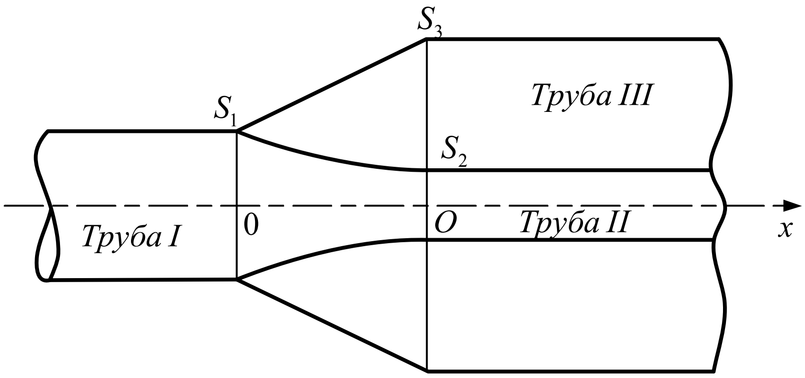


Рис. 3.6. **Соединение с двумя трубами переменного сечения**

Для выяснения этого вопроса обратимся к уравнению Вебстера (3.45), записав его в виде

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{S'(x)}{S(x)} + k^2 p = i\rho_0 \omega q \omega. \tag{3.57}$$

Допустим, что мы изменим поперечные сечения всех труб в α раз, не меняя закона изменения поперечного сечения $S(x)$. Тогда производная $S'_н(x) = \alpha S'_н(x)$ и отношение $S'_н / S_н = \alpha S'(z) / \alpha S(x) = S'(x) / S(x)$ не изменятся. Другими словами, при увеличении или уменьшении поперечных сечений труб уравнение (3.57) не меняется. Следовательно, коэффициенты прохождения также не изменятся.

Допустим, что коэффициент прохождения по энергии из трубы I в трубу II равен τ_{12}. В силу (3.55) коэффициент прохождения из трубы II в трубу I $\tau_{21} = \tau_{12} = \tau$. Увеличим сечение труб I и II в $\left(S_1 / S_2\right)$ раз. Тогда сечение трубы II станет равным S'_1, а трубы I - $S_1 \cdot S_1 / S_2 = S_1^2 / S_2 = S_3$, если принять во внимание (3.56). Мы приходим, таким образом, к системе труб I и III. Так как при изменении поперечных сечений их τ не изменяется, то и коэффициенты прохождения звука труб I и III тоже равны τ .

Таким образом, если по трубе I распространяется плоская волна, то доли ее энергии, которая пройдет в сужающуюся или расширяющуюся трубу, одинакова. С точки зрения акустики трубы II и III эквивалентны. Это второе полезное следствие из теоремы взаимности.

3.3. Акустический импеданс бесконечной цилиндрической оболочки трубы

При решении задач о звукоизоляции цилиндрических оболочек (рис. 3.7) необходимо знать ее нормальные импедансы Z_n. В общем случае получаются громоздкие и сложные выражения Z_n [113]. Это с одной стороны, затрудняет вычисление коэффициентов звукопередачи оболочки. С другой стороны, при сложных выражениях трудно понять и физику явления, без чего нельзя разработать достаточно простые рекомендации по повышению звукоизоляции оболочек. В данной работе получены относительно простые выражения Z_n, справедливые для решения широкого круга задач по звукоизоляции [53, 61].

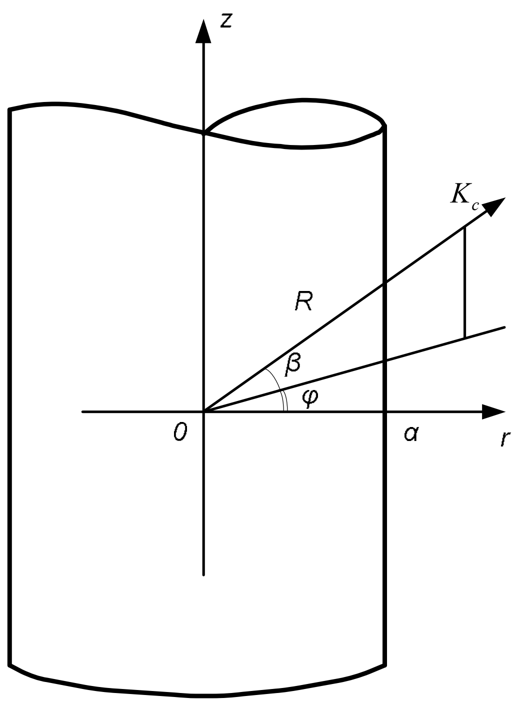


Рис. 3.7. **Тонкостенная оболочка трубы**

Уравнения движения цилиндрической оболочки в общем виде можно записать как систему из трех дифференциальных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w = 0; \\
&L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w = 0; \\
&L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w = LF.
\end{aligned}
\tag{3.58}
$$

где u, v и w – осевое азимутальное и радиальные смещения срединной поверхности оболочки; $F(z,\varphi)$ - радиальная сила, приходящая на единицу поверхности оболочки; L_{ik} - дифференциальные операторы, зависящие от выбора уравнений движения.

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую оболочку. Движение по времени считаем гармоническим. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ для простоты здесь и в дальнейшем опускаем. Решение системы (3.58) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u &= \sum_n u_n e^{i(k_z + n\varphi)}; \\ v &= \sum_n v_n e^{i(k_z + n\varphi)}; \\ w &= \sum_n w_n e^{i(k_z + n\varphi)}. \end{aligned} \tag{3.59}$$

Здесь u_n, v_n, и w_n – соответственно комплексные амплитуды осевого, азимутального и радиального числа $n = 0,\ 1,\ 2\ ...$ Радиальную силу $F(z,\varphi)$ представим в виде

$$F(z,\varphi) = \sum_{n=-\infty} F_n e^{i(k_z + n\varphi)}. \tag{3.60}$$

Подставив (3.59) и (3.60) в (3.58), получим:

$$\begin{aligned} L_{11}u_n + L_{12}v_n + L_{13}w_n &= 0; \\ L_{21}u_n + L_{22}v_n + L_{23}w_n &= 0; \\ L_{31}u_n + L_{32}v_n + L_{33}w_n &= 2F_n. \end{aligned} \tag{3.61}$$

Для тонкостенной оболочки радиуса а (рис. 3.7) толщины h при $(h/12\text{a})^2 \le 1$ выражения L_{ik} запишутся в виде [68]:

$$\begin{gathered} L_{11} = k^2 + \frac{1+\sigma}{2} n^2/a^2 - k_0^2;\ L_{12} = \frac{1+\sigma}{2} n\,k/a; \\ L_{13} = -i\frac{\sigma k}{a};\ L_{22} = \frac{h^2}{12}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2 + 1/a^2 - k_0^2; \\ L_{21} = L_{12};\ L_{23} = -in/a^2;\ L_{31} = L_{13}^*;\ L_{23} = L_{32}^*;\ L = mc_0^2. \end{gathered} \tag{3.62}$$

Здесь $m = \rho h$ – масса единицы поверхности оболочки (поверхностная плотность), ρ - плотность материала оболочки, σ - коэффициент Пуассона материала оболочки, $c_0 = \sqrt{\dfrac{E}{\rho(1-\sigma)^2}}$ - скорость продольных волн в пластине, -

модуль Юнга материала оболочки, $k_0 = \omega/c_0$ - волновое число продольных колебаний оболочки.

При решении задачи о звукоизоляции цилиндрических оболочек (как и вообще произвольных оболочек и пластин) интерес представляет радиальный импеданс, т.е. отношение плотности радиальных сил к радиальной скорости оболочки $V_p = -i\omega w$:

$$Z_n = \frac{F_n}{-i\omega w_n} \tag{3.63}$$

Для определения радиального импеданса нужно разрешить систему (3.61) относительно w_n

$$w_n = \frac{\Delta F}{\Delta}$$

где

$$\Delta F = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 2F_n \end{vmatrix}$$

и определить системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{vmatrix}$$

Определитель $\Delta F = LF_n \left(L_{11}L_{22} - L_{12}^2 \right)$, так как $L_{12} = L_{21}$.

Определитель системы, если его раскрыть относительно элементов третьего столбца, равен

$$\Delta = L_{33}\left(L_{11}L_{22} - L_{12}^2\right) - L_{23}\left(L_{11}L_{32} - L_{12}L_{31}\right) + L_{13}\left(L_{21}L_{32} - L_{22}L_{31}\right) =$$
$$= L_{33}\left(L_{11}L_{22} - L_{12}^2\right) - L_{11}\left|L_{23}\right|^2 - L_{22}\left|L_{13}\right|^2 + 2L_{12}L_{23}L_{31}.$$

Используя эти выражения, получим значение радиальной скорости:

$$V_{P_n} = -i\omega w = -i\omega\frac{\Delta F}{\Delta} = \frac{-i\omega F_n\left(L_{11}L_{22} + L_{12}^2\right)}{mc_0^2\Delta},$$

откуда импеданс

$$Z_n = \frac{F_n}{V_n} = i\frac{mc_0^2}{\omega}\cdot\frac{\Delta}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2},$$

или

$$Z_n = i\frac{mc_0^2}{\omega}\left[L_{33} - \frac{L_{11}\left|L_{23}\right|^2 + L_{22}\left|L_{31}\right|^2 + 2L_{12}L_{23}L_{31}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}\right] \tag{3.64}$$

Формула (3.64) определяет импеданс цилиндрической оболочки для нормальных волн в общем случае. При решении задач об излучении оболочек или их звукоизоляции ее можно упростить. Для этого запишем звуковое давление $\mathrm{P}\left(r,\ z,\ \varphi\right)$ снаружи для нормальной волны с азимутальным числом n:

$$\mathrm{P}\left(r,\ z,\ \varphi\right) = P_n e^{i\left(k_z + n\varphi\right)} H_0^1\left(\mu r\right)$$

Между осевым волновым числом k и радиальным μ существует отношение

$$k^2 + \mu^2 = k_c^2 \tag{3.65}$$

где $k_c \dfrac{\omega}{c_{cp}}$ – волновое число колебаний в среде, в которую происходит излучение звука оболочкой; c_{cp} - скорость распространения звука в этой среде.

Выражение (3.65) можно переписать в другом виде:

$$\begin{aligned} k &= k_c \sin\Theta_1; \\ \mu &= k_c \cos\Theta_1. \end{aligned} \tag{3.66}$$

где Θ – угол между направлением распространения нормальной волны и осью r нормалью к поверхности оболочки (рис. 3.7)

Почти для всех углов Θ, за исключением $\Theta \sim 0$, величина $k^2 = k_c^2 \sin^2\Theta \geq k_0^2$, так как $c_0^2 \geq c_{cp}^2$.

Для примера возьмем оболочку из стали или алюминия в воздухе. В нормальных условиях скорость $c_{cp} = 340\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Скорость $c_0 \approx 5{,}36\cdot 10^3\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Волновые числа k и k_0 равны друг другу при угле $\Theta = \arcsin\left(c_{cp}/c_0\right) = 0{,}063$ рад $\left(3{,}6^\circ\right)$.

При $\Theta = 10^{\circ}\left(k_{cp}\sin 10^{\circ}\right)^2$ уже на порядок выше k_0^2. Таким образом, для углов $\Theta = 10^{\circ}$ и выше в выражениях L_{11} и L_{22} можно пренебречь величиной k_0^2, по сравнению с $k^2 = k_c^2 \sin^2\Theta$ и записать

$$L_{11} \approx k_c^2 \sin\Theta + \frac{1-\sigma}{2} n^2/a^2 ;$$
$$L_{22} \approx \frac{1-\sigma}{2} k_c^2 \sin^2\Theta + n^2/a^2 . \tag{3.67}$$

Подставим L_{11} и L_{22} из (3.67) в (3.64). Тогда

$$\begin{gathered}\Delta = \left(L_{11}L_{22} - L_{12}^2\right) = \left(k^2 + \frac{1-\sigma}{2} n/a^2\right)\left(\frac{1-\sigma}{2}k^2 + n^2/a^2\right) - \\ -\frac{(1+\sigma)^2 n^2 k^2}{4a^2} = \frac{1-\sigma}{2}k^4 + n^2 k^2/a^2 + \frac{(1-\sigma)^2}{4a^2} n^2 k^2 + \frac{(1-\sigma)n^4}{2a^4} - \\ -\frac{(1+\sigma)^2 n^2 k^2}{4a^2} = \frac{1-\sigma}{2}\left[k^4 + n^4/a^4 + 2n^2 k^2/a^2\right] = \\ = \frac{1-\sigma}{2}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2 .\end{gathered} \tag{3.68}$$

Числитель дроби в (3.64)

$$\begin{gathered}F_1 = \left(k^2 + \frac{1-\sigma}{2} n^2/a^2\right)\left(n^2/a^4\right) + \left(\frac{1-\sigma}{2}k^2 + n^2/a^2\right)\frac{\sigma^2 k^2}{a^2} - \\ -\frac{(1+\sigma)n^2k^2\sigma}{a^4} = \frac{k^2n^2}{a^4} + \frac{(1-\sigma)}{2} n^4/a^6 + \frac{(1-\sigma)}{2}\frac{\sigma^2 k^4}{a^2} + \frac{\sigma^2 k^2 n^2}{a^4} - \\ -\frac{(1+\sigma)n^2k^2\sigma}{R^4} = \frac{k^2n^2}{a^4} + \frac{(1-\sigma)}{2} n^4/a^6 + \frac{(1-\sigma)}{2}\frac{\sigma^2 k^4}{a^2} - \frac{\sigma n^2 k^2}{a^4} = \\ = \frac{(1-\sigma)}{a^2}\left[\frac{n^4}{2a^4} + \frac{\sigma^2 k^4}{2} + \frac{2n^2k^2}{2a^2}\right] = \\ = \frac{(1-\sigma)}{2a^2}\left[n^4/a^4 + 2n^2 k^2/a^2 + k^4 - k^4 + \sigma^2 k^4\right] = \\ = \frac{(1-\sigma)}{2a^2}\left[\left(n^2/a^2 + k^2\right)^2 - \left(1-\sigma^2\right)k^4\right]\end{gathered} \tag{3.69}$$

Подставив (3.68) и (3.69) в (3.64), получим

$$Z_n = i\omega m\left\{\frac{L_{33}}{k_0^2} - \frac{1}{k_0^2 a^2}\left[1 - \frac{\left(1-\sigma^2\right)k^4}{\left(k^4 + n^2/a^2\right)}\right]\right\} \tag{3.70}$$

Величина

$$\frac{L_{33}}{k_0^2} = \frac{h}{12k_0^2}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2 + \frac{1}{k_0^2 a^2} - 1 = \frac{1}{k_u^4}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2 + \frac{1}{k_0^2 a^2} - 1, \tag{3.71}$$

так как

$$\frac{h^2}{12k_0^2} = \frac{h^2 E}{12\omega^2\rho\left(1-\sigma^2\right)} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\sigma^2\right)\rho h} = \frac{1}{k_u^4},$$

где $k_u = \sqrt[4]{\omega^2\, m/B}$ – волновое число изгибных колебаний

Подставив (3.71) в (3.70), получим:

$$\begin{aligned} Z_n &= i\omega m\left\{\frac{\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2}{k_u^4} - 1 + \frac{1}{k_0^2 a^2} - \frac{1}{k_0^2 a^2}\left[1 - \frac{\left(1-\sigma^2\right)k^4}{\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2}\right]\right\} = \\ &= i\omega m\left\{\frac{\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2}{k_u^4} - 1 + \frac{k^4}{k_n^2 a^2\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2}\right\}, \end{aligned} \tag{3.72}$$

так как $\left(1-\sigma^2\right)\Big/ k_0^2 a^2 = \dfrac{1}{k_n^2 a}$, где $k_n = \omega/c_n$ – волновое число и $c_n = \sqrt{E/\rho}$ – скорость продольных волн в стержне.

Подставив значение $k = k_c \sin\Theta$ из (3.66) в (3.72), после простых преобразований запишем окончательно импеданс в виде:

$$Z_n = i\omega m\left[1 - \frac{f^2}{f_0^2}\left(\sin^2\Theta + n^2\, f_{cp}^2/f^2\right) - \frac{f_n^2}{f^2}\cdot\frac{\sin^4\Theta}{\left(\sin^2\Theta + n^2\, f_{cp}^2/f^2\right)^2}\right] \tag{3.73}$$

Здесь принято: $f_0 = \dfrac{c_{cp}^2}{2\pi}\sqrt{m/B}$ - частота совпадения, на которой волновое число изгибных колебаний k_u равно волновому числу в среде k_c; $f_n = \dfrac{c_n}{2\pi a}$ - частота продольного резонанса, на которой по окружности оболочки укладывается длина продольной волны в трубе; $f_{cp}=\dfrac{c_{cp}}{2\pi a}$ - частота, на которой по окружности оболочки укладывается длина волны в среде.

Таким образом, получим относительно простое выражение нормального импеданса оболочки Z_n, справедливое для любых азимутальных чисел n и углов Θ, при которых выполняется условие $\sin^2\Theta \ge \dfrac{c_{cp}^2}{c_0^2}$.

При n=0 точное выражение для импеданса [18]:

$$Z_0=-i\omega m\left(1-\frac{f^2}{f_0^2}\sin^4\Theta-\frac{f_n^2}{f^2}\cdot\frac{\sin^2\Theta-c_{cp}^2/c_n^2}{\sin^2\Theta-c_{cp}^2/c_0^2}\right).$$

При $\sin^2\Theta \ge \dfrac{c_{cp}^2}{c_n^2}$ отношение

$$\Delta=\frac{\sin^2\Theta-c_{cp}^2/c_n^2}{\sin^2\Theta-c_{cp}^2/c_0^2}\approx 1$$

и

$$Z_0\approx -i\omega m\left(1-\frac{f^2}{f_0^2}\sin^4\Theta-f_n^2/f^2\right), \tag{3.74}$$

что совпадает с выражением (3.73), если положить в нем n=0.

При малых углах Θ, когда $\sin^2\Theta \le \dfrac{c_{cp}^2}{c_0^2}$, $\Delta\approx\dfrac{c_0^2}{c_n^2}=\dfrac{1}{(1-\sigma)^2}$.

Так как $f_n^2\Big/\left(1-\sigma^2\right)=f_0^2=\dfrac{c_0^2}{(2\pi a)^2}$, то

$$Z_0\approx i\omega m\left(1-\frac{f^2}{f_0^2}\sin^4\Theta-\frac{f_M^2}{f^2}\right), \tag{3.75}$$

где $f_M=c_0/2\pi a$ – частота резонанса, на которой по окружности оболочки укладывается длина продольной волны в пластине. На практике частоты f_M и f_n лежат близко друг от друга, так как $c_0\sim c_n$, поэтому без существенной ошибки и при малых углах можно пользоваться выражением (3.74). Отношение Δ будет значительно отличаться от единицы лишь в узкой области, лежащей около углов совпадения по продольным волнам $\Theta_n = \arcsin\left(c_{cp}/c_n\right)$ и $\Theta_0 = \arcsin\left(c_{cp}/c_0\right)$, при которых соответственно числитель и знаменатель Δ обращаются в нуль. Так как $c_0 \approx c_n$, то эти углы лежат близко друг к другу. Например, у стальной оболочки в воздухе $\Theta_n = 3{,}8^\circ$, а $\Theta_0 = 3{,}6^\circ$.

На практике обнаружить изменение импеданса оболочки, вызванного эффектом совпадения по продольным волнам, трудно [113]. Звуковая энергия, которая проходит через оболочку в районе этих углов, по величине не значительно отличается от энергии, прошедшей на других углах, поэтому на практике при решении задач звукоизоляции можно использовать формулы (3.74) или (3.75) при всех углах.

Можно найти точное выражение для импеданса Z при $\Theta = 0$, когда оболочка совершает чисто радиальные колебания. Для этого подставим $k = 0$ в формулу (3.62). Так как $L_{31} = L_{12} = L_{13} = 0$, из (3.64) следует, что $Z_n = i\omega m\left[L_{33}/k_0^2 - L_{23}^2/k\,L_{22}\right] = -i\omega m\left[1 - n^4/k_u^4\,\mathrm{a}^4 - 1\big/\left(k_0^2 a^2 - n^2\right)\right]$. Второй член в скобках $n^4/k_u^4\,\mathrm{a}^4 = f_{cp}^4/f_0^2\,f_1^2$ с учетом этого

$$Z_n = -i\omega m\left[1 - \frac{n^4 f_{cp}^4}{f_0^2 f^2} - \frac{1}{f^2/f_M^2 - n^2}\right]. \qquad (3.76)$$

Так как $c_0 \sim c_n$, то частоты f_M и f_n лежат близко друг к другу: $f_n = \sqrt{1-\sigma^2}\,f_M$.

Для стали $\sigma = 0{,}33$ и $f_n = 0{,}94 f_M$. Нужно отметить, что знаменатель последнего члена в скобках обращается в нуль при $f = nf_M$.

Это частоты резонансов по продольным волнам в пластине. На них, в случае отсутствия потерь, импеданс обращается в бесконечность, то есть звукоизоляция оболочки становится бесконечно большой. Вообще, если обратиться к формуле (3.64), можно видеть, что $Z_n = \infty$ в случае, когда

$\Delta_0 = L_{11}L_{22} - L_{12}^2 = 0$. Подставив сюда значения L_{11}, L_{22} и L_{12} из (3.62), получим

$$\left(k^2 + \frac{1-\sigma}{2} n^2/a^2 - k_0^2\right)\left(\frac{1-\sigma}{2} k^2 + n^2/a^2 - k_0^2\right) - \frac{(1+\sigma)^2}{4} n^2 k^2/a^2 = 0$$

или

$$\begin{gathered}\left(k^2 + \frac{1-\sigma}{2} n^2/a^2\right)\left(\frac{1-\sigma}{2} k^2 + n^2/a^2\right) - k_0^2\left(k^2 + n^2/a^2\right)\frac{3-\sigma}{2} + \\ + k_0^4 - \frac{(1+\sigma)^2}{4} n^2 k^2/a^2 = 0\end{gathered} \tag{3.77}$$

Сумма первого и последнего членов согласно (3.68) равна $\frac{1-\sigma}{2}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2$, поэтому(3.77) запишется в виде:

$$\frac{1-\sigma}{2}\left(k^2 + n^2/a^2\right)^2 - \frac{3-\sigma}{2} k_0^2\left(k^2 + n^2/a^2\right) + k_0^4 = 0.$$

Это уравнение можно разрешить относительно $k^2 + n^2/a^2 = y$:

$$\frac{1-\sigma}{2} y^2 - \frac{3-\sigma}{2} k_0^2 y + k_0^4 = 0,$$

откуда

$$y_{1,2} = \frac{\frac{3-\sigma}{2} k_0^2 \pm \sqrt{\frac{(3-\sigma)^2}{4} k_0^4 - 4\frac{1-\sigma}{2} k_0^4}}{1-\sigma}$$

и

$$y_1 = k_0^2,\ y_2 = k_0^2 \frac{2}{1-\sigma} = \frac{2\omega^2 \rho\left(1-\sigma^2\right)}{E(1-\sigma)} = \frac{\omega^2 \rho 2(1+\sigma)}{E} = k_t^2,$$

где $k_t = \omega/c_t$ и $c_t = \sqrt{E/2\rho(1+\sigma)}$ – волновое число и скорость распространения поперечных волн в неограниченной среде соответственно. Учитывая это, получим

$$k_1 = \sqrt{k_0^2 - n^2/a^2},$$
$$k_2 = \sqrt{k_t^2 - n^2/a^2}.$$

или

$$\sin\Theta_1 = \sqrt{c_{cp}^2 / c_0^2 - n^2 f_{cp}^2 / f^2}$$
$$\sin\Theta_2 = \sqrt{c_{cp}^2 / c_t^2 - n^2 f_{cp}^2 / f^2} \qquad (3.78)$$

Выражения (3.78) есть не что иное, как условия резонансов по продольным и сдвиговым волнам в оболочке. Пренебрегая в L_{11} и L_{22} величиной k_0^2, исключаем эти резонансы из рассмотрения в выражении для импеданса Z_n. Нужно отметить, что при решении задач о звукоизоляции эти резонансы на конечный результат не влияют существенно, так как ширина области углов Θ очень мала.

Следует отметить также, что в выражении импеданса оболочки Z_n, при $\Theta = 0$ (3.73), наблюдаются резонансы, связанные продольными колебаниями пластины $f_{np} = n\dfrac{c_0}{2\pi a}$, в то время как резонансов $f_{non} = n\dfrac{c_t}{2\pi a}$ – нет. С точки зрения математики, это связано с тем, что при $\Theta = 0$ $(k = 0)$ резонансные частоты определяются нулями знаменателя $L_{11}L_{22} = 0$; при $L_{11} = 0$ возникают частоты f_{non} и при $L_{22} = 0$ - f_{np}. В том случае, который рассмотрен здесь, L_{11} становится множителем и в числителе, поэтому сокращается. Однако в ряде случаев, например при колебаниях в вязкой жидкости, частоты f_{non} должны присутствовать.

Для проверки точности вычисления импеданса оболочки были составлены программы на языке «С++» в соответствии с формулами (3.64) и (3.73). В результате было найдено, что при углах $\Theta = 10^\circ$ и выше значения импедансов совпадают практически полностью для всех частот. При $\Theta = 0$ результаты практически тоже совпадают. Поэтому формулой (3.73) можно пользоваться и при малых углах.

3.4. Экспериментально-расчётный метод определения характеристик акустического поля

Составной частью современных газокомпрессорных установок являются газо-гидравлические тракты, содержащие различные агрегаты (насосы, компрессоры и т.д.). Процесс доводки этих агрегатов часто осложняется возникновением акустических колебаний значительных амплитуд, которые приводят либо к разрушению агрегатов, либо к нарушению нормального функционирования всей системы [22, 118].

Как известно [113], любая акустическая волна может быть однозначно представлена в виде суммы двух бегущих в противоположных направлениях волн. Соотношение между амплитудами этих волн в какой-то мере характеризует условия, в которых возникает акустическая волна, а в совокупности с другой информацией об акустических колебаниях проясняет причины их возникновения.

В некоторых случаях при доводке агрегатов энергетических установок возникает необходимость сопоставления характеристик акустического поля, полученных из эксперимента и рассчитанных по системе уравнений, описывающих функционирование энергетической установки. В связи с этим естественна постановка вопроса, какие измерения необходимо провести в ходе испытания и как обработать полученную информацию, чтобы получить необходимые характеристики акустической волны (импеданс, соотношение между энергиями бегущей и стоячей компоненты) [78, 82, 84].

В работе излагается экспериментально-расчетный способ определения характеристик акустического поля по результатам статистической обработки пульсаций давления [63].

Предварительно установим связь между статистическими характеристиками пульсаций давления в точках измерения и импедансом акустических колебаний.

Будем исходить из уравнений гидродинамики [88]

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho s u)}{\partial x}=0, \tag{3.79}$$

$$\frac{\partial(\rho s u)}{\partial t}=-\frac{\partial\left[\left(p+\rho u^2\right)s\right]}{\partial x}-F, \tag{3.80}$$

используя аппроксимацию сил вязкостного сопротивления выражением, справедливым при квазистационарном течении (3.80)

$$F = \varepsilon G^2 \tag{3.81}$$

ρ – плотность, u – скорость, p – давление, t – время, x – координата, $G = g\rho us$ – весовой расход, s – площадь поперечного сечения, g – ускорение силы тяжести, ε – коэффициент сопротивления.

Учитывая, что $\partial p/\partial\rho = c$ – скорость звука, и $u/c = M$ – число Маха, перепишем систему уравнений (3.79) – (3.80) относительно расхода и давления:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{gs}\cdot\frac{\partial G}{\partial x} = 0 \tag{3.82}$$

$$\frac{1}{gs}\cdot\frac{\partial G}{\partial t} + \left(1 - M^2\right)\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{2MC}{gs}\cdot\frac{\partial G}{\partial x} = -\frac{1}{s}\varepsilon G^2 \tag{3.83}$$

Для простоты выкладок в дальнейшем ограничимся дозвуковыми скоростями ($M << 1$), в левой части уравнения (3.83) будем пренебрегать третьим членом по сравнению с первым

$$\left[\left(\frac{2MC}{gs}\cdot\frac{\partial G}{\partial x}\right)\Big/\left(\frac{1}{gs}\cdot\frac{\partial G}{\partial t}\right) \sim 2M << 1\right]$$

и величиной $м^2$ по сравнению с единицей.

Проводя линеаризацию системы уравнений (3.82)–(3.83) относительно пульсаций давления и расхода в акустической волне, получим

$$\frac{\partial P'}{\partial t} + \frac{c^2}{gs}\cdot\frac{\partial G'}{\partial x} = 0 \tag{3.84}$$

$$\frac{1}{gs}\cdot\frac{\partial G'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial t} = -\frac{2}{s}\varepsilon\bar{G}G' \tag{3.85}$$

В (3.84) и (3.85) чертой обозначено среднее значение параметра, штрихом – пульсационное. Из системы уравнений (3.84), (3.85) легко получить уравнение второго порядка относительно пульсаций давления. Для этого первое уравнение продифференцируем по времени, а второе – умножим на C^2 и продифференцируем по координате. Исключая из полученных уравнений перекрестную производную от расхода, получим:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}+\frac{1}{t_*}\cdot\frac{\partial p'}{\partial t}=c^2\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \tag{3.86}$$

В уравнении (3.86) $t_*=\frac{1}{2}\cdot\frac{G'/s}{\Delta P}\cdot\frac{l}{g}$ - характерное время сил вязкостного сопротивления. В выражении для t_* учтено, что $\Delta p=\varepsilon l\,G^2/s$, Δp – перепад давления на длине L.

Если известны пульсации давления в двух точках $p'(x_1,t)$, $p'(x_2,t)$, то пульсации давления в любой точке $p'(x_3,t)$ однозначно определяются уравнением (3.86). Эта взаимосвязь относительно преобразований по Лапласу [68] от пульсаций давления $\left[p'(x_1,t)\right]$, $\left[p'(x_2,t)\right]$, $\left[p'(x_3,t)\right]$ в комплексной плоскости имеет вид:

$$\left[p'(x_3,t)\right]=H_{13}(z)\left[p'(x_1,t)\right]+H_{23}\left[p'(x_2,t)\right], \tag{3.87}$$

$$H_{13}(z)=sh\left[\frac{z(x_2-x_3)}{c}\sqrt{1+\frac{1}{t_*z}}\right]\Big/ sh\left[\frac{z(x_2-x_1)}{c}\sqrt{1+\frac{1}{t_*z}}\right] \tag{3.88}$$

$$H_{23}(z)=sh\left[\frac{z(x_3-x_1)}{c}\sqrt{1+\frac{1}{t_*z}}\right]\Big/ sh\left[\frac{z(x_2-x_1)}{c}\sqrt{1+\frac{1}{t_*z}}\right] \tag{3.89}$$

$z=\alpha+i\omega$ – комплексная переменная, ω – циклическая частота, α – реальная часть переменной z, i –мнимая единица, $sh(x)$ – гиперболический синус от x.

Используя уравнение (3.85), выразим преобразование Лапласа от пульсаций расхода через преобразование Лапласа от пульсаций давления

$$\left[G'(x_3,\ t)\right]=-\frac{gst_*}{1+t_*z}\cdot\frac{d}{dx_3}\left[p'(x_3,\ t)\right] \tag{3.90}$$

и разделим уравнение (3.87) на уравнение (3.90). В итоге получим формулу для расчета акустического импеданса волны $I(x_3,z)=\left[P'(x_3,t)\right]/\left[G'(x_3,t)\right]\cdot(gs/c)$

$$I(x_3,z)=\frac{t_*z+1}{t_*C}\cdot\frac{H_{13}(x_3,z)+H_{23}(x_3,z)\cdot h}{\frac{dH_{13}(x_3,z)}{dx_3}+\frac{dH_{23}(x_3,z)}{dx_3}\cdot h_{12}(z)} \tag{3.91}$$

где $h_{12}(z)=\left[p'(x_2,t)\right]/\left[p'(x_1,t)\right]$ - передаточная функция от пульсаций давления в точке x_1 к пульсациям давления в точке x_2.

Значения передаточной функции $h_{12}(z)$ на мнимой оси $z=i\omega$ выражаются через спектральные характеристики пульсаций давления $p'(x_1)$ и $p'(x_2)$:

$h_{12}(i\omega)=s_{12}(\omega)/s_{11}(\omega)$, $s_{11}(\omega)$, $s_{12}(\omega)$ - собственный и взаимный энергетические спектры пульсаций давления.

Определяя из эксперимента энергетические спектры пульсаций давления и подставляя их в формулу (3.91), получим акустический импеданс волны.

В частных случаях, когда точка x_3 совпадает с x_1 или x_2, формула (3.91) упрощается в соответствии с тем, что при $x_3=x_1$, $H_{13}(z)=1$, $H_{23}(z)=0$, а при $x_3=x_2$, $H_{13}(z)=0$, $H_{23}(z)=1$.

Отношение спектров $s_{ik}(\omega)/s_{ii}(\omega)$ удобно вычислять через корреляции узкополосных фильтрованных сигналов. Получим необходимые расчетные формулы. Если s_{ik}, s_{ik} - спектры узкополосных сигналов, локализованных около частоты f_0, то приближенно можно записать

$$\int_0^\infty s_{ik}(f)\,df \approx h_{ik}(f_0)\int_0^\infty s_{ii}(f)\,df \qquad (3.92)$$

Взаимная корреляционная функция $R_{ik}(t)$ связана со взаимным энергетическим спектром $s_{ik}(t)$ следующим соотношением [18]:

$$R_{ik}(t)=\int_0^\infty\left[\operatorname{Re}s_{ik}(f)\cos 2\pi ft-\operatorname{Im}s_{ik}(f)\sin 2\pi ft\right]df \qquad (3.93)$$

где символами Re и Im обозначены действительные и мнимые части взаимного спектра $s_{ik}(f)$

Для узкополосных спектров из (3.93) следуют приближенные соотношения:

$$R_{ik}(0)\cong\int_0^\infty \operatorname{Re}s_{ik}(f)\,df;\ R_{ik}(1/4f_0)\cong-\int_0^\infty \operatorname{Im}s_{ik}(f)\,df; \qquad (3.94)$$

$$R_{ik}(0) \cong \int_0^\infty s_{ii}(f)\,df$$

Из выражения (3.92) и (3.94) получается окончательная расчетная формула:

$$R_{ik}(f_0) = \left[R_{ik}(0) - iR_{ik}(1/4f_0)\right] / R_{ii}(0) \qquad (3.95)$$

Формулы (3.88), (3.81), (3.91) допускают обобщение на случай нескольких скачков сечения между точками x_1 и x_2. Для иллюстрации процедуры обобщения ограничимся одним скачком. Предварительно получим аналог соотношения (3.87), предполагая для определенности следующее взаимное расположение точек: $x_1 \le x_3 \le x_c \le x_5 \le x_2$, x_c – координата скачка сечения. Для этого определим $\left[p'(x_c,t)\right]$ по парам точек (x_1,x_3) и (x_2,x_5), каждая из которых расположена в области с постоянным сечением:

$$\left[p'(x_c)\right] = H_{1c}\left[p'(x_1)\right] + H_{3c}\left[p'(x_3)\right] \qquad (3.96)$$

$$\left[p'(x_c)\right] = H_{2c}\left[p'(x_2)\right] + H_{5c}\left[p'(x_5)\right] \qquad (3.97)$$

Для исключения $\left[p'(x_c)\right]$, $\left[p'(x_5)\right]$ из (3.96) и (3.97) воспользуемся естественными условиями сшивки решений (3.96) и (3.97) на скачке сечения в точке x_c, где равны давления и расходы слева и справа от скачка

$$\left[p'(x_c)\right]_+ = \left[p'(x_c)\right]_- \qquad (3.98)$$

$$\frac{t_*(s_1)gs_1}{1+t_*(s)z}\cdot\frac{d}{dx_c}\left[p'(x_c)\right]_- = \frac{t_*(s_2)gs_2}{1+t_*(s_2)z}\cdot\frac{d}{dx_c}\left[p'(x_c)\right]_+ \qquad (3.99)$$

s_1, s_2 - сечения в областях $x < x_c$ и $x > x_c$ соответственно.

Применяя к (3.96), (3.97) условия сшивки (3.98), (3.99), получим выражения для передаточных функций $H_{13}(z)$ и $H_{23}(z)$:

$$H_{13}(z) = \frac{\sin\frac{\omega(x_2-x_3)}{c} + \left(1-\frac{s_1}{s_2}\right)\cos\frac{\omega(x_3-x_4)}{c}\sin\frac{\omega(x_4-x_2)}{c}}{\sin\frac{\omega(x_2-x_1)}{c} + \left(1-\frac{s_1}{s_2}\right)\cos\frac{\omega(x_4-x_1)}{c}\sin\frac{\omega(x_4-x_2)}{c}} \qquad (3.100)$$

$$H_{23}(z)=\frac{\sin\frac{\omega(x_3-x_1)}{c}}{\sin\frac{\omega(x_2-x_1)}{c}+\left(1-\frac{s_1}{s_2}\right)\cos\frac{\omega(x_4-x_1)}{c}\sin\frac{\omega(x_4-x_2)}{c}} \qquad (3.101)$$

Подставляя передаточные функции (3.100), (3.101) в (3.91) и полагая $x_3=x_1$, получим

$$I(x_1)=i\frac{\sin\frac{\omega(x_2-x_1)}{c}+\left(1-\frac{s_1}{s_2}\right)\sin\frac{\omega(x_c-x_2)}{c}\cos\frac{\omega(x_c-x_1)}{c}}{\cos\frac{\omega(x_2-x_1)}{c}+\left(1-\frac{s_1}{s_2}\right)\sin\frac{\omega(x_c-x_1)}{c}\sin\frac{\omega(x_c-x_2)}{c}-h_{12}} \qquad (3.102)$$

Перейдем к выводу соотношений между импедансом и характеристиками структуры акустической волны.

Как уже было отмечено, любая акустическая волна $p'(k_0x,\omega_0t)$ может быть представлена в виде суммы двух бегущих в противоположных направлениях волн $p'_+(\omega_0t-k_0x)$ и $p'_-(\omega_0t+k_0x)$, k_0, ω_0 – волновое число и циклическая частота гармонической акустической волны.

Без ограничения общности p'_+ и p'_- можно записать в виде синусоидальных колебаний

$$p'_+=A_+\sin(\omega_0t-K_0x+\varphi_+);\ p'_-=A_-\sin(\omega_0t+K_0x+\varphi_-)$$

где $A_+,A_-,\varphi_+,\varphi_-$ - амплитуды и фазы колебаний.

Найдем преобразование Лапласа от суммы пульсаций давлений и расходов двух бегущих волн

$$[p'_++p'_-]=\frac{\omega_0}{\omega_0^2+z^2}\left\{A_+\exp\left[-(K_0x-\varphi_+)z\right]+A_-\exp\left[-(K_0x+\varphi_-)z\right]\right\} \qquad (3.103)$$

$$[G'_++G'_-]=\frac{gst_*}{1+t_*z}\left\{A_+\exp\left[-(K_0x-\varphi_+)z\right]-A_-\exp\left[-(K_0x+\varphi_-)z\right]\right\}\frac{\omega_0K_0z}{\omega_0^2+z^2} \qquad (3.104)$$

Формулы (3.103), (3.104) позволяют найти зависимость между импедансом на мнимой оси $z=i\omega$ при $\omega=\omega_0$ и соотношением между амплитудами A_+/A_-

$$I\left(i\omega_0\right)=\frac{1+i\omega_0 t_*}{i\omega_0 t_*}\cdot\frac{E\left(i\omega_0\right)+1}{E\left(i\omega_0\right)-1},\qquad(3.105)$$

где

$$E\left(i\omega_0\right)=\left(A_+/A_-\right)\exp\left[i\omega_0\left(\varphi_+-\varphi_--2K_0x\right)\right]\qquad(3.106)$$

или зависимость, обратную (3.105), (3.106)

$$E\left(i\omega_0\right)=\frac{\left[i\omega_0 t_* I\left(i\omega_0\right)/\left(1+i\omega_0 t_*\right)\right]+1}{\left[i\omega_0 t_* I\left(i\omega_0\right)/\left(1+i\omega_0 t_*\right)\right]-1}\qquad(3.107)$$

Вводя обозначение

$$\frac{i\omega_0 t_*}{1+i\omega_0 t_*}I\left(i\omega_0\right)=\mathrm{Re}\left(\omega_0\right)+i\,\mathrm{Im}\left(\omega_0\right),$$

получим расчетную формулу для A_+/A_-

$$\frac{A_+}{A_-}=\left|E\left(i\omega_0\right)\right|=\frac{\sqrt{\left[\mathrm{Re}\left(\omega_0\right)+1\right]^2+\left[\mathrm{Im}\left(\omega_0\right)\right]^2}}{\sqrt{\left[\mathrm{Re}\left(\omega_0\right)-1\right]^2+\left[\mathrm{Im}\left(\omega_0\right)\right]^2}}\qquad(3.108)$$

Нетрудно убедиться в том, что формула (3.108) удовлетворяет качественным представлениям, существующим в акустике, о связи импеданса со структурой волны. Например, импеданс стоячей волны, которая возникает при равенстве амплитуд A_+ и A_-, может быть только мнимым, если потери на вязкостное сопротивление несущественны ($\omega_0 t_* >> 1$), и, наоборот, импеданс бегущей волны в приближении ($\omega_0 t_* >> 1$) может быть только действительным числом, равным +I либо -I, в зависимости от направления распространения волны: I = I при $A_-=0$ и I = -I при $A_+=0$.

Такие же выводы следуют и из формулы (3.91), по которой импеданс получается мнимой величиной в случае стоячей волны, характеризующейся действительной передаточной функцией h_{12}, и получается равным ± 1 в случае бегущей волны, для которой передаточная функция h_{12} описывает лишь транспортное запаздывание $h_{12}=\exp\left[\pm i\omega\left(x_2-x_1\right)/c\right]$.

В общем случае неравенства амплитуд $A_+=A_-+\Delta$ (для определенности

$\Delta > 0$) часть волны, бегущей в положительном направлении с амплитудой, равной амплитуде A_-, накладываясь на волну, бегущую в отрицательном направлении, дает стоячую волну, а часть волны с амплитудой Δ остается бегущей акустической волной. В этом случае величина $(\Delta/2A)^2 = (|E|)^2/4$ описывает распределение энергии акустической волны между бегущей и стоячей компонентами, а знак величины $(|E|-1)$ характеризует направление распространения бегущей компоненты (положительное направление при $(|E|-1)>0$ и отрицательное при $(|E|-1)<0$. Из формулы (3.108) видно, что направление распространения бегущей компоненты однозначно определяется знаком комплекса $(\omega_0 t_* \operatorname{Re}1 - \operatorname{Im}1)$ или знаком реальной части импеданса в случае слабого влияния сил вязкостного сопротивления на акустическую волну ($\omega_0 t_* >> 1$).

Остановимся на использовании экспериментально-расчетных формул (3.91), (3.108) при анализе причин возникновения больших амплитуд акустических колебаний, приводящих к аварийным исходам либо к нарушению нормального функционирования энергетической установки.

Рассмотрим для определенности следующий пример. Предположим, что из некоторых соображений известно существование в акустической системе источника, излучающего звуковые колебания, которые и приводят к аварийному исходу. Причины развития больших амплитуд акустических колебаний могут быть связаны либо с большой мощностью источника излучения, либо с усилением всей акустической системы колебаний, излучаемых источником. Мероприятия по уменьшению амплитуды акустических колебаний в этих двух вариантах будут различными.

Первый вариант соответствует тому, что источник излучает достаточно мощные колебания, которые не взаимодействуют со всей акустической системой в целом и поэтому распространяются в виде бегущих волн без усиления. Во втором варианте картина обратная: источник излучает слабые колебания, которые в процессе взаимодействия с акустической системой отражаются, накладываются на излучаемые колебания, образуя при этом стоячие волны с большой амплитудой вследствие близости собственной частоты акустической системы и частоты излучаемых колебаний.

Как можно распознать эти два варианта? С учетом изложенного материала эта задача решается постановкой двух датчиков пульсаций давления на трубопроводе, примыкающем к источнику колебаний (для определенности будем считать, что источник при этом оказался слева). Определяя из эксперимента передаточную функцию между пульсациями давления и подставляя ее в (3.91), рассчитаем акустический импеданс, а затем по формуле (3.108) – соотношение между амплитудой волны (A_+), излучаемой источником вправо, и амплитудой волны (A_-), отраженной акустической системой, расположенной правее датчиков давления. При этом возможны три исхода:

1) $A_+ / A_- >> I$ - акустическая система слабо отражает звуковые колебания, излучаемые источником и результирующее поле акустических колебаний представляет собой бегущую волну, амплитуда которой определяется только мощностью источника.

2) $A_+ / A_- = I$ - акустическая система полностью отражает звуковые колебания и поэтому образуется стоячая волна, амплитуда которой определяется не только мощностью источника, но и близостью системы к резонансу.

3) $A_+ / A_- > I$ - промежуточный случай, когда акустическая система частично отражает звуковые колебания, излучаемые источником, и результирующее поле акустических колебаний представляет собой сумму бегущей и стоячей волны. Амплитуда результирующего колебания определяется в этом случае как мощностью источника, так и близостью системы к резонансу.

Для проверки работоспособности изложенных алгоритмов были проведены эксперименты на трубе, заполненной неподвижным воздухом, и на трубе с протоком воды.

Акустические волны в «воздушной» трубе возбуждались динамиком, расположенным у торцевой поверхности трубы. На расстояниях $x_1 = 0,26$ м, $x_1 = 0,46$ м и $x_1 = 0,66$ м от динамика располагались три микрофона, предназначенные для измерения пульсаций давления в полости трубы. Расстояния между микрофонами выбраны одинаковыми и равными 0,2 м. Цель эксперимента – определить зависимость импеданса и параметра $|E|$ от частоты в точке X\ по двум парам замеров: в точках $x_1 - x_2$ и $x_1 - x_3$.

Таблица 3.1

f, Гц	h_{12}	h_{13}	$\|E\|_{12}$	$\|E\|_{13}$
300	$-0{,}41-i\cdot0{,}06$	$0{,}57-i\cdot0{,}07$	1,31	1,36
325	$-0{,}65-i\cdot0{,}05$	$0{,}48-i\cdot0{,}05$	1,33	1,24
340	$-0{,}78-i\cdot0{,}04$	$0{,}30-i\cdot0{,}06$	1,30	1,42
350	$-0{,}89-i\cdot0{,}05$	$0{,}21-i\cdot0{,}07$	1,43	1,33
360	$-0{,}92-i\cdot0{,}04$	$0{,}16-i\cdot0{,}07$	1,38	1,33
370	$-0{,}96-i\cdot0{,}02$	$0{,}08-i\cdot0{,}07$	1,20 .	1,32
380	$-1{,}0-i\cdot0{,}02$	$-0{,}004-i\cdot0{,}07$	1,23	1,32
390	$-1{,}0-i\cdot0{,}02$	$-0{,}09-i\cdot0{,}07$	1,31	1,29
400	$-1{,}03-i\cdot0{,}01$	$-0{,}17-i\cdot0{,}07$	1,19	1,31

В таблице 3.1 представлены значения исходных передаточных функций h_{12} и h_{13}, рассчитанных по формуле (3.95). Корреляции, необходимые для расчета передаточных функций h_{12} и h_{13}, измерялись на корреляторе.

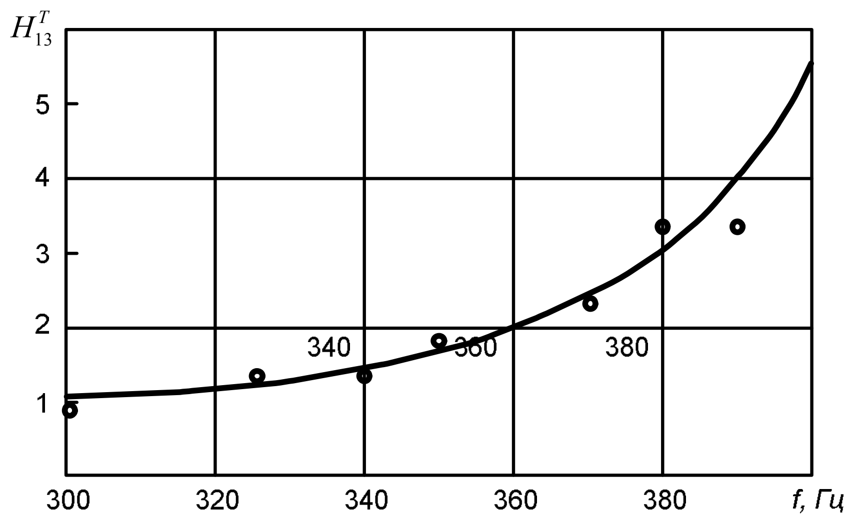


Рис. 3.8. **Зависимость передаточной функции от частоты**

На рис. 3.8 показана зависимость от частоты передаточной функции H_{13}^T, рассчитанной по формуле (3.88) (сплошная линия), для случая слабого влияния сил вязкостного сопротивления на акустическую волну ($\omega_0 t_* \gg 1$). На этом же рисунке точками показана экспериментальная зависимость от частоты передаточной функции H_{13}, рассчитанной по формуле

$$H_{13} = h_{13} / \left(1 + h_{12}\right) \tag{3.109}$$

Формула (3.109) следует из (3.87) при одинаковом расстоянии между датчиками, следовательно, $H_{13} = H_{23}$.

Хорошее совпадение теоретической и экспериментальной кривых косвенно свидетельствует о том, что силами вязкостного сопротивления можно пренебречь и расчет импеданса проводить в приближении ($\omega_0 t_* \gg 1$). Результаты расчета модуля и фазы Φ импеданса в точке x_1 по парам точек $\left(x_1, x_2\right)$ - крестики, $\left(x_1, x_3\right)$ - кружки изображены на рис. 3.9 и 3.10. Сплошная линия иллюстрирует зависимость модуля и фазы импеданса от частоты, рассчитанную по формуле

$$I\left(x_1\right) = \frac{I(0) - \sqrt{1 + \dfrac{1}{i\omega_0 t_*}} \operatorname{th}\left(\dfrac{i\omega_0 x_1}{c} \sqrt{1 + \dfrac{1}{i\omega_0 t_*}}\right)}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{i\omega_0 t_*}} - I(0) \operatorname{th}\left(\dfrac{i\omega_0 x_1}{c} \sqrt{1 + \dfrac{1}{i\omega_0 t_*}}\right)}, \tag{3.110}$$

полученной из уравнений акустики (3.84), (3.85).

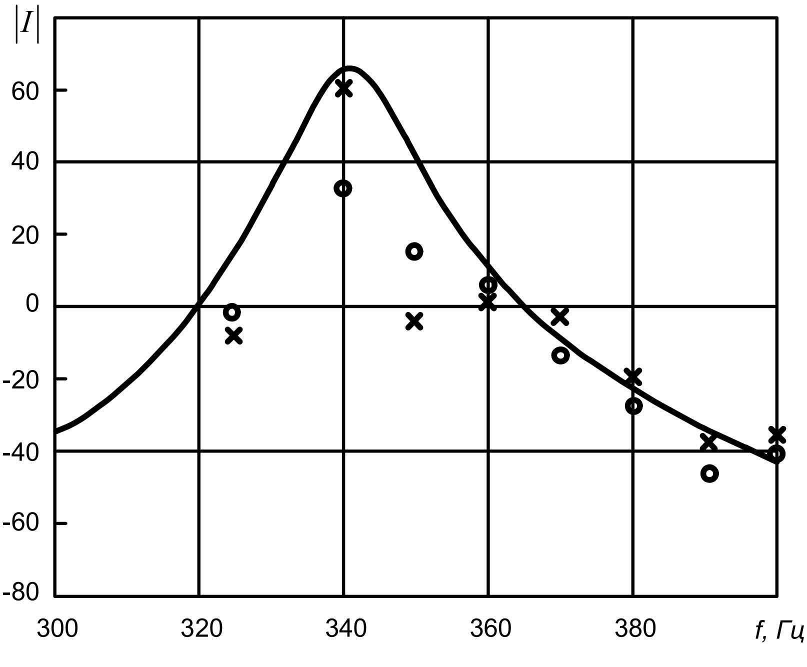


Рис. 3.9. **Зависимость модуля импеданса от частоты.**

В формуле (3.110) $I(0)$ - значение импеданса на левом конце трубы, которое определялось из условия совпадения теоретического значения импеданса с экспериментальным на частоте 300 Гц.

Рисунок 3.9 иллюстрирует удовлетворительное совпадение экспериментальных и теоретических значений импеданса в диапазоне частот 300÷400 Гц.

Заметим, что фаза импеданса лежит в первой и четвертой четвертях комплексной плоскости, и поэтому реальная часть импеданса положительна. Но как уже отмечалось выше, это свидетельствует о положительном направлении распространения бегущей компоненты акустической волны (от динамика). Количественное соотношение между амплитудами бегущей и стоячей компонент акустической волны характеризуется величиной $\beta = (A_+ - A_-)/2A_-$, которая выражается через параметр $|E|$

$$(A_+ - A_-)/2A_- = (|E| - 1)/2 \tag{3.111}$$

Значения параметра $|E|$ в точке x_1, рассчитанные по парам (x_1, x_2) и (x_1, x_3) в диапазоне частот 300÷400 Гц, помещены в таблицу 3.1.

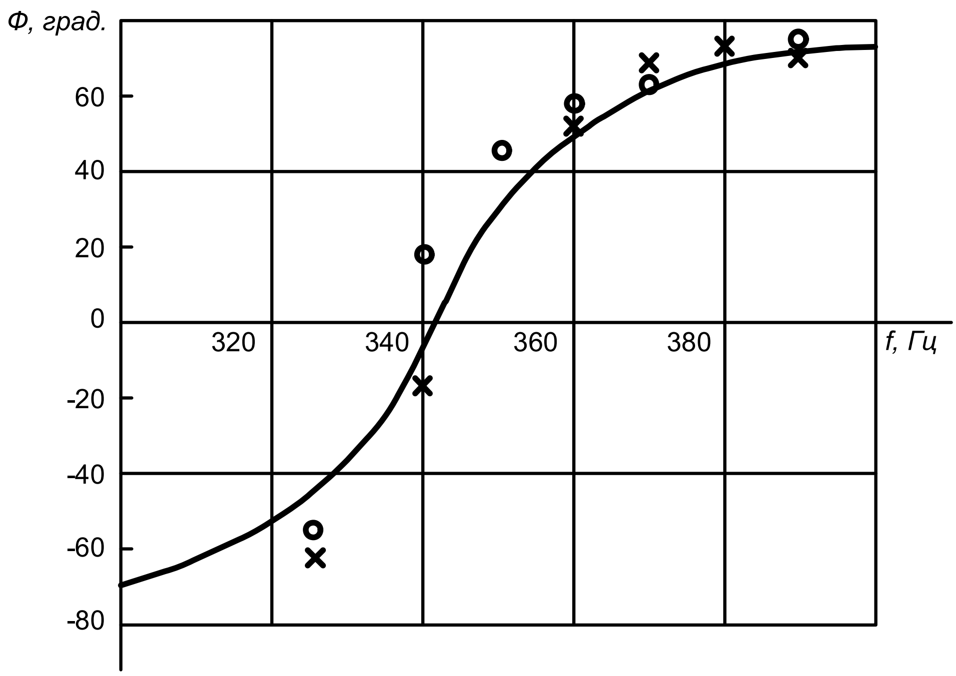


Рис. 3.10. **Зависимость фазы импеданса от частоты**

Так же, как и фаза импеданса, значения параметра $|E|$ указывают на положительное направление распространения бегущей компоненты (слева направо) и дают возможность количественно оценить соотношение между амплитудами бегущей и стоячей компонент $0,1 \le \beta \le 0,21$.

Расчет экспериментального распределения импеданса по координате выполнялся для трубы с протоком воды. Пульсации давления в среде измерялись датчиками давления в четырех точках, стоящих от левого конца трубы на расстояниях $x_1 = 0,2$ м, $x_2 = 0,585$ м, $x_3 = 0,71$ м, $x_4 = 1,095$ м. Поток воды в трубе создавался за счет перетекания воды из емкости повышенного давления (слева) в емкость с атмосферным давлением (справа). Акустические колебания в трубе возбуждались вихревыми течениями, возникающими на входе и выходе трубы в области скачков сечения. Пульсации давления обрабатывались в разных точках трубы (точки x_1, x_2, x_3, x_4), но на одной частоте, равной 465 Гц.

Таблица 3.2

$m-n$	h_{mn}	I_{mn}	I_m	I_T
1-4 1-3	0,635 1,651	$-i{\cdot}0,81$ $-i{\cdot}0,72$	$-i{\cdot}0,76$	$-i{\cdot}0,67$
2-4 2-1	0,507 0,570	$-i{\cdot}7,24$ $-i{\cdot}12,8$	$i{\cdot}10$	$-i{\cdot}9,7$
3-1 3-4	0,485 0,384	$i{\cdot}9,58$ $i{\cdot}3,09$	$i{\cdot}6,33$	$i{\cdot}5,4$
4-2 4-1	2,17 1,08	$i{\cdot}0,52$ $i{\cdot}0,57$	$i{\cdot}0,55$	$i{\cdot}0,55$

Значение импеданса в каждой точке x_m ($m = 1, 2, 3, 4$) определялось по двум парам точек (x_m, x_n). В первых двух колонках таблицы 3.2 представлены номера пар точек m и n, использованных в расчете, и соответствующие передаточные функции h_{mn}. В третьей колонке таблицы - значения импеданса в точке x_m, рассчитанные по двум парам точек (x_m, x_n), в четвертой - среднее значение импеданса по двум парам точек. В последней колонке таблицы 3.2 для сравнения приведены теоретические значения импеданса, рассчитанные по формуле (3.110). Значение импеданса на входе в трубу $I(0)$ определялось из условия наилучшего совпадения теоретического и экспериментального распределения в среднем $\left[I(0) = -i \cdot 0{,}128\right]$.

Расчет импедансов по формулам (3.91), (3.110) производился в приближении $\omega_0 t_* \gg 1$, когда силы вязкостного сопротивления слабо влияют на акустическую волну. Организация эксперимента обеспечивала выполнение этого условия: G = 40 кг/с, $s_2 = 20$ см^2, $\Delta p = 3{,}6$ кгс/см^2, L = 130 см, $g = 1000$ см / с^2. При таких параметрах $t_* = 0{,}037$, а $\omega_0 t_* = 2\pi \cdot 465$ Гц $\cdot\, 0{,}037$ с $\cong 90 \gg 1$.

Значения импеданса в четырех точках трубы оказались чисто мнимыми. Это означает, что акустическая волна в трубе содержит только стоячую компоненту.

3.5. Полученные результаты и выводы

1. Исследованы звуковые колебания, возникающие при прохождения потока газа через переходы от труб одного диаметра к другому и определены выражения для расчета акустических характеристик. Полученные выражения применены для переходов различного типа (диффузоров и конфузоров) с учетом теорем взаимности, определены коэффициенты звукопрохождения и звукоизоляции.

2. В работе рассчитана звукоизоляция экспоненциального, конического параболического и степенного диффузоров (конфузоров). Были проведены расчеты на компьютере звукоизоляции конического диффузора для пяти отношений площадей двух труб трубопровода. Сравнение графиков зависимости звукоизоляции от безразмерной частоты с графиками звукоизоляции экспоненциального диффузора показывает, что они почти не отличаются друг от друга. Из этого следует, что на практике лучше применять конический диффузор, так как он более технологичен по сравнению с экспоненциальным. Можно также рекомендовать для оценки конического диффузора формулы, выведенные для экспоненциального диффузора, так как они значительно проще.

3. Установлено, что с какой бы стороны звук не падал на трубу переменного сечения, доля энергии, которая проходит через нее, будет одна и та же. Это утверждение относится к группе теорем взаимности. Из него можно сдела-

ны выводы. Уменьшение или увеличение всех площадей поперечных сечений в число раз, равное потоку энергии бегущей плоской волны не меняет коэффициента звукопрохождения по энергии (соотношение подобия).

4. Доказано, что не имеет значения, с какой трубой переменного сечения имеем дело – сужающейся или расширяющейся. Если только у них длина, отношения площадей поперечного сечения на концах и закон изменения площади поперечного сечения будут одинаковы, то и коэффициенты звукопрохождения по энергии будут равны.

5. Получены уравнения, которые дают математическую формулировку принципа взаимности для труб переменного сечения, которая говорит о том, что источник с объемной скоростью Q, помещенный в т. $x = x_1$, создает в т. $x = x_2$ такое же звуковое давление, которое он создает в т. $x = x_1$, будучи помещен в т. $x = x_2$.

6. Рассчитаны акустические импедансы бесконечной цилиндрической оболочки трубы с учетом условий резонансов по продольным и сдвиговым волнам в оболочке при различных азимутальных числах и углах между направлением распространения нормальной волны и нормалью к поверхности оболочки.

7. Проведено сопоставление распределения импеданса по частоте и по длине трубы, найденное из эксперимента по изложенному методу, с теоретическим распределением импеданса, рассчитанным по уравнениям акустики, свидетельствует о работоспособности метода.

8. Установлено, что при доводке агрегатов газокомпрессорной станции возникает необходимость сопоставления характеристик акустического поля, полученных из эксперимента и рассчитанных по системе уравнений, описывающих функционирование энергетической установки. В связи с этим исследовано, какие измерения необходимо провести в ходе испытания и как обработать полученную информацию, чтобы получить необходимые характеристики акустической волны (импеданс, соотношение между энергиями бегущей и стоячей компоненты).

9. Предложен экспериментально-расчетный способ определения характеристик акустического поля по результатам статистической обработки пульса-

ций давления в трубопроводах вблизи от газокомпрессорных установок. Определены формулы расчета энергетического спектра пульсаций давления и акустического импеданса волны.

10. Проведен анализ причин возникновения больших амплитуд акустических колебаний, приводящих к аварийным исходам либо к нарушению нормального функционирования газокомпрессорных установок, с применением разработанного экспериментально-расчетного способа. Показана воспроизводимость характеристик акустического поля при их расчете по различным парам точек измерения пульсаций давления.

Глава 4. МЕТОДЫ СНИЖЕНИЯ ШУМОИЗЛУЧЕНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИМИ И ЗВУКОИЗОЛИРУЮЩИМИ КОНСТРУКЦИЯМИ

4.1. Введение

За последние десятилетия накоплен достаточно большой теоретический и экспериментальный опыт изоляции помещений от внешнего шума при помощи ограждающих конструкций и снижения уровня шума в самих помещениях. Возрастание шумности в населенных пунктах, городах, а также в промышленных, общественных и жилых зданиях, с одной стороны, стремление и строить здания и сооружения с наименьшей затратой материальных средств, с другой, вызывают необходимость в получении большего эффекта звукоизоляции и звукопоглощения.

Для дальнейшего анализа процессов изоляции и поглощения звука следует знать механизм прохождения его через преграды, что позволит управлять его акустическими свойствами и конструктивными решениями преград. Это достигается созданием технологии изготовления новых материалов и конструкций с повышенными потерями энергии на внутреннее трение; конструированием легких слоистых листовых конструкций, конструкций, обладающих наибольшей звукоизоляцией; рациональным использованием сверхлегких звукоизолирующих ограждений из мягких материалов; проектированием пространственной взаимосвязи ограждающих конструкций; повышением звукоизоляции путем варьирования размерами легких ограждений и путем выбора способов опирания звукоизолирующих конструкций.

Для создания комфортных условий труда рабочего персонала применяются звукоизолирующие кожухи. Высокая звукоизоляция и успешное применение кожухов на производстве возможны с учетом определенных требований. Зарубежный опыт показывает, что в идеале кожух должен быть принадлежностью машины, выполняя несколько технических функций, что снижает экономические затраты на борьбу с шумом.

Основными требованиями, предъявляемыми к звукоизолирующим кожухам, являются:

- сохранение благоприятных условий работы оператора, обеспечение нормальных условий и безаварийного режима работы изолированной машины;

- обеспечение требуемой акустической эффективности (звукоизоляции).

Высокоэффективным решением создания конструкции кожуха является такое, при котором обеспечивается его полная герметичность и отсутствие физического контакта с источником шума. Современные конструкции кожухов довольно далеки от идеала, т.к. по условиям их эксплуатации нарушается герметичность из-за необходимости подсоединения трубопроводов через кожух, а также воздушных каналов для охлаждения. Кроме того, использование соединений участков кожуха, сопровождаемое снижением плотности, также ведет к сложности конструктивного решения и ограничению реальной звукоизоляции значениями, характерными для данного класса кожухов.

Выбор общего конструктивного решения и конкретных участков кожуха определяется такими факторами, как: наличие свободного пространства около поверхности изолируемой поверхности, необходимость доступа к узлам машины, возможность понижения уровня шума за счет звукоизоляции некоторых узлов, возможность применения блочных элементов и т.д.

Таким образом, эффективным методом снижения уровня шума от трубопроводов является применение вибропоглощающих и звукоизолирующих конструкций, не требующих изменения существующей структуры системы трубопроводов.

4.2. Звукоизоляция цилиндрической оболочки в ограниченном пространстве от внешнего источника шума

Рассмотрим расчетную модель процесса [51]. Источник шума, имеющий вид цилиндра радиусом a_0, расположен нормально к двум плоским параллельным стенкам помещения (рис. 4.1). На нем задано произвольное распределение радиальных скоростей $\dot{W}_0$. Ось тонкостенной цилиндрической оболочки параллельна оси излучателя и расположена на расстоянии d от нее. Расстояние между стенками равно l.

Ось z цилиндрической системы координат совместим с осью оболочки, а плоскость $z=0$ – с одной из стенок.

Звуковое давление, создаваемое излучателем, обозначим p_1, давление звукового поля, отраженного от оболочки, – p_2, а давление внутри оболочки – p_3. Если считать стенки абсолютно жесткими, то z- составляющие скорости колебаний на них должны равняться 0. Таким граничным условиям удовлетворяют функции $\cos k_m z$, где $k_m = m\pi/l$ и $m = 0,1,2,...$ – целое число.

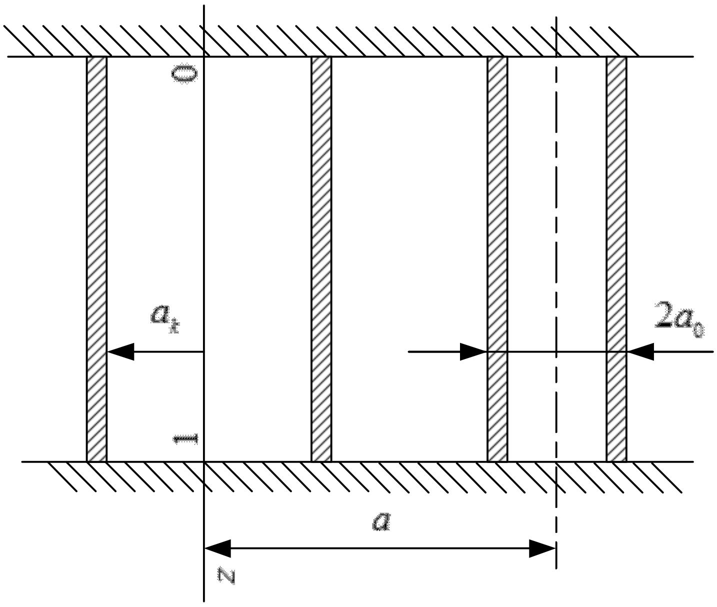


Рис. 4.1. **Оси координат и обозначения при возбуждении шума снаружи**

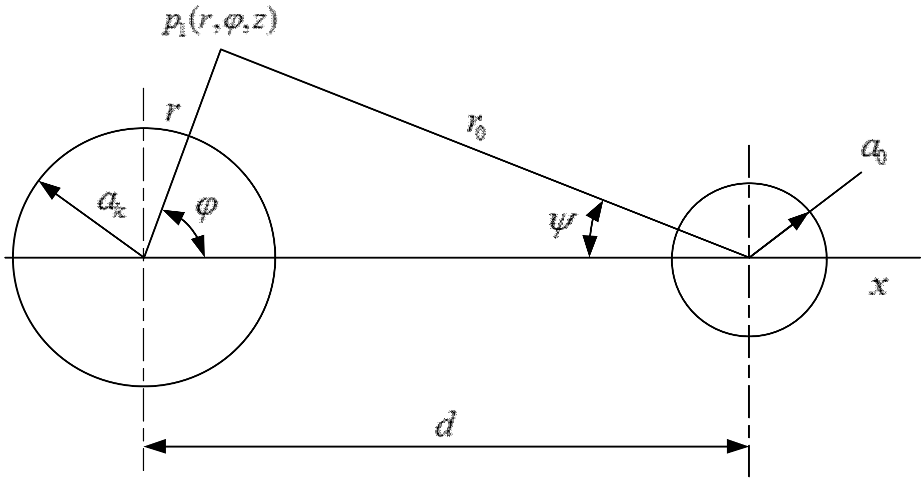


Рис. 4.2. **Обозначения углов при переносе осей координат**

С учетом этого звуковое поле источника в точке $(\mathrm{r},\varphi,\mathrm{z})$ запишем в виде

$$p_1 = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} b_{km} H_k^{(1)}(k_{rm} r_0) e^{ik\psi} \cos k_m z\,, \tag{4.1}$$

где $k_{rm} = \sqrt{k_b^2 - k_m^2}$; $r_0^2 = r^2 + d^2 - 2rd\cos\varphi$; $k_b = \omega / c_b$ – волновое число в воздухе; b_{km} – амплитуда волны в разложении; $H_k^{(1)}$ – функция Ганкеля первого рода порядка k. Угол ψ показан на рис. 4.2. Амплитуды b_{km} известны. Они определяются из граничных условий на излучателе, где радиальные скорости воздуха $V_r = \dfrac{1}{i\rho_b\omega}\dfrac{\partial p_1}{\partial r_0}$ при $r_0 = a_0$ равны $\dot{W}_0$. Скорость

$$V_r = \frac{1}{ip_b\omega}\sum_k\sum_m b_{km} k_{rm} \dot{H}_k^{(1)}(k_{rm} r_o) e^{ik\psi} \cos k_m z\,, \tag{4.2}$$

где $\dot{H}_k^{(1)}$ – производная функции Ганкеля по аргументу. Для того, чтобы вычислить b_{km}, следует представить скорость $\dot{W}_0$ также в виде ряда

$$\dot{W}_0 = \sum_k\sum_m \dot{W}_{km}^0 e^{ik\psi} \cos k_m z\,. \tag{4.3}$$

Коэффициенты разложения $\dot{W}_{km}$ можно определить, умножив обе стороны (4.3) на $e^{ik\psi}\cos k_m z$ и проинтегрировав по ψ от 0 до 2π и по z от 0 до l. Тогда

$$\dot{W}_{km}^0 = \frac{1}{\pi l}\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^l \dot{W}_0 e^{-ik\psi} \cos k_m z dz\,. \tag{4.3}$$

Приравнивая (4.2) и (4.3), получим

$$b_{km} = \frac{i\rho_b\omega\dot{W}_{km}^0}{k_{rm} H_k^{(1)}(k_{rm} a_0)}\,. \tag{4.5}$$

Для удобства записи граничных условий на оболочке выражение (4.1) следует преобразовать. По теореме сложения [94]

$$H_k^{(1)}[k_{rm}(r^2 + d^2 - 2rd\cos\varphi)] e^{ik\psi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{n+k}^{(1)}(k_{rm} d) J_n(k_{rm} r) e^{in\varphi}\,. \tag{4.6}$$

Подставив (4.6) в (4.1), получим

$$p_1(r,\varphi,z) = \sum\sum p^1_{mn} J_n(k_{rm} r) e^{in\varphi} \cos k_m z\,, \tag{4.7}$$

где

$$p^1_{mn} = \sum b_{km} H^{(1)}_{n+k}(k_{rm} d)$$

Или, используя (4.5)

$$p^1_{mn} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{i\rho_b \omega \dot{W}^0_{km} H^{(1)}_{n+k}(k_{rm} d)}{k_{rm} \dot{H}^{(1)}_k (k_{rm} a_0)}\,. \tag{4.8}$$

Таким образом, источник создает звуковое поле, давление которого записывается в виде (4.7).

Рассеянное и прошедшее сквозь оболочку поле запишем в виде

$$p_2(r,\varphi,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p^2_{mn} H^{(1)}_n(k_{rm} r) e^{in\varphi} \cos k_m z\,, \tag{4.9}$$

$$p_3(r,\varphi,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p^3_{mn} J_n(k_{rm} r) e^{in\varphi} \cos k_m z_0\,.$$

Поле снаружи оболочки $p_H = p_1 + p_2$. Внутри оболочки оно равно p_3. Уравнения движения и условия закрепления оболочки возьмем из [94]. Тогда радиальная скорость прогиба оболочки $\dot{W}$ записывается в виде

$$\dot{W} = \sum_m \sum_n \dot{W}_{mn} e^{in\varphi} \cos k_m z\,. \tag{4.10}$$

Амплитуда $\dot{W}_{mn}$ связана с амплитудами p^1_{mn}, p^2_{mn} и p^3_{mn} через импеданс оболочки Z_{mn}:

$$Z_{mn} \dot{W}_{mn} = p^3_{mn} J_n(k_{rm} a_k) - p^1_{mn} J_n(k_{rm} a_k) - p^2_{mn} H^{(1)}_n(k_{rm} a_k)\,. \tag{4.11}$$

В общем виде

$$Z_{mn} = -i\omega m_0 \times \left[1 - \frac{\left(k_m^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2}\right)^2}{k_u^4} - \frac{1 + (k_m^2 - k_t^2)(k^2 - k_\Pi^2) - k_\Pi^2 \dfrac{n^2}{a_k^2}}{k_\Pi^2 a_k^2 \left(k_m^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2} - k_0^2\right)\left(k_m^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2} - k_t^2\right)} \right], \tag{4.12}$$

Где $k_t = \omega / c_t$; $k_0 = \omega / c_0$; $k_\Pi = \omega / c_\Pi$; $k_u = \sqrt{\omega^2 m_0 / B}$ – волновые числа изгибных колебаний; $B = Eh^3 / 12(1-\sigma^2)$ – изгибная жесткость металла, из которой изготовлена оболочка; E и σ – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала; $c_t, c_П, c_0$ – скорости распространения сдвиговых и продольных в стержне и пластине волн соответственно. Кроме (4.10) для оболочки должны выполняться граничные условия, выражающие равенство радиальных скоростей частиц, воздуха внутри и снаружи радиальной скорости оболочки:

$$\frac{1}{i\rho_b\omega}\frac{\partial(p_1+p_2)r=a_k}{\partial r}=\frac{1}{i\rho_b\omega}\frac{\partial(p_3)r=a_k}{\partial r}=\dot{W}\,. \tag{4.13}$$

Подставляя в (4.13) выражения (4.7), (4.9), (4.10) и учитывая (4.11), получим систему уравнения для неизвестных амплитуд p^2_{mn}, p^3_{mn} и $\dot{W}_{mn}$:

$$\begin{gathered} p^3 J_n - p^1 J_n - p^2 H_n = Z_{mn}\dot{W}\,, \\ p^3 J_n = p^1 \dot{J}_n + p^2 \dot{H}_n = p\,, \\ p^3 \dot{J}_n = Z_0 \dot{W}\,. \end{gathered} \tag{4.14}$$

В (4.14) для простоты записи опущены индексы у p и $\dot{W}$, точки над функциями Бесселя J и Ганкеля H означают дифференцирование по аргументу, $Z_0 = i\rho_b\omega / k_{rm}$.

Разрешив систему (4.14) относительно амплитуды p^3_{mn}, найдем

$$p^3_{mn}=\frac{p^1_{mn}}{1+\dfrac{\pi k_{rm}a_k Z_{mn}}{2\rho_b\omega}\dot{J}_n(k_{rm}a_k)\dot{H}^{(1)}_n(k_{rm}a_k)} \tag{4.15}$$

Если подставить сюда значение p^1_{mn} из (4.8), получим

$$p^3_{mn}=\frac{i\rho_b\omega\sum\limits_k\dfrac{\dot{W}^0_{mk}H^{(1)}_{n+k}(k_{rm}d)}{k_{rm}\dot{H}^{(1)}_k(k_{rm}a_0)}}{1+\dfrac{\pi k_{rm}a_k Z_{mn}}{2\rho_b\omega}\dot{J}_n(k_{rm}a_k)\dot{H}^{(1)}_n(k_{rm}a_k)}\,. \tag{4.16}$$

Полное значение звукового давления внутри оболочки находится путем суммирования по всем гармоникам в соответствии с (4.9).

Звукоизоляцию оболочки R определим как

$$R = 10\lg\left[\frac{p_1(r,\varphi,z)}{p_3(r,\varphi,z)}\right]^2.$$

Подставив значение p_{mn}^3 из (4.16) во второе выражение (4.9) и p_{mn}^1 из (4.8) в (4.7), получим окончательно

$$R = 10\lg\left[\frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} p_{mn}^1 J_n(k_{rm}r)e^{in\varphi}\cos k_m z_0}{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{p_{mn}^1 J_n(k_{rm}r)e^{in\varphi}\cos k_m z_0}{1+\dfrac{\pi k_{rm}^2 a_k Z_{mn}}{2\rho_b\omega}\dot{J}_n(k_{rm}a_k)\dot{H}_n^{(1)}(k_{rm}a_k)}}\right]^2, \tag{4.17}$$

где $k_{rm} = \sqrt{k_b^2 - k_m^2}$, а p_{mn}^1 определяется по (4.8).

Выражение (4.17) является сложным для практического применения. Однако оно значительно упрощается, если рассмотреть звукоизоляцию на оси оболочки, когда все $J_n(0) = 0$, за исключением $J_n(0) = 1$. Тогда исчезает суммирование по n, т.е. зависимость от угла φ, и (4.17) можно записать в более простом виде:

$$R = 10\lg\left[\frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} p_{m0}^1 \cos k_m z}{\sum\limits_{m=0}^{\infty} \dfrac{p_{m0}^1 \cos k_m z}{1+\dfrac{\pi k_{rm}^2 a_k Z_{mn}}{2\rho_b\omega} J_1(k_{rm}a_k)\dot{H}_1^{(1)}(k_{rm}a_k)}}\right]^2. \tag{4.18}$$

Прежде чем начать анализ полученных выражений, следует более подробно рассмотреть звуковое поле p_1, которое создает излучатель. Для этого вернемся к выражению (4.1). Давление складывается из нормальных волн типа

$$H_k^{(1)}(k_{rm}r_0)e^{ik\psi}\cos k_m z,$$

где $k_{rm} = \sqrt{k_b^2 - k_m^2}$; $k_m = m\pi/l$ и $m = 0,1,2,...$ – целое число. Величина k_{rm} будет действительна в том случае, когда $k_b \ge k_m$ или частота $f \ge mc_b/2l$. В противном случае k_{rm} становится мнимой величиной. Тогда

$$H_n^{(1)}(i\,|\,k_{rm}\,|\,r_0) = 2e^{-n\pi i/2};\ K_n(|\,\mathrm{k}_{rm}\,|\,\mathrm{r}_0)/\pi i,$$

Где K_n – Функция Макдональдса [126] (модифицированная функция Ганкеля), которая экспоненциально спадает с расстоянием. Другими словами, на достаточно большом расстоянии от измерителя эти неоднородные волны дают незначительный вклад в звуковое поле, которое в основном складывается из бегущих волн. На каждой частоте f будут распространяться волны с теми номерами m, значения которых удовлетворяют соотношению

$$m \le 2lf/c_b\,. \tag{4.19}$$

На самых низких частотах $f < c_b/2l$ распространяются только нулевая мода с $m = 0$, которая может распространяться всегда. Затем, начиная с $f_1 = c_b/2l$, к ней присоединяется волна с $m = 1$. Дальше с частоты $f_2 = c_b/l$ к двум первым присоединяется волна с $m = 2$ и т.д. Таким образом, суммирование по m в одиночных расчетах звукоизоляции по формулам (4.17) и (4.18) можно проводить лишь по тем значениям m, которые удовлетворяют (4.19).

Рассмотрим звукоизоляцию оболочки R_0 при $m = 0$. Как указывалось выше, при произвольном возбуждении такая волна распространяется одна до $f_1 = c_b/2l$ и определяет звукоизоляцию оболочки на этих частотах. Но когда в качестве излучателя служит пульсирующий цилиндр, выражение для R_0 будет справедливо для всех частот, так как в этом случае волн с другими m нет.

На оси оболочки из (4.18) следует, что

$$R_0 = 10\lg\left|1 + \frac{\pi k_b a_k Z_{00}}{2\rho_b c_b} J_1(k_b a_k) H_1^{(1)}(k_b a_0)\right|^2. \tag{4.20}$$

Следует обратить внимание, что это значение R_0 совпадает со звукоизоляцией оболочки в случае, когда источник ее нулевого порядка находится на оси оболочки внутри.

Если точку наблюдения взять не на оси, а в некоторой точке r, то, согласно (4.17),

$$R = 10\lg\left|\frac{\sum_n p_{0n}^1 J_n(k_b r)e^{in\varphi}}{\sum \dfrac{p_{0n}^1 J_n(k_b r)e^{in\varphi}}{1+\dfrac{\pi k_b a_k Z_{0n}}{2\rho_b c_b}\dot{J}_n(k_b a_k)\dot{H}_n^{(1)}(k_b a_k)}}\right|^2 \tag{4.21}$$

Отсюда следует, что звукоизоляция будет зависеть от точки наблюдения (r,φ). Такой зависимости нет при источнике нулевого порядка, расположенном внутри оболочки на оси.

Рассмотрим важный для практики случай сосредоточения источника. Положим для простоты, что излучает малая часть цилиндрической поверхности $\Delta z \to 0$ в точке $z = z_0$ и зависимости по углу ψ нет. Тогда радиальную скорость излучателя можно записать в виде $\dot{W}_0\delta(z-z_0)$, где δ – функция Дирака. Разложение скорости в ряд по z будет

$$\dot{W}_0\delta(z-z_0) = \sum_{m=0}^{\infty}\dot{W}_{m0}\cos k_m z$$

где $\dot{W}_{m0} = 2\pi\dot{W}_0\cos k_m z_0$, так как при $k \neq 0$ $\dot{W}_{mk} = 0$. Согласно (4.8),

$$p_{m0}^1 = \frac{i\rho_b\omega W_{m0}^0 H_0^{(1)}(k_{rm}d)}{k_{rm}H_1^{(1)}(k_{rm}a_0)}.$$

Для упрощения расчетов положим, что радиус излучателя a_0 мал, так что $k_{rm}a_0 \ll 1$. Тогда $k_{rm}H_1^{(1)}(k_{rm}a_0) \approx -2i/\pi a_0$. С учетом этого звукоизоляция R, если точку наблюдения взять на оси, равна

$$R = 10\lg\left|\frac{\sum_{m=0}^{\infty}\cos k_m z_0 \cos k_m z H_0^{(1)}(k_{rm}d)}{\sum_{m=0}^{\infty}\dfrac{\cos k_m z_0\cos k_m z H_0^{(1)}(k_{rm}d)}{1+\dfrac{\pi k_{rm}^2 a_k Z_{m0}}{2\rho_b\omega}J_1(k_{rm}a_k)H_1^{(1)}(k_{rm}a_k)}}\right|^2. \tag{4.22}$$

Здесь импеданс оболочки Z_{m0} получается из (4.12), если допустить, что $n = 0$.

Обратим внимание, что выражение (4.22) совпадает со звукоизоляцией R оболочки, возбуждаемой изнутри сосредоточенным источником, расположенным на оси в точке $(0, z_0)$.

4.3. Звукоизоляция полуцилиндрическим кожухом при ограниченном источнике

Для практики представляет интерес случай, когда протяженный источник шума конечных размеров расположен на жестком основании. Для снижения шума такого источника часто целесообразно использовать полуцилиндрический кожух, поскольку он обладает рядом преимуществ перед кожухом с плоскими стенками [52]. Расчет звукоизоляции кожуха в общем случае сложен, поэтому рассмотрим упрощенную модель, в которой сохраняются основные особенности задачи: конечность размера источника шума и форма кожуха. Колебания считаем гармоническими. Временной множитель для простоты опустим.

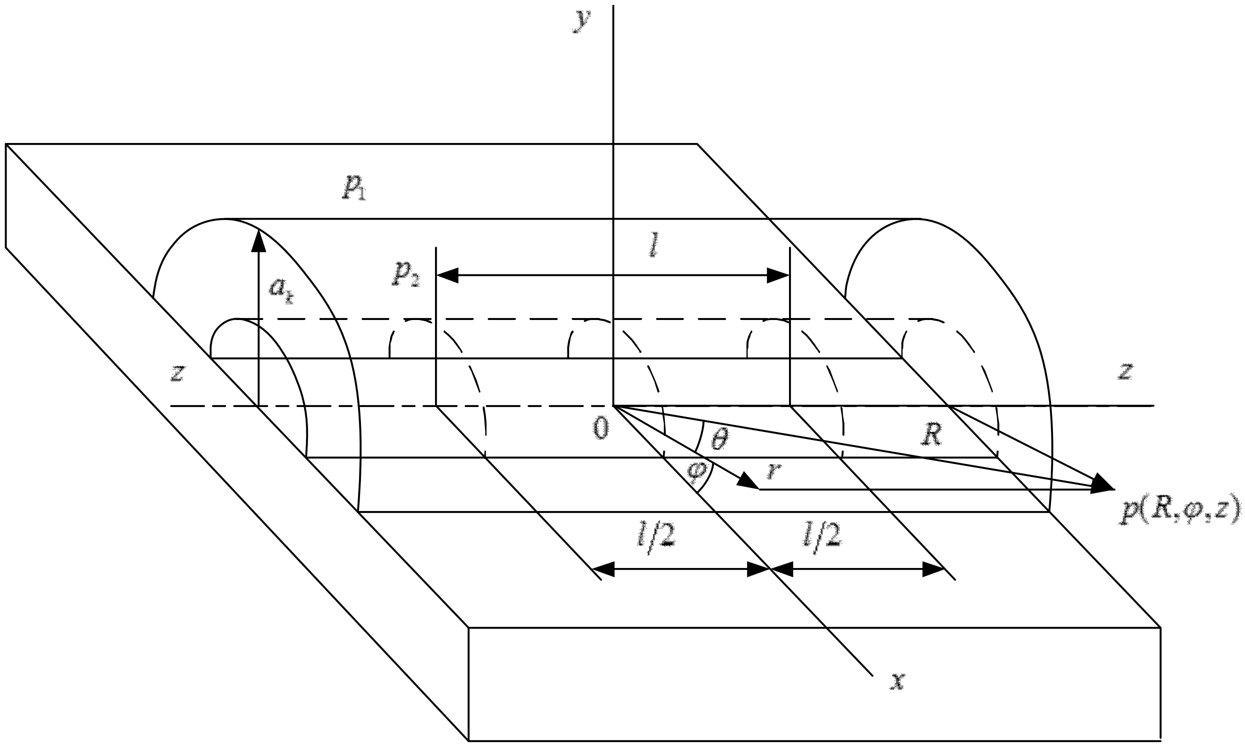


Рис. 4.3. **К расчету звукоизоляции полуцилиндра**

В качестве источника выберем участок полуцилиндра длиной l и радиусом a_0, на котором задано произвольное распределение радиальных смещений поверхности $-W = W_0(z,\varphi)$. На остальной части полуцилиндра $W = 0$. Кожух радиусом a_k имеет бесконечную протяженность и расположен коаксиально с источником. Для полуцилиндров выберем ось z цилиндрической системы координат (). Начало координат расположим в середине источника шума.

Представим радиальные смещения источника в виде

$$W_0(z,\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_{nk} e^{i(kz+n\varphi)} dk. \qquad (4.23)$$

Источник стоит на жесткой поверхности, на которой нормальные смещения (скорости) равны 0, поэтому распределение смещений по углу φ будет симметрично плоскости основания и разложение по φ содержит только $\cos\varphi$, т.е. (4.23) следует записать в виде

$$W_0(z,\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W'_{nk} e^{ikz} \cos n\varphi dk. \qquad (4.24)$$

При таком возбуждении смещения нейтральной поверхности кожуха вдоль осей координат (рис. 4.3) запишутся в виде

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_n(k) \mathrm{e}^{ikz} \cos n\varphi dk,$$

$$\upsilon = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \upsilon_n(k) \mathrm{e}^{ikz} \sin n\varphi dk,$$

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_n(k) \mathrm{e}^{ikz} \cos n\varphi dk.$$

Здесь u, υ и w – осевое, азимутальное и радиальное смещения. Выбранные таким образом решения соответствуют полуцилиндру, свободно лежащему на жестком основании.

В дальнейшем удобнее пользоваться формулой радиальных смещений источника (4.23), которая легко получается из (4.24), так как

$$\cos n\varphi = \frac{e^{in\varphi} + e^{-in\varphi}}{2}.$$

Отсюда $W_{nk} = w'_{nk} / 2$.

Звуковое поле снаружи кожуха $p_1(\mathrm{r},\mathrm{z},\varphi)$, внутри $-p_2(\mathrm{r},\mathrm{z},\varphi)$ и радиальные смещения кожуха и $\mathrm{w}(\mathrm{z},\varphi)$ также представлены в виде разложений

$$p_1(r,z,\varphi)=\sum_n\int_{-\infty}^{\infty}C_n(k)\mathrm{H}_n^{(1)}(\sqrt{k_c^2-k^2r})\mathrm{e}^{i(kz+nj)}\,dk;$$

$$p_2(r,z,\varphi)=\sum_n\int_{-\infty}^{\infty}[A_n(k)\mathrm{H}_n^{(1)}(\sqrt{k_c^2-k^2r})+\mathrm{B}_n(k)\mathrm{H}_n^{(2)}(\sqrt{k_c^2-k^2r})]\mathrm{e}^{i(kz+n\varphi)}\,dk;$$

$$u(z,\varphi)=\sum_n\int_{-\infty}^{\infty}u_n(k)\mathrm{e}^{i(kz+n\varphi)}\,dk;$$

$$\upsilon(z,\varphi)=\sum_n\int_{-\infty}^{\infty}\upsilon_n(k)\mathrm{e}^{i(kz+n\varphi)}\,dk;$$

$$w(z,\varphi)=\sum_n\int_{-\infty}^{\infty}w_n(k)\mathrm{e}^{i(kz+n\varphi)}\,dk. \tag{4.25}$$

Здесь $k_c=\omega/c$, c- скорость распространения звука в воздухе, $H_n^{(1)}$ и $H_n^{(2)}$- функции Ганкеля первого и второго рода порядка n. Неизвестные амплитуды A_n, B_n, C_n и W_n определяются из уравнения движения кожуха и граничных условий, выражающих равенство радиальных смещений частиц воздуха и источника при $r=a_0$ и частиц воздуха и кожуха при $r=a_k$.

Уравнения движения кожуха запишем в виде [94]:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z^2}+\frac{1-\sigma\partial^2}{2a_k^2\partial\varphi^2}+\frac{\omega^2}{c_0^2}\right)u+\left(\frac{1+\sigma}{2a_k}\frac{\partial^2\upsilon}{\partial z\partial\varphi}-\frac{\sigma}{a_k}\frac{\partial w}{\partial z}\right)=0,$$

$$\frac{1+\sigma}{2a_k}\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial\varphi}+\left(\frac{1-\sigma}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{1}{a_k^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+\frac{\omega^2}{c_0}\right)\upsilon-\frac{1}{R^2}\frac{\partial w}{\partial\varphi}=0, \tag{4.26}$$

$$\frac{\sigma}{a_k}\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{1}{a_k^2}\frac{\partial\upsilon}{\partial\varphi}+\left[\frac{\omega^2}{c_0^2}-\frac{1}{a_k^2}-\frac{h^2}{12}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{1}{a_k^2}\frac{\partial}{\partial\varphi^2}\right)^2\right]w=\frac{(p_1-p_2)}{\rho hc_0^2}r=a_k.$$

Здесь $c_0=\sqrt{E/\rho_m\left(1-\sigma^2\right)}$- скорость распространения продольных волн в пластине; E, σ и ρ_m- модуль Юнга, коэффициента Пуассона и плотность материала, из которого изготовлен кожух; u, υ и w- составляющие вектора смещения нейтральной поверхности кожуха по осям координат.

Граничное условие на излучателе

$$\left(\frac{\partial p_2}{\partial r}\right)_{r=a_0} = \rho\omega^2 W_0, \tag{4.27}$$

где ρ - плотность среды (воздуха).

На тонком кожухе радиальные смещения частиц среды внутри и снаружи равны w кожуха:

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial r}\right)_{r=a_k} + \left(\frac{\partial p_2}{\partial r}\right)_{r=a_k} = \rho\omega^2 W. \tag{4.28}$$

Подставляя (4.25) в (4.26), (4.27) и (4.28), получим систему линейных уравнений для неизвестных амплитуд u_n, υ_n, w_n, A_n, B_n и C_n.

Решение этой системы можно значительно упростить, если воспользоваться выражением для импеданса тонкой цилиндрической оболочки, который определяется как отношение амплитуды силы, приложенной к оболочке, к амплитуде радиальной скорости w для бегущей волны $e^{i(kz+n\varphi)}$. Он может быть записан как

$$Z_n = -i\omega m\left[1 - \frac{\left(k^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2}\right)^2}{k_И^4} - \frac{1}{k_П^2 a_k^2}\frac{\left(k^2 - k_t^2\right)\left(k^2 - k_П^2\right) - k_П^2\dfrac{n^2}{a_k^2}}{\left(k^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2} - k_0^2\right)\left(k^2 + \dfrac{n^2}{a_k^2} - k_0^2\right)}\right]. \tag{4.29}$$

Здесь принято: $k_0 = \omega / c_0$, $k = \omega / c_t$, $k_П = \omega / c_П$, $c_t = \sqrt{\mu / \rho_m}$ и $c_П = \sqrt{E / \rho_m}$ - скорости распространения поперечных волн в материале и продольных волн в стержне; $k_И = \sqrt[4]{\omega^2 m / B}$ - волновое число изгибных колебаний; $m = \rho_m h$ и $B = Eh^3 / 12\left(1 - \sigma^2\right)$ - погонная масса и изгибная жесткость пластины, из которой изготовлен кожух; h - толщина стенки кожуха.

С помощью (4.29) можно вместо системы уравнений, получаемых из (4.26), записать одно. С учетом (4.27) и (4.28) оно образует систему

$$C_n H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)+A_n H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)+B_n H_n^{(2)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)=Z_n\left(-i\omega W_n\right)$$

$$A_n H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_0\right)+B_n H_n^{(2)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_0\right)=\frac{\rho\omega^2}{\sqrt{k_c^2-k^2}}W_{nk} \tag{4.30}$$

$$C_n H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)=A_n H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)+B_n H_n^{(2)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)=\frac{\rho\omega^2}{\sqrt{k_c^2-k^2}}W_n$$

Здесь точка над функциями Ганкеля обозначает производную по аргументу. Из последнего уравнения (4.30) найдем

$$C_n=\frac{\rho\omega^2 W_n}{\sqrt{k_c^2-k^2}\,H_n^{(1)}\left(\sqrt{k_c^2-k^2}\,a_k\right)}. \tag{4.31}$$

Подставив это значение в первое уравнение (4.30) и обозначив $Z_0=\dfrac{\rho\omega^2}{\sqrt{k_c^2-k^2}}$,

запишем систему (4.30) в виде

$$\left.\begin{aligned}
&A_n H_n^{(1)}(a_0)+\mathrm{B}_n\,H_n^{(2)}(a_0)=\mathrm{Z}_0\,W_{nk},\\
&A_n H_n^{(1)}(a_k)+\mathrm{B}_n\,H_n^{(2)}(a_k)-\mathrm{Z}_0\,W_n=0,\\
&A_n H_n^{(1)}(a_k)+\mathrm{B}_n\,H_n^{(2)}(a_k)+\left[i\omega Z_n-\frac{Z_0 H_n^{(1)}(a_k)}{H_n^{(1)}(a_k)}\right]W_n=0.
\end{aligned}\right\} \tag{4.32}$$

Определитель этой системы

$$\Delta=\begin{vmatrix}
H_n^{(1)}(\mathrm{a}_0) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) & 0\\
H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) & -Z_0\\
H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) & \left[i\omega Z_n-\dfrac{Z_0 H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)}{H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)}\right]
\end{vmatrix}=$$

$$=Z_0\left[H_n^{(1)}(\mathrm{a}_0)H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k)-H_n^{(2)}(\mathrm{a}_0)H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)\right]+\left[i\omega Z_n-\frac{Z_0 H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)}{H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)}\right]\times \tag{4.33}$$

$$\times\left[H_n^{(1)}(\mathrm{a}_0)H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k)-H_n^{(2)}(\mathrm{a}_0)H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)\right].$$

Определитель

$$\Delta_w = \begin{vmatrix} H_n^{(1)}(\mathrm{a}_0) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_0) & Z_0 W_{nk} \\ H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) & 0 \\ H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) & H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= Z_0 W_{nk}\left[H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) - H_n^{(2)}(\mathrm{a}_k) H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k) \right]. \qquad (4.34)$$

Амплитуда $W_{nk} = \Delta_w / \Delta$. С учетом (4.31)

$$C_n = \frac{Z_0}{H_n^{(1)}(\mathrm{a}_k)} \frac{\Delta_w}{\Delta}. \qquad (4.35)$$

Давление снаружи кожуха для каждой моды n записывается как

$$p_{1n}(r,z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} C_n(k) H_n^{(1)} \sqrt{k_c^2 - k^2} r e^{ikz} dk. \qquad (4.36)$$

Интеграл, входящий в (4.36), часто встречается в теории излучения и дифракции [89]. При достаточно общих предположениях относительно амплитуды $C_n(k)$, которые в большинстве случаев выполняются на практике, его можно оценить с помощью метода перевала при достаточно больших значениях r и z. Для этого используют асимптотики функции Ганкеля:

$$H_n^{(1)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{ix} e^{-i(\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2})}. \qquad (4.37)$$

Подставив (4.37) в (4.36), сделав подстановку $k = k_c \sin\Theta_0$, $dk \cos\Theta_0 d\Theta_0$ и перейдя к сферическим координатам (рис. 4.3) R, формулам $r = R\cos\Theta$, $z = R\sin\Theta$, преобразуем интеграл в (4.36) к виду

$$p_{1n} = \sqrt{\frac{2}{\pi k_c R \cos\Theta}} e^{-i(\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2})} k_c \times$$

$$\times \int\limits_{\Gamma} C_n e^{ik_c R \cos(\Theta_0 - \Theta)} \sqrt{\cos\Theta_0} d\Theta_0. \qquad (4.38)$$

Контур интегрирования Γ приведен на рис. 4.4. Интеграл в (4.38)можно оценить методом перевала [] при $k_c R \gg 1$(большой параметр). Точка перевала $\Theta_0 = \Theta$. Перевальный путь Γ_n приведен на рис. 4.4. Если при непрерывной деформации контура Γ в Γ_n попадутся полюса функций $C_n(k_c \sin\Theta)$, нужно учитывать вычеты в них. Следует отметить, что интерес представляют лишь полюса, лежащей на действительной оси для $-\pi/2 \le \Theta_0 \le \pi/2$, так как они определяют не затухающие волны. Остальные полюса дают экспоненциально затухающие волны, амплитуды которых становятся малыми на больших расстояниях.

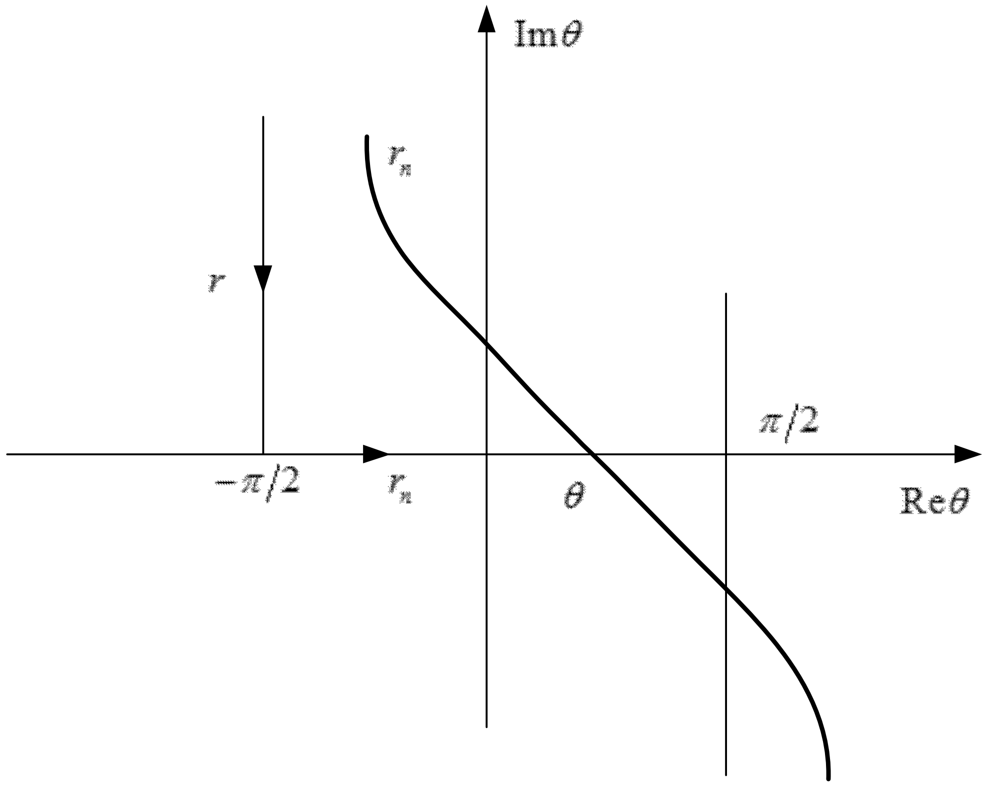


Рис. 4.4. **Контур интегрирования**

Использовав метод перевала, получим:

$$p_{1n} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c R \cos\Theta}} e^{-i(\frac{\pi}{4}+\frac{n\pi}{2})} \sqrt{\cos\Theta} \sqrt{\frac{2\pi}{k_c R i}} C_n(\Theta) e^{ik_c R} =$$

$$= 2C_n(\Theta) e^{-i\frac{\pi}{2}(n+1)} \frac{e^{ik_c R}}{R}$$

или по модулю

$$|p_{1n}| = \frac{2}{R} |C_n(\Theta)|.$$

В отсутствии кожуха

$$C_{0n} = \frac{Z_0}{H_n^{(1)}(\sqrt{k_c^2 - k_0^2} a_0)}, \tag{4.39}$$

отсюда

$$\left|p_{0n}\right| = \frac{2}{R}\ \left|C_{0n}\right| = \frac{2}{R}\frac{\left|Z_0\right|\left|W_{nk}\right|}{\left|H_n^{(1)}(\sqrt{k_c^2 - k^2 a_0})\right|}.$$

Звукоизоляция кожуха определяется как

$$R = 20\lg\left|\frac{p_{0n}}{p_{1n}}\right| = 20\lg\left|\frac{C_{0n}}{C_n}\right|. \qquad (4.40)$$

Подставляя сюда значения C_n и C_{0n} из (4.35) и (4.39), получим:

$$R = 20\lg\left|\frac{H_n^{(1)}(a_k)\Delta}{H_n^{(1)}(a_0)\Delta_w}\right|, \qquad (4.41)$$

где Δ и Δ_w определяются из (4.33) и (4.34).

Окончательно звукоизоляция кожуха

$$R = 20\lg|1 + \frac{\pi Z_n k_c^2 a_k^2 \cos^2\Theta}{4\rho_0 \omega a_k}\frac{\dot{H}_n^{(1)}(a_k)}{\dot{H}_n^{(1)}(a_0)} \times$$
$$\times\left[\dot{H}_n^{(1)}(a_0)\dot{H}_n^{(2)}(a_k) - \dot{H}_n^{(2)}(a_0)\dot{H}_n^{(1)}(a_k)\right]|. \qquad (4.42)$$

Для удобства проведения расчетов по формуле (4.42) можно воспользоваться показательной формой записи функции Ганкеля:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_n^{(1)}(x) &= iC_n'(x)e^{i\delta_n'(x)} \\ \dot{H}_n^{(2)}(x) &= -iC_n'(x)e^{-i\delta_n'(x)} \end{aligned}\right\}. \qquad (4.43)$$

С учетом этих выражений (4.42) можно записать в виде

$$R_n = 20\lg\left|1 - \frac{i\pi k_c^2 ak\cos^2\Theta Z_n}{2\rho_c\omega}\left[C_n'(a_k)\right]^2 \sin\Delta_n e^{i\Delta_n}\right|, \qquad (4.44)$$

где

$$\Delta_n = \delta_n'(k_c a_2\cos\Theta) - \delta_n'(k_c a_0\cos\Theta).$$

При малых значениях аргумента $k_c a_2\cos\Theta \ll 2n+1$

$$C_0'(k_c a_2\cos\Theta) \approx \frac{2}{\pi k_c a_2\cos\Theta},\ C_n'(k_c a_2\cos\Theta) \approx \frac{n!}{2\pi}\left(\frac{2}{k_c a_2\cos\Theta}\right)^{2n+1},$$

$$\Delta_0 \approx \frac{\pi}{4} k_c^2 \cos^2 \Theta \left(a_k^2 - a_0^2 \right), \; \Delta_n \approx -\frac{\pi}{(n!)^2} (\frac{k_c \cos\Theta}{2})^{2n} \left(a_k^{2n} - a_0^{2n} \right).$$

При больших значениях аргумента

$$C_n'(k_c a_k \cos\Theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c a_k \cos\Theta}}, \; \Delta_n \approx k_c \cos\Theta \left(a_k - a_0 \right).$$

4.4. Полученные результаты и выводы

1. Получены выражения для расчета давления звуковых полей внутри и снаружи цилиндрической оболочки, а также значения звукоизоляции оболочки.

2. Установлено, что на достаточно большом расстоянии от измерителя неоднородные волны дают незначительный вклад в звуковое поле, которое в основном складывается из бегущих волн.

3. При произвольном возбуждении распространяется одна волна с нулевой модой (m=0) до определенного значения частоты, которая и определяет звукоизоляцию оболочки на этих частотах, но когда в качестве излучателя служит пульсирующий цилиндр, выражение для расчета звукоизоляции будет справедливо для всех частот, так как в этом случае волн с другими m нет. Таким образом, звукоизоляция зависит от точки наблюдения (r,φ). Такой зависимости нет при источнике нулевого порядка, расположенном внутри оболочки на оси.

4. Рассмотрена возможность снижения шума протяженного источника конечных размеров на жестком основании с помощью полуцилиндрического кожуха. Получено выражение для расчета звукоизоляции кожуха при разных значениях определенного аргумента.

5. Получено расчетное интегральное выражение для давления снаружи кожуха для каждой моды, которое оценивается с помощью метода перевала и асимптотик функций Ганкеля. В методе перевала учитываются только полюса функций амплитуды, лежащей на действительной оси, так как остальные полюса дают экспоненциально затухающие волны, амплитуды которых становятся малыми на больших расстояниях.

6. Для снижения шума протяженного источника шума конечных размеров на жестком основании целесообразно использовать полуцилиндрический кожух, поскольку он обладает рядом преимуществ перед кожухом с плоскими стенками. Ввиду высокой сложности расчета звукоизоляции кожуха, рассмотрена упрощенная модель, в которой сохраняются основные особенности задачи: конечность размера источника шума и форма кожуха.

7. Составлена система уравнений движения кожуха, для которой предложено упрощенное решение за счет применения выражения для импеданса тонкой цилиндрической оболочки, который определяется как отношение амплитуды силы, приложенной к оболочке, к амплитуде радиальной скорости для бегущей волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выведены уравнения равновесия для произвольной формы сечения пустотелого стержня (трубы) с учетом потока идеальной несжимаемой жидкости в безразмерной форме. Показаны сосредоточенные силы, действующие на стержень и представляющие собой реакцию потока жидкости в местах резкого изменения направления движения (например, изгиб трубы). Определено, что вызванное потоком жидкости начальное напряженное состояние стержня существенно влияет на его частотные характеристики. Исследованы уравнения динамики стержня с учетом статического напряженного состояния, вызванного потоком жидкости. Определены уравнения для нахождения осевого усилия и сосредоточенной силы, возникающей при отклонении потока жидкости от прямолинейного движения на изогнутых участках стержня.

2. Построена динамическая модель трубопровода с фланцевым соединением без учета диссипации энергии. Определен спектр собственных продольных колебаний симметричной динамической системы, состоящий из двух подмножеств собственных частот, отвечающих соответственно симметричным и кососимметричным колебаниям участков трубопровода относительно оси симметрии исследуемой системы. Выведенные аналитические зависимости и численные значения параметров колебаний фланцевых соединений позволяют обоснованно подойти к решению проблем качества уплотнения динамически нагруженных соединений трубопроводов. Кроме того, результаты исследований дают возможность решать прикладные задачи, связанные с оптимальным выбором типа опор, жесткости соединений, местом расположения соединения относительно опор, и ряд других вопросов.

3. Проведены численные расчеты частот симметричных и кососимметричных поперечных колебаний трубопровода с фланцевым соединением в широком диапазоне параметров исследуемой динамической системы. Проведенные исследования поперечных колебаний позволили определить резонансные

зоны и их зависимость от основных конструктивно-технологических параметров, а также решить вопросы оценки работоспособности соединений.

4. Исследованы звуковые колебания, возникающие при прохождения потока газа через переходы от труб одного диаметра к другому и определены выражения для расчета акустических характеристик. Рассчитана звукоизоляция экспоненциального, конического параболического и степенного диффузоров (конфузоров). Были проведены расчеты на компьютере звукоизоляции конического диффузора для пяти отношений площадей двух труб трубопровода. Сравнение графиков зависимости звукоизоляции от безразмерной частоты с графиками звукоизоляции экспоненциального диффузора показывает, что они почти не отличаются друг от друга. Из этого следует, что на практике лучше применять конический диффузор, так как он более технологичен по сравнению с экспоненциальным.

5. Рассчитаны акустические импедансы бесконечной цилиндрической оболочки трубы с учетом условий резонансов по продольным и сдвиговым волнам в оболочке при различных азимутальных числах и углах между направлением распространения нормальной волны и нормалью к поверхности оболочки. Проведенное сопоставление распределения импеданса по частоте и по длине трубы, найденное из эксперимента по изложенному методу, с теоретическим распределением импеданса, рассчитанным по уравнениям акустики, свидетельствует о работоспособности метода.

6. Предложен экспериментально-расчетный способ определения характеристик акустического поля по результатам статистической обработки пульсаций давления в трубопроводах вблизи от газокомпрессорных установок. Определены формулы расчета энергетического спектра пульсаций давления и акустического импеданса волны. Проведен анализ причин возникновения больших амплитуд акустических колебаний, приводящих к аварийным исходам либо к нарушению нормального функционирования газокомпрессорных установок, с применением разработанного экспериментально-расчетного способа. Показана воспроизводимость характеристик акустического поля при их расчете по раз-

личным парам точек измерения пульсаций давления.

7. Получены выражения для расчета давления звуковых полей внутри и снаружи цилиндрической оболочки. Рассмотрена возможность снижения шума протяженного источника конечных размеров на жестком основании с помощью полуцилиндрического кожуха. Получено выражение для расчета звукоизоляции кожуха при разных значениях определенного аргумента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авербух Б.А. Ремонт и монтаж бурового и нефтегазопромыслового оборудования. М.: Недра, 1976. - 368 с.
2. Айнбивдер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость - Справочное пособие. М. Недра, 1982 г., 341с.
3. Айрбабамян С.А. Снижение шума компрессорных станций // Проблемы акустической экологии, т.П.- 1990. С.51 - 54.
4. Аксельрад Э.Л., Квасников Б.Н. Полубезмоментная теория криволинейных стержней-оболочек.// Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1974 г., №2, с.139-147.
5. Аксельрад Э.Л., Ильин В. П. Расчет трубопроводов. Л.: Машиностроение, 1972. 240 с.
6. Алексеев С.В., Хаймович М.Л. и др. Производственный шум. Л.: Медицина, 1991.-356 с.
7. Андреевский А.А. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // Температурный режим и гидравлика парогенераторов.-Л.:Наука,1978.с.181-230.
8. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин А.А. "Теория колебаний", ФМ, 1959.
9. Артемова Т.Г. Эксплуатация компрессорных станций магистральных газопроводов: учебное пособие, Екатеринбург: УГТУ - УПИ, 2000. 176 с
10. Бабин О.А. Случайные колебания трубопровода постоянной кривизны с пульсирующим потоком жидкости.// Труды МЭИ. 1982, вып. 578, с. 54-61.
11. Бармин С.Ф. и др. Компрессорные станции и газотурбинные приводы. -Л.: Недра, 1968.-105 с.
12. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. -М.: Стройиздат, 1982. -448 с.
13. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т.2. -М.: Наука, 1991. 640 с.
14. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука. 1973, 632 с.

15. Башта О.Т. Колебания криволинейных трубопроводов с протекающей жидкостью под давлением// В кн.: Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. Киев, Наукова думка, 1968, с.433-438.

16. Белоусов В.Д., Блейхер Э.М., и др. Трубопроводный транспорт нефти и газа. - М.: Недра, 1978. 407 с.

17. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М.: ГИТТЛ, 1958, 856 с.

18. Бендат Д.., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. Изд. 2-е. - М.: Мир, 1974 г.

19. Бендерский Б.Я., Тененев В.А. Пространственные дозвуковые течения в областях со сложной геометрией. //Математическое моделирование, т.13, №8, 2001.с.47-52.

20. Бендерский Б.Я., Тененев В.А. Экспериментально-численное исследование течений в осесимметричных каналах сложной формы с вдувом Изв.РАН МЖГ, №2, 2001.с.24-28.

21. Билюшов В.М. Математическая модель образования гидратов при течении влажного газа в трубах. Инженерно-физический журнал, 1984, №1, с.57-64.

22. Блохинцев Д.И. "Акустика неоднородной движущейся среды", М., "НАУКА", 1981.

23. Богданов Е.А. Основы технической диагностики нефтегазового оборудования. М.: Высшая школа, 2006.- 279 с.

24. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1956. 600 с.

25. Бондарев Э.А. и др. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа. Новосибирск: Наука, 1988. -272 с.

26. Бондарев Э.А., Бабе Г.Д., Гройсман А.Г., Каниболотский М.А Механика образования гидратов в газовых потоках. Новосибирск: Наука, 1976. 157 с.

27. Бондарев Э.А., Васильев О.Ф. и др. Неизотермическое течение газа в трубах. – Новосибирск: Наука, 1978.— 128 с.

28. Бородавкин П.П., Синюков А.М. Прочность магистральных трубопроводов. -М.: Недра, 1984. 245 с.

29. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1965, 452 с.

30. Бугов Ф.У. Фланцевые соединения. Расчет и проектирование. Л., "Машиностроение", 1975.

31. Бутусов Д.С. Исследование пульсации потока в технологических трубопроводах компрессорных станций магистральных газопроводов. Автореферат дис. канд. техн. наук. - М., 2000. -21 с.

32. Бухгалтер Э.Б. Метанол и его использование в газовой промышленности. М.: Недра, 1986. 238 с.

33. Бык С.Ш., Макагон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. М.: Химия, 1980. 296 с.

34. Веселков А.А., Данилов А.А. Конечноразностные методы моделирования распространения звука в трубах // Судостроит. пром-ть. 1990. - № 7. - С. 24-26.

35. Вибрации в технике: Справочник. Т.1. Под. ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978.

36. Владиславлев А.П. и др. Трубопроводы поршневых компрессорных машин. -М.: Машиностроение, 1972. -269 с.

37. Власов В.В. Общая теория оболочек и ее приложения в технике //М., Изд-во АН СССР.- 1962, т.1.

38. Волков М.М., Михеев А.П., Конев К.А. Справочник работника газовой промышленности - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Недра, 1989 - 279 с.

39. Волошин А. А. Григорьев Г. Т. Расчет и конструирование фланцевых соединений. Справочник. Л., "Машиностроение", 1972.

40. Герштейн М.С. Динамика магистральных трубопроводов. -М.: Недра, 1992.-283 с.

41. Гладких П.А., Хачатурян С. А. Вибрации трубопроводов и методы их устранения - М.: Машгиз, 1959. - 243 с.

42. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512с.

43. Горлачев В.В. Методика и компьютерная программа прогноза безгидратного режима работы скважин ПХГ "Зеленая свита"./ Первая всероссийская за-

очная конференция "Проблемы повышения газонефтеотдачи месторождений на завершающей стадии их разработки и эксплуатации ПХГ",Северо-Кавказский государственный технический университет, 2005. http://www.ncstu.ru.

44. ГОСТ 20 764-79. Аппараты воздушного охлаждения. Типы, основные параметры и размеры.

45. ГОСТ 24346-80. Вибрация. Термины и определения.

46. ГОСТ 24347-80. Вибрация. Обозначения и единицы измерения.

47. Григорьева Н.С. Асимптотические методы в задачах о распространении звука в неоднородной движущейся среде. Л.: ЛГУ, 1991. -131 с.

48. Гриценко А.И., Хачатурян С.А. Газодинамические процессы в трубопроводах и борьба с шумом на КС. М.: Недра, 2002. - 234 с.

49. Гройсман А.Г. Теплофизические свойства газовых гидратов. Новосибирск: Наука, 1985. 94 с.

50. Громадка Т., Лей Ч. Комплексный метод граничных элементов в прикладных науках. М: Мир.1990.303с.

51. Дыбрин А.А. Звукоизоляция цилиндрической оболочки от внешнего источника шума в ограниченном пространстве // НПЖ Приволжский научный вестник – Ижевск, 2014 – №2(30) – С. 34-39.

52. Дыбрин А.А. Звукоизоляция полуцилиндрическим кожухом при ограниченном источнике // НПЖ Приволжский научный вестник – Ижевск, 2014 – №2(30) – С. 40-46.

53. Дыбрин А.А. Анализ акустических колебаний больших амплитуд в энергетических установках газотранспортных систем // Техника и технологии: роль в развитии современного общества: Материалы Международной научно-практической конференции – Краснодар, 2013. – С. 69-74.

54. Дыбрин А.А. Динамика участков газопровода с фланцевым соединением // Интеллектуальные системы в производстве – Ижевск: Издательство ИжГТУ. - №2(20) – 2012 – С. 163-167.

55. Дыбрин А.А. Исследование поперечных колебаний однопролетного трубопровода с фланцевым соединением // «Актуальные вопросы современной

науки»: Материалы IV международной научной конференции, г. Санкт-Петербург. – Петрозаводск: Петропресс, 2012. – 109 с. – В надзаг.: Науч.-изд. центр «Открытие», С. 47-52.

56. Дыбрин А.А. Моделирование течения двухфазной смеси в криволинейных каналах газопровода // Интеллектуальные системы в производстве – Ижевск: Изд-во ИжГТУ им. М.Т. Калашникова - № 2. -2013. – С. 32-43.

57. Дыбрин А.А. Определение зон гидратообразования в трубах газопровода // «Актуальные вопросы науки»: Материалы VII Международной научно-практической конференции. – М.: Издательство «Спутник +», 2012. –С.42-49.

58. Дыбрин А.А. Принцип взаимности акустических полей для труб переменного сечения в газопроводах // «Актуальные вопросы современной науки»: Материалы IV международной научной конференции, г. Санкт-Петербург. – Петрозаводск: Петропресс, 2012. – 109 с . – В надзаг.: Науч.-изд. центр «Открытие», С. 52-56.

59. Дыбрин А.А. Расчет коэффициента звукопрохождения в трубах переменного сечения газопроводов // Интеллектуальный потенциал 21 века: ступени познания: Материалы XVI Молодежной международной научно-практической конференции, Новосибирск, 2012, С. 90-93.

60. Дыбрин А.А. Решение уравнений течения газа с дисперсными частицами в криволинейных газопроводах // «Актуальные вопросы науки»: Материалы VII Международной научно-практической конференции. – М.: Издательство «Спутник +», 2012. – С.49-56.

61. Дыбрин А.А., Лялин В.Е. Решение задачи о звукоизоляции цилиндрических оболочек на основе исследования их нормальных импедансов // Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ». – №4. – 2013. – С. 62-67.

62. Дыбрин А.А., Лялин В.Е. Снижение уровня шума при прохождении газа через трубы переменного сечения газопроводов // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ». – №4. – 2013. – С. 20-26.

63. Дыбрин А.А., Лялин В.Е. Экспериментально-расчётный метод определения характеристик акустического поля в трубах энергетических установок

// Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе – М.: ОАО «ВНИИО-ЭНГ». – №12. – 2012. – С. 20-26.

64. Дыбрин А.А., Тененев В.А., Абдуллаев Р.В. Методы обеспечения безгидратного режима работы аппаратов воздушного охлаждения на компрессорных станциях магистральных газопроводов // Нефтепромысловое дело – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ». – №1. – 2013. – С. 42-47.

65. Заяц. Б.С. Снижение шума при эксплуатации газоперекачивающих агрегатов компрессорных станций магистральных газопроводов. Автореф. дис. к.т.н. Самара, 2008.

66. Зверьков Б.В., Костовецкий Д.Л., Кац Ш.Н., Бояджи К.И. Расчет и конструирование трубопроводов.: Справочное пособие. Л.Машиностроение, 1979 г., 246 с.

67. Зинченко Р.И., Григорьян Ф.Е. Шум судовых газотурбинных установок. Л.: Судостроение, 1969. - 204 с.

68. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Изд. 2-е. - М.: Машиностроение, 1975 г.

69. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969, 177с.

70. Ингульцов С.В. Собственные и вынужденные колебания разветвленных трубопроводных систем энергетических установок. Автореферат дис. канд. техн. наук. Харьков, 1981. - 21 с.

71. Исаакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. - 346 с.

72. Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М.: Недра, 1992. 236 с.

73. Ишмухаметов И.Т., Исаев С.Л., Лурье М.В., Макаров С.П. Трубопроводный транспорт нефтепродуктов. -М.: Нефть и газ, 1999. 300 с.

74. Казаченко А.Н. Эксплуатация компрессорных станций магистральных газопроводов. -М.: Нефть и газ, 1999. 463 с.

75. Канаев Б.А., Рыбак С.А. О волнах в тонком криволинейном трубопроводе с потоком жидкости.// Акустич. журн., 1990.- Т.36, вып.2. С. 296 - 302.

76. Кафаров В.В. Основы массопередачи: системы газ - жидкость, пар-

жидкость, жидкость - жидкость. Учеб. для хим.-технол. спец. вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1979. - 439 с.

77. Кириллов П.Л., Комаров Н.М., Субботин В.И. и др. Измерение некоторых характеристик парожидкостного потока в круглой трубе. Препринт ФЭИ.-431.Обнинск,1973.-104с.

78. Клюева В.В. Справочник по контролю промышленных шумов. М.: Машиностроение, 1979. - 78 с.

79. Козобков А.А. и др. Диагностика технологического оборудования магистральных нефтепроводов. М. 1990 г. 48 с.

80. Козобков А.А., Беззубов А.В. и др. Устройство и монтаж технологических трубопроводов. М. 1985 г.

81. Козобков А.А., Толстов А.Г. Вибрационная диагностика газоперекачивающих агрегатов (ГПА). Учеб. Пособие для вузов. М. 2001 г. -38с.

82. Колесников А.Е. Акустические измерения. Л.: Судостроение, 1983. -167 с.

83. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1970. 720 с.

84. Коротин П.И., Лебедев А.В. Излучение звука неоднородными механическими системами с распределенными параметрами // Виброакустические поля сложных объектов и их диагностика, Горький, 1989, с.8-33.

85. Котляр И.Я., Пиляк В. М. Эксплуатация магистральных газопроводов. Изд. 2-е, перераб. и дополн. - Л.:"Недра", 1971, 248 с.

86. Курбацкий А.Ф. Моделирование турбулентных течений.// Изв.СОАН СССР.1989.Вып.6.с.119-145.

87. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А Гидродинамика газожидкостных систем. - 2-е изд., перераб. и доп. - М: Энергия, 1976.-296 с.

88. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. - 201 с.

89. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Теория поля. – Издание 7-е, исправленное. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

90. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.-М.:Наука, 1973.-848с.

91. Ларюхин А.И. Разработка математических моделей абсорбционной

осушки и гидратообразования при подготовке природного газа: диссертация … кандидата технических наук: 05.13.18; 25.00.17; [Место защиты: ИжГТУ] — Ижевск, 2008. — 158 с.

92. Марон В.И. Гидрогазодинамика потока в трубе. -М.: "Нефть и газ", 1999. 171 с.

93. Молоканов Ю.К. Процессы и аппараты нефтегазопереработки. -М.: Химия, 1980 - 407 с.

94. Морз Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики // М., 1958 (т.1), 1960 (т.2).

95. Мыслицкий, Е.Н.; Киселев, Г.Ф.; Рахмилевич, З.З. Техническое обслуживание и ремонт поршневых компрессорных машин. М.: Химия, 1978, 160 с.

96. Нигматулин Б.И. и др. Методика измерения толщины и волновых характеристик поверхности жидкой пленки в пароводяном дисперсно-кольцевом потоке // ТВТ, 1982,Т.20,№6.

97. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.2.-М.:Наука,1987.-360с.

98. Никифоров А.С., Будрин С.В. Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Д.: Судостроение, 1968. - 321 с.

99. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек // Л., Судостроение, 1962, -344 с.

100. Норри Д., Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир. 1981,304 с.

101. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. - М.: Мир, 1990.640с.

102. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.- М.: Энергоиздат, 1984. 150с.

103. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. т. 3. Под редакцией И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. М., "Машиностроение", 1968.

104. Рандалл Р.Б. Частотный анализ. Глоструп: "К.Ларсен и сын", 1989.-389 с.

105. Ряполов А.Ф. Изготовление и монтаж технологических трубопроводов высокого давления,-2-е изд., - М.: Стройиздат, 1974. - 245 с.

106. Самарин А.А. Вибрации трубопроводов энергетических установок и

методы их устранения // М., Энергия, 1979, 288 с.

107. Свешников А.Г., Тихонов А.М. Теория функций комплексной переменной.//М., Наука, 1979.

108. Секундов А.Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости и анализ плоских неавтомодельных течений. // Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5, с.114-127.

109. Селезнев К.П., Галеркин Ю.Б. Центробежные компрессоры. М.: Машиностроение, 1982. - 190 с.

110. Синайский Э.Г. Разделение двухфазных многокомпонентных смесей в нефтегазопромысловом оборудовании. - М.: Недра, 1990. - 272 с

111. Светлицкий В.А. Механика стержней. Статика и динамика: Учеб, для втузов, В 2-х ч. – М.: Высш. шк,, 1987. – 624 с.

112. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М., Мир, 1971, 558 с.

113. Скучик Е. Основы акустики. Т. 1, 2. Пер. с английского. Под ред. Л.М. Лямшева. - М.: Мир, 1976 г.

114. Справочник по техничекой акустике// Л.: Судостроение.- 1980.-С.394.

115. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение,1980.172с.

116. Сулейманов, М.М. Шум и вибрация в нефтяной промышленности. - М.: Недра, 1990. - 157 с.

117. Таран В.Д. Сооружение магистральных трубопроводов. - М.: Недра, 1964, 544 с.

118. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле // М., Наука, 1967, -444 с.

119. Тэйлор Р. Шум. Пер. с англ. Д. И. Арнольда. Под ред. М. А. Исаковича. М., "Мир", 1978. 308 с.

120. Фурдуев В.В. Электроакустика. М.; Л.: ОГИЗ. 1948.

121. Харионовский В.В. Надежность и ресурс газопроводов. -М.: ОАО "Издательство "Недра", 2000. 467 с.

122. Хачатурян А.С. Волновые процессы в компрессорных установках. - М.: Машиностроение, 1983. 223 с.

123. Шаммазов А.М. Александров В.Н., Гольянов А.И.. Проектирование и эксплуатация насосных и компрессорных станций. - М.: Недра, 2003. - 403 с.

124. Шмидт Г. Параметрические колебания. М.: Мир, 1978.

125. Якубович В.А.,Старжинский В.М. Параметрический резонанс в линейных системах. -М.: Наука, 1987. 328 с.

126. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.

127. Adelberg M. Mean drop size resulting from the injection of a liquid jet into a lighspeed gas stream // AIAA, 1968, No 6.

128. Desai C., Abel J. Introduction to finite element method. // N.Y., Von Nestrand-Reinbold, 1972.

129. Evans D.V., Linton C.M. Acoustic resonance in ducts // Journal of Sound and Vibration. 1974. - № 1. - C. 173.

130. Firth D. and Fahy F.J. Acoustic characteristics of circular bends in pipes.// Journ.of Sound arid Vibrat. 1984.-V.97, N.2. - P.287 - 303.

131. Hewit G.F., Hall-Taylor N.S. Annular two-phase flow.-Pergamon Press, 1972.

132. Kaladi V. Vibration of piping systems containing a moving medium. "Trans. ASME: J. Pressure vesseltchnol", 1985, 107, N4, 344-349.

133. Lighthill M.I. The sound generated aerodynamically // Proc. Roy. Soc. Ser. "A". 1952.-V. 221.-107 c.

134. Sharma C.B., Johns D.J. Free vibration of cantilever circular cylindrical shells a comparative study//J.Sound Vib., 1972, v.25, N3, p.433-499.

135. Tjmida T., Okazaki T. Statistical character of large disturbance waves in upward two-phase flow of air-water mixtures //J. Chem. Eng. Japan, 1974, V5,No 5.p.329-333.

136. Walley P.B., Hewitt G.F. Experimental wave end entrainment measurements in vertical annular two phase flow // AERE -R7521 UKAEA Harwell, England,1973.-p.25.

137. Wallis G.B. One dimensional two-phase flow.- New York: McGraw-Hill

Book Co,1969.

138. Warburton G.B. Vibration of thin cylindrical shells.// J.Mechanical Engineering Science, 1965, 7, N3, -399 P.

139. Aspen HYSYS [Электронный ресурс] // Aspentech company [Офиц. сайт]. URL: http://www.aspentech.com/hysys/

140. PIPESIM. Моделирование установившегося потока флюида [Электронный ресурс] // Schlumberger Information Solutions (SIS) [Офиц. сайт]. URL: http://sis.slb.ru/sis/pipesim/

141. Pipesoft-2. Steady-state flow simulation [Электронный ресурс] // HIS Standarts Store [Офиц. сайт]. URL: http://global.ihs.com/news/temp/otc-2010/PipeSoft-2%20brochure.pdf

142. PRODSIM– Technical Description [Электронный ресурс] // EnSys Energy [Офиц. сайт]. URL: http://www.ensysenergy.com/EYI%20Files/PRODSIM%20Technical%20Description.pdf

143. ProFES™ Tools [Электронный ресурс] // Aspentech company [Офиц. сайт]. URL: http://www.aspentech.com/brochures/profes_tools.pdf

144. OLGA Dynamic Multiphase Flow Simulator [Электронный ресурс] // Schlumberger Software [Офиц. сайт]. URL: http://www.software.slb.com/products/foundation/Pages/olga.aspx

145. TACITE. Simulates Transient Conditions in Pipeline Networks [Электронный ресурс] // Laboratoire Jacques-Louis Lons [Офиц. сайт]. URL: https://www.ljll.math.upmc.fr/ERTint/pdf/Tacite.pdf