

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова»

На правах рукописи

ИЛАЛЕТДИНОВ Ленар Фаритович
РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ТЕЛА С
ВИНТОВОЙ СИММЕТРИЕЙ И ВНУТРЕННИМИ РОТОРАМИ В ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТИ

Специальность 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка
информации (в науке и технике)»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Тененев Валентин Алексеевич

Ижевск, 2017

Оглавление

Оглавление.....	2
Введение.....	4
Глава 1. Применение устройств с внутренними подвижными массами и принципы их движения.....	13
1.1. Описание устройств с внутренними подвижными массами	13
1.2. Проблемы практического применения инерциоидов.....	16
1.3. Обзор теоретического состояния управления движением инерциоидов.	17
Глава 2. Методы и инструменты численного эксперимента для исследования гидродинамики тел с винтовой симметрией	28
2.1. Постановка задачи численного моделирования	28
2.2. Анализ и выбор методов численного эксперимента	37
2.3. Обоснование выбора программы Ansys CFX	52
Глава 3. Аппроксимирующие зависимости вязких сил и моментов от кинематических и динамических показателей.....	64
3.1. Планирование численного эксперимента.....	64
3.2. Результаты численного моделирования	71
3.3. Аппроксимация сил и моментов с помощью нейронных сетей.....	83
Глава 4. Управление движением тела с винтовой симметрией в жидкости...	92
4.1. Устойчивость движения тела с винтовой симметрией в жидкости.....	92
4.2. Задача управления движением тела с винтовой симметрией.....	101
4.3. Численное решение задачи оптимального управления движением винтового тела в вязкой жидкости	108
Заключение	116

Список сокращений и условных обозначений.....	118
Список литературы	119
Приложение А (справочное) Свидетельство о регистрации решателя Kirchhoff Solver.....	128

Введение

Актуальность. На современном этапе развития автоматизированной техники большое внимание уделяется разработке самоходных систем, подвижных роботов, мобильных устройств, способных выполнять широкий спектр промышленных и природоохранных задач. Различного рода беспилотные летательные аппараты, подводные самодвижущиеся устройства, роботы различного назначения становятся мощным инструментом в решении важных технических задач. Одним из наиболее значимых показателей таких систем является возможность выполнения управляемого движения по заранее заданной, либо дистанционно контролируемой траектории.

Наряду с классическими техническими решениями обеспечения перемещения различных систем, такими как подвижное шасси, изменяемая геометрия тела, воздушный или гребной винт, существует способ движения в вязкой среде, на твердой поверхности, либо на поверхности жидкости изолированного тела с неизменной геометрией. Такие устройства с подвижными внутренними массами получили название инерциоидных движителей. Движение инерциоидов полностью укладывается в рамки ньютоновской механики при учете сил трения. Принцип действия инерциоидов состоит в том, что их движение обеспечивается различием величины силы трения при прямом и обратном перемещении внутренних масс. При сухом трении сопротивление при медленном движении больше, чем при быстром (при малом ускорении сила трения покоя не преодолевается, тело остается неподвижным, а при большем ускорении тело выходит из состояния покоя). В вязких жидкостях, наоборот, сопротивление при быстром движении превышает сопротивление при медленном. Как показано теоретически в работах академика РАН В.В. Козлова [29, 30], перемещение возможно и в идеальной жидкости за счет эффекта присоединенных масс. В случае применения таких устройств в жидкости возникает сложность управления,

поскольку отсутствует прямая связь между параметрами движения тела и реакцией жидкости.

Из ряда исследований В. А. Тененева, С. М. Рамоданова [42, 49] известно, что тело с внутренними массами, движущимися по замкнутым траекториям, способно управляемо перемещаться как в идеальной, так и в вязкой жидкости.

В данном исследовании рассматривается вращательное движение внутренних роторов внутри тела с винтовой симметрией, которое приводит к его перемещению в вязкой жидкости. Своей формой тело представляет трехлопастной винт. Такая реализация принципа перемещения за счет внутренних подвижных масс обеспечивает маневренность и малое влияние на окружающую среду. Принципы управления такими устройствами являются неочевидными, а алгоритмы управления движения в вязкой жидкости полностью отсутствуют. В случае движения в вязкой жидкости значительное влияние на характер и траекторию движения тела оказывают вязкие силы и моменты, вычисление которых возможно только численными методами, поэтому известные модели управления для идеальной жидкости не применимы.

Объектом исследования является управление устройствами, движущимися за счет внутреннего перемещения массы.

Предметом исследования является математическая модель управления инерциоидом, движущимся в вязкой жидкости по заданной траектории.

Такие устройства способны перемещаться без шума и волн, без воздействия на опорную плоскость или ограничивающие стенки жидкости. Их корпус может быть выполнен в виде абсолютно герметичных тел, стойких к агрессивной среде и высокой температуре.

Из ряда исследований [31, 51] известно, что тело с внутренними массами, совершающими возвратно-поступательные движения, способно управляемо перемещаться как в идеальной, так и в вязкой жидкости. Также известна [17, 60, 68] возможность подобного перемещения на твердой поверхности. В этих случаях движение тела состоит из прямых и обратных тактов, что приводит к возмущениям и шуму.

Возможность такого перемещения давно известна, не вызывает сомнений, подтверждена многими исследованиями и изобретениями [9, 57, 69], и сама по себе не представляет практического интереса без возможности управления. Только контролируемое движение может лечь в основу перемещения какого-либо подвижного комплекса, обеспечив техническую применимость инерциоидам.

Модели управления устройствами, движущимися на твердой поверхности, на воде или в объеме жидкости за счет внутреннего перемещения массы, представляют значительный интерес и заключают в себе условие реализации уникальных возможностей инерциоидов (скрытность, бесшумность, абсолютная герметичность).

Гипотеза. В ходе диссертационного исследования разработана модель управления движением в вязкой жидкости устройства с винтовой симметрией и внутренними вращающимися роторами.

Степень ее разработанности. Первые исследования в области движителей с внутренним перемещением массы были направлены на изучение собственно возможности смещения центра массы тела [57, 60, 89, 91]. Классификация инерциоидов по характеру движения внутренних масс приведена в параграфе 3 Главы 1.

В работах О. В. Воинова показано [13], что тело в виде корабельного винта способно перемещаться в идеальной жидкости. В данном исследовании рассматривается вращательное движение внутренних роторов, которое приводит к вращению тела в виде трехлопастного винта в вязкой жидкости. Вращение тела с винтовой симметрией создает силу, приводящую тело в поступательное движение в любом направлении в объеме вязкой жидкости, что, в свою очередь, создает лобовое вязкое сопротивление. Иными словами, рассматривается управление винтообразным телом без внешнего двигателя, вращающегося за счет подвижных внутренних роторов и движущегося поступательно за счет силы тяги.

В области управления инерциоидными роботами известны работы доктора физико-математических наук, профессора МФТИ, академика РАН Черноусько Ф.Л. и его учеников. Исследованы поступательные движения твердого тела в

различных средах, рассмотрены линейные, квадратичные зависимости сил сопротивления от скорости движения, описаны эксперименты, подтверждающие реализуемость такого вида передвижения тел.

В исследованиях Л. Ю. Волкова, С. Ф. Яцун рассмотрен плавающий по сложной траектории по поверхности воды робот с двумя подвижными массами. Авторы отмечают уникальность безпорного движения робототехнических систем, не имеющих винтов и плавников, в жидкой среде. Управляемое движение таких систем, в свою очередь, практически не изучено.

В работах В. А. Тененева, Е. В. Ветчанина, И. С. Мамаева изучено управляемое движение тел различной формы с внутренними массами в идеальной и вязкой жидкостях (в двумерной постановке). Задача оптимального управления сводится к обеспечению минимального отклонения траектории от прямолинейного движения.

В большинстве своем алгоритмы управления основаны на применении интеллектуальных моделей: нейронные сети, нечеткая логика, генетические алгоритмы.

В работах [19, 20] исследовался вопрос управления на плоскости динамически несимметричным уравновешенным шаром с тремя внутренними роторами. В работе [21] рассматривалось подводное устройство, управляемое внутренним ротором.

В большинстве своем алгоритмы управления основаны на применении интеллектуальных моделей: нейронные сети, нечеткая логика, генетические алгоритмы [10, 11, 52].

Цель исследования и постановка задач. Целью исследования является получение модели и алгоритма управления движением в вязкой жидкости тела с винтовой симметрией и внутренними вращающимися роторами путем развития известной модели управления движением тела в идеальной жидкости с учетом влияния изменения гидродинамических параметров при движении тела в вязкой среде.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Проведение серии численных экспериментов для получения гидродинамических характеристик подвижного устройства при различных видах движения.
2. Обоснование результатов численного моделирования и построение аппроксимирующих зависимостей сил и моментов, действующих на тело, от кинематических и динамических показателей с применением искусственных нейронных сетей.
3. Проведение исследования устойчивости движения тел с винтовой симметрией в вязкой и идеальной жидкостях.
4. Разработка алгоритма управления движением по заданной траектории в вязкой жидкости устройства за счет изменения скорости вращения внутренних роторов на основе модели оптимального управления.

Область исследования. Диссертационная работа выполнена в соответствии с паспортом специальности 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации (технические науки)» по отраслям 4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации; 5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации».

Научная новизна.

1. На основе численного эксперимента по исследованию движения винтового тела в вязкой жидкости с применением нейронных сетей получены зависимости сил и моментов, действующих на тело со стороны жидкости, от кинематических и динамических характеристик движения.
2. Построены карты режимов устойчивости движения винтообразного тела в поле сил тяжести в идеальной и вязкой жидкости.
3. Разработан алгоритм управления движением тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости с помощью вращения 3-х внутренних роторов.

4. С применением генетического алгоритма решена задача оптимального управления движением трехлопастного винтового тела в окрестности заданной траектории.

5. Методика построения модели управления движением инерциоидов в вязкой среде.

Теоретическая и практическая значимость работы. Автором предложена методика построения модели управления движением инерциоидов в вязкой жидкости. Известная модель для движения в идеальной жидкости переработана с учетом вязких составляющих сил и моментов, представляющих собой аппроксимирующую зависимость для многочисленных вариантов движения. Гидродинамические параметры движения тела в вязкой жидкости при различных углах Эйлера, угловых и поступательных скоростях получены численным решением уравнений Навье-Стокса.

Теоретические результаты работы могут быть использованы для моделирования управления принципиально новыми устройствами, движущимися за счет подвижных внутренних масс в жидкости, для исследования их эффективности.

Результаты исследования могут лечь в основу технических решений по управлению движением устройств с подвижными внутренними массами, обеспечив этим их практическое внедрение. Предложенная модель инерциоида в виде трехлопастного винта, вращающегося за счет внутренних роторов и движущегося поступательно за счет силы тяги винта, позволяет повысить его бесшумность и скрытность.

Методология и методы исследования. Модель управления движением инерциоида в вязкой жидкости получена путем развития известной модели для идеальной жидкости с учетом вязкости жидкости. Значения сил и моментов, действующих на тело, получены численно и аппроксимированы искусственными нейронными сетями.

Положения, выносимые на защиту:

1. Зависимости гидродинамических характеристик движения тела в виде трехлопастного гребного винта (вязкие силы и моменты) от кинематических и динамических характеристик движения.
2. Режимы устойчивого движения винтообразного тела в жидкости при действии силы тяжести.
3. Алгоритм управления движением тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости с помощью вращения 3-х внутренних роторов.
4. Модель оптимального управления движением тела в виде трехлопастного гребного винта с подвижными внутренними роторами в вязкой жидкости по заданной траектории.
5. Методика построения модели управления движением инерциоидов в вязкой среде.

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты исследования были представлены на следующих конференциях:

1. Всероссийская научно-практическая конференция ИННОВАЦИИ В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ (г. Ижевск, 28-30 апреля 2014 г.).
2. III Всероссийская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Измерения, контроль и диагностика – 2014» (г. Ижевск, 2014 г.).
3. III Всероссийская научно-техническая конференция аспирантов, магистрантов и молодых ученых с международным участием (г. Ижевск, 2015 г.).
4. Международная научно-практическая конференция «Научные перспективы XXI века», ООО «Наука и образование» (г. Нефтекамск, 2015 г.).

Публикации.

1. Илалетдинов Л.Ф. Параметрическое моделирование сжигания древесного генераторного газа с помощью пакета прикладных программ FlowVision» / Научно-практический журнал «Интеллектуальные системы в производстве». – 2013. - №1.

2. Илалетдинов Л.Ф., Ветчанин Е.В. Расчет параметров движения инерциального робота в вязкой жидкости для построения модели управления / «Интеллектуальные системы в производстве», 2014, №1.

3. Тененев В.А., Ветчанин Е.В., Илалетдинов Л. Ф. Аппроксимация управления движением в жидкости тела с винтовой симметрией с внутренними роторами / «Интеллектуальные системы в производстве», 2014, №2.

4. Тененев В. А., Илалетдинов Л. Ф., Пономарев М. И. Планирование численного эксперимента для определения гидродинамических характеристик тела с винтовой симметрией / «Интеллектуальные системы в производстве», 2014, №2.

5. Тененев В.А., Ветчанин Е.В., Илалетдинов Л.Ф. Хаотическая динамика в задаче о падении тела винтовой формы в жидкости / «Нелинейная динамика». 2016. Т. 12. № 1. С. 99–120.

6. Тененев В.А., Илалетдинов Л.Ф. Решение задачи управления движением тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости / «Интеллектуальные системы в производстве» №2, 2016 г.

7. Valentin A. Tenenev, Evgenii V. Vetchanin, Lenar F. Ilaletdinov "Chaotic dynamics in the problem of free fall of a three-bladed screw in a fluid" // Sixth International Conference "Geometry, Dynamics, Integrable Systems - GDIS 2016": Book of abstracts. - P.62-63.

8. Илалетдинов Л.Ф. Определение движущей силы инерциального робота в виде гребного винта с подвижными внутренними массами / Сборник статей Всероссийская научно-практическая конференция «Инновации в науке, технике и технологиях», 2014г.

9. Ветчанин Е.В., Тененев В.А., Илалетдинов Л.Ф., Кленов А.И. Решатель Kirchhoff Solver. Свидетельство о регистрации № 21342. Дата регистрации: 03 ноября 2015 г. (Приложение А).

Личный вклад состоит в участии постановке и реализации целей и задач на всех этапах исследования, подготовке основных публикаций по выполненной работе, планировании и проведении численных экспериментов, в обработке и

анализе полученных данных, разработке алгоритма управления. Вклад руководителя заключается в выборе направления исследования и применении методов оптимального управления.

Структура и объем диссертации. Глава 1 посвящена устройствам, движущимся за счет внутренних подвижных масс. Здесь приводится история их создания и классификация по характеру движения, раскрыта практическая значимость и востребованность инерциоидов в различных сферах жизни человека.

Глава 2 описывает математическую модель движения тела с внутренними подвижными массами в вязкой жидкости. Приводится обзор популярных программных комплексов в области вычислительной гидродинамики, описываются используемые математические модели. Результатом Главы 2 являются значения вязких сил и моментов, действующих на тело со стороны жидкости, для различных вариантов движения при заданных угловых и линейных скоростях, а также при разных углах Эйлера.

В Главе 3 приводится аппроксимация вязких сил и моментов, полученных в Главе 2, с помощью искусственных нейронных сетей. Также здесь обосновывается выбор аппроксиматора и приводится анализ полученных зависимостей. Возможность построения такой зависимости является условием создания модели управления.

Глава 4 содержит модель управления движением трехлопастного винта в вязкой жидкости. В ее основу легли известная модель управления для идеальной жидкости и аппроксимирующие зависимости, полученные в Главе 3.

Автор выражает благодарность за помощь в работе научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Тененеву В.А., к.т.н., доценту Ветчанину Е.В.

Работа выполнена в рамках Гранта РФФИ 15-08-09093-а «Исследование закономерностей движения подводных механических и робототехнических систем».

Глава 1. Применение устройств с внутренними подвижными массами и принципы их движения

1.1. Описание устройств с внутренними подвижными массами

В настоящее время различные роботы, способные двигаться в воде, выполняют задачи по мониторингу окружающей среды, изучению рельефа, забору проб жидкостей, поиску полезных ископаемых. Движителем, как правило, выступает гребной винт или плавник.

В некоторых случаях востребованы устройства, бесшумно интегрируемые в изучаемую гидросистему, не нарушая ее внутренних процессов и не образуя волн.

Таковыми являются устройства, движущиеся за счет подвижных внутренних масс, смонтированных в корпусах (инерциоиды). Управление ими обеспечит движение в желаемом направлении и с необходимой скоростью.

Инерциоиды не оснащаются внешними движителями, могут конструктивно выполняться в виде герметичных оболочек, могут быть устойчивыми к агрессивным факторам внешней среды. Корпус может быть сделан гладким без выступающих частей, что делает их пригодными для неразрушающего контроля чувствительных объектов, например, тонкостенных трубопроводов. По этой же причине инерциоид безопасен для ограничивающих стенок жидкости, в которой он движется (трубопроводы, кровеносные сосуды). Также, по мнению некоторых исследователей [68], как раз герметичность инерциоидов определяет их незаменимость при изучении планеты Венера с химически агрессивной средой и высокой температурой.

Мобильные системы, перемещающиеся в сопротивляющихся средах за счет движения внутренних тел, привлекают внимание не только специалистов по робототехнике, но также исследователей и инженеров в областях биомеханики и точной механики. Такой способ движения характерен некоторым насекомым.

Инерциоид (ошибочное название «инерционный двигатель») — механизм, устройство или же аппарат, якобы способные придать в поступательное движение в пространстве (или по поверхности) без взаимодействия с окружающей средой, а лишь за счет перемещения рабочего тела, находящегося внутри [106].

Впервые термин «инерциоид» предложен инженером В. Н. Толчиным в 1930-е годы. «Тележка Толчина» представляет собой платформу на шасси, сверху которой перемещаются два грузика: в одну сторону медленно, а в другую быстрее. Такое устройство приходит в неравномерное движение [57].

В 1970-х годах инерциоиды были весьма популярны, различные движущиеся модели представлялись в телепередачах и научно-технических журналах.

В середине 1980-х годов в США испытывали инерционный привод по схеме Б. Томсона, в котором эксцентрики двигаются по траектории кардиоиды. Такой привод был способен передвигать лодку с людьми. Изобретение описано в патенте US 4631971, от 30 декабря 1986 года [104].

В 1927 году Г. Шиферштейн получил патент № 10467 на принципиально новое средство передвижения по суше [105]. Устройство опиралось на поверхность четырьмя шасси, жестко прикрепленными к корпусу. Двигатель вращал грузики, эксцентрично установленные на осях, которые, раскручиваясь, приводили корпус в колебательное движение. Вибрация воспринималась опорными шасси, толчки которых передвигали корпус.

В начале 1960-х годов сотрудниками института НАМИ Карпухиным К. С. и Купцовым С. И. изобретен импульсный движитель для автономных систем, состоящий из платформы и прикрепленных к ней двух грузов, вращающихся в разные стороны [106].

В 1965 году в Англии Б. Бейерлайн получил патент. Его машина, как и все предыдущие конструкции инерциоидов, перемещалась медленно и рывками.

Классификация инерциоидов по принципу движения:

1. Инерциоиды с машущими грузами. В этих устройствах грузики на рычагах совершают взмахи. В 1873 году Циолковский К. Э. разработал такой аппарат для полета в космос, но позже сам признал идею неработоспособной.

В 1899 году Роберт Хатчингс Годдард сконструировал похожий инерциоид. Модель на испытаниях не заработала.

В 1984 году руководитель группы мощностей на заводе «Прогресс» В. Н. Колкаманов» проектировал летательный аппарат в виде тарелки и в качестве движителя использовал два вращающихся инерциоида. В 1989 году В. Н. Колкаманову получил отказ на попытку патентования.

2. Инерциоиды с ускоряющимися грузами. Подобные проекты в разное время выдвигали: А. А. Баум, В. В. Белецки и другие.

«Порошковый» аппарат А. В. Волкова (1922-1998) из КБ МиГ известен как наиболее качественно сделанный инерциоид этого класса [106].

3. Гидро- и жидкостные инерциоиды. Среди подобных проектов известны следующие работы. В 1980 году конструктор Ю. А. Койнаш (1944-2000) проводил испытания «Жидкостного сферического двигателя» [106]. По его утверждению, при опытах была обнаружена небольшая тяга.

В 1990-х г. инженер-механик Ю. Н. Иванов сначала провел несколько серий опытов и разработал теорию «Спайдер-эффекта» и создал модель жидкостного инерциоида.

4. Инерциоиды-вибраторы. Устройства, работающие на границах двух сред, воспринимались изобретателями как наиболее перспективными для создания тяги без отброса массы.

Несмотря на разнообразие инерциоидов по конструкции и специфике движения, вопросы по организации управляемого их движения по необходимой траектории остаются открытыми [12]. В большинстве своем известные исследования направлены лишь на изучение собственно возможности смещения центра массы тела, но этого недостаточно для практического применения устройств с внутренними подвижными массами.

1.2. Проблемы практического применения инерциоидов

Практическое применение инерциоидных движителей представляет большой интерес в плавательных устройствах.

Способность перемещаться без прямого взаимодействия с жидкостью порождает ряд неоспоримых преимуществ и обеспечивает широкий потенциал практической значимости таких устройств.

Отсутствие связки «лодка-винт» позволяет избежать возникновения возмущений, кавитации, волн и шума при движении в воде за счет внутреннего перемещения массы, соответственно, инерциоиды способны бесшумно и незаметно внедряться в какие-либо акватории, служить носителем, к примеру, системы видеонаблюдения в борьбе с браконьерами.

При движении по бездорожью, болоту и пучинистым грунтам инерциоиды также обладают высокой конкурентностью перед классическими движителями.

Практическое применение таких устройств в вязкой жидкости невозможно без управления их движением, сложность которого, в свою очередь, обусловлена отсутствием прямой связи между параметрами движения тела и реакцией жидкости.

В случае движения в вязкой жидкости значительное влияние на характер и траекторию движения тела оказывают вязкие силы и моменты, вычисление которых возможно численными методами, поэтому модели управления инерциоидом в идеальной жидкости не применимы.

Таким образом, главной проблемой практического применения инерциоидов в воде (или другой реальной вязкой жидкости) является сложность управления.

1.3. Обзор теоретического состояния управления движением инерциоидов

Управление движением самоходных устройств осложнено рядом проблем по планированию и отслеживанию траектории, контролированию скорости, а также восприятию окружающей среды. В этом разделе рассмотрим известные исследования по управлению инерциоидами.

В [26] описывается оптимизация конструкции автономных подводных аппаратов с помощью пакетов прикладных программ и численного моделирования. Авторы обращают внимание на сложность построения модели управления из-за разнообразия гидродинамических режимов взаимодействия аппаратов с вязкой средой.

В [103] предложена адаптивная модель управления колесным мобильным роботом, основанная на искусственной нейронной сети. Испытание модели проведено для трех фаз передвижения: старт, движение с постоянной скоростью, торможение. Проведен численный эксперимент для случая, когда робот перевозит груз некоторой массы.

В [82, 83] описано устройство с видеокамерой для исследования подводных сооружений в агрессивных средах. Данный робот представляет сферу с внутренними эксцентрическими массами, благодаря которым осуществляется поворот для наведения камеры в нужную область.

В [102] рассматривается сферический робот, приводимый в прямолинейное движение по твердой поверхности внутренними подвижными массами. Алгоритм управления основан на применении нейронных сетей.

В работе [31] исследуется движение тела в идеальной жидкости. Геометрия тела при этом меняется за счет внутренних составляющих. Авторы показали, что при различных присоединённых массах тело с жесткой оболочкой и подвижными внутренними массами может перемещаться.

В статье [30] рассматривается тело с подвижным элементом внутри. Показано, что при неравных присоединённых массах тело способно управляемо перемещаться лишь за счет внутренней подвижной массы.

В области управления инерциодными роботами большое количество исследований принадлежит доктору физико-математических наук, профессору МФТИ, академику РАН Черноушко Ф.Л. и его ученикам.

В работе [61] исследуются поступательные движения твердого тела в различных средах. Рассматриваются линейные, квадратичные зависимости сил сопротивления от скорости движения, а также сухое Кулоновское трение. Описаны эксперименты, подтверждающие реализуемость такого вида передвижения тел.

В исследовании [62] рассмотрено управляемое движение тела с подвижной внутренней массой на плоскости при наличии сил сухого трения. Исследованы варианты периодических движений подвижной массы, при которых происходит перемещение всего тела. Определены оптимальные параметры движения внутренней части, при которых достигается максимальная скорость движения самого тела.

В [63] рассмотрены роботы, способные передвигаться за счет изменения конфигурации тела и перемещения внутренних масс, а также мобильные системы, движущиеся по наклонным поверхностям. Автор формулирует идею о том, что создание роботов, движущихся исключительно за счет изменения геометрии, не имея классических движителей (колеса, гусеницы) наподобие змей и червей, представляет большой практический интерес. Ускорение внутренней массы принято в качестве управляющего воздействия с ограничением по абсолютной величине, для случая квадратичного сопротивления построены алгоритмы расчета оптимального управления.

В статье [64] подробно рассмотрена задача управления робототехнической системой, двигающейся за счет подвижных внутренних масс.

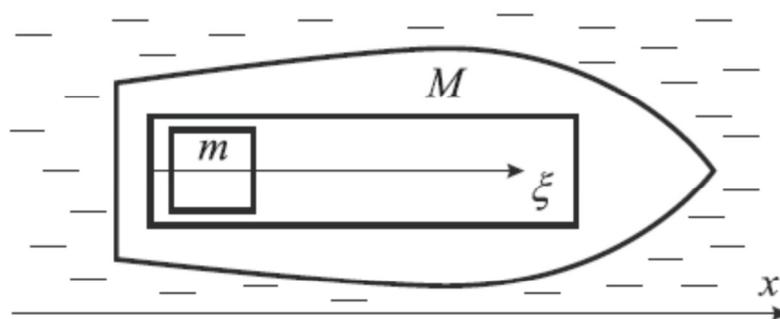


Рисунок 1.1 – Мобильный робот с внутренним телом

Авторы обращают внимание на практическую значимость подобного способа перемещения в технике и медицине, связанную, в первую очередь, с отсутствием выступающих частей и возможностью создания абсолютно гладкого и герметичного корпуса.

При кусочно-линейном и квадратичном сопротивлениях максимальная скорость достигается при максимальной скорости и ускорениях внутренней массы. При сухом Кулоновском трении введение дополнительной внутренней массы, подвижной по вертикали, способно увеличить поступательную скорость движения тела, поскольку в этом случае появляется «подпрыгивание» и уменьшение нормальной силы опоры. Различные режимы движения оптимизированы с целью получения максимальной скорости перемещения тела.

Широко известны работы доктора технических наук, профессора Юго-Западного государственного университета Яцун С.Ф. в области динамических систем и самоходных роботов.

В [17] рассмотрен плавающий по сложной траектории по поверхности воды робот с двумя подвижными массами.

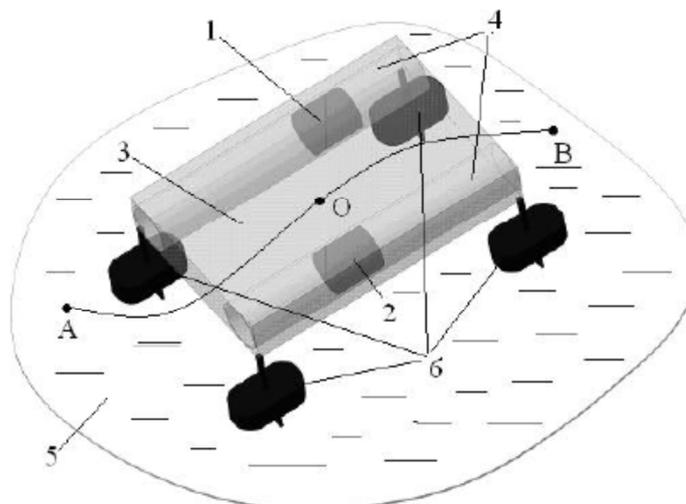


Рисунок 1.2 – Плавающий на поверхности робот: 1,2 – подвижные массы, 3 – плот, 4 – кили, 5 – жидкость, 6 – поплавки, АВ – траектория

Авторы отмечают уникальность безопорного движения робототехнических систем, не имеющих винтов и плавников, в жидкой среде. Управляемое движение таких систем, в свою очередь, практически не изучено.

Изображенный на рисунке робот представляет собой плот с двумя подвижными массами и четырьмя поплавками с киями. Движение робота по траектории достигается управляемым движением внутренних масс и изменением направления поплавков, что в сумме дает необходимое изменение силы вязкого трения.

Моделирование движения выполнено для двух случаев взаимного расположения подвижных масс: синфазное и противофазное.

При синфазном движении авторы исследования получили колебательное движение тела вдоль оси, а при противофазном – вращение тела на месте (разворот). Также показано, что средняя скорость движения тела связана с амплитудой и круговой частотой внутренних масс.

Авторами разработан алгоритм программного управления движением рассмотренного тела по криволинейной траектории за счет сдвига фаз колебаний внутренних масс и углов наклона поплавков.

В [47] изучена динамика вибрационных роботов. Исследовалась динамика перемещения по поверхности трёхзвенного мобильного робота с изменяемой

конфигурацией, а также вибрационных роботов с внутренними «дебалансными вибровозбудителями».

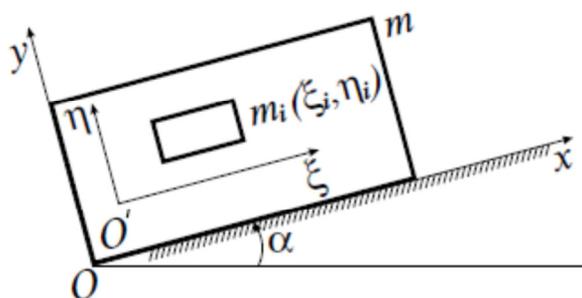


Рисунок 1.3 – Виброробот (механическая модель)

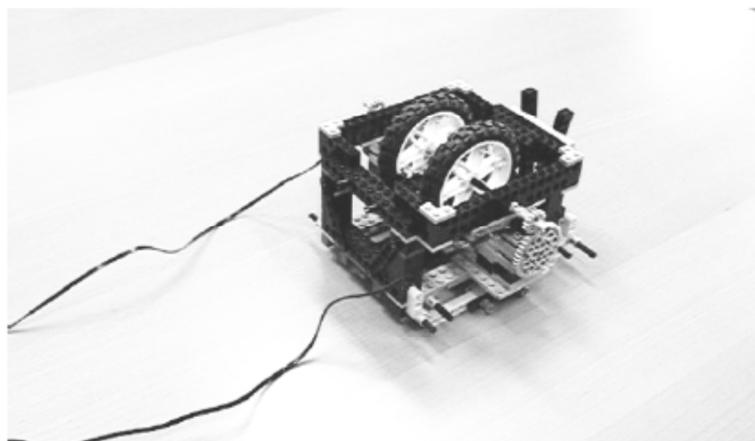


Рисунок 1.4 – Виброробот с дебалансным возбудителем

Рассмотрен случай сухого Кулоновского трения. Подобные системы, по мнению автора, незаменимы для узких щелей, трубопроводов, пересеченной местности, сыпучих грунтов. В ходе работы получены условия движения вибрационного робота по наклонным поверхностям, проведены физические эксперименты, по результатам которых уточнены математические модели, ранее полученные Яцуном С.Ф. Автор отмечает, что реальное трение не является идеальным кулоновским, более того реальный робот отрывается от поверхности, что снижает силу нормального давления.

В [68] рассмотрено движение тела с подвижными внутренними массами по обрабатываемой твердой поверхности. По мнению исследователя, такой вид перемещения является наиболее перспективным с точки зрения надежности при обработке поверхностей.

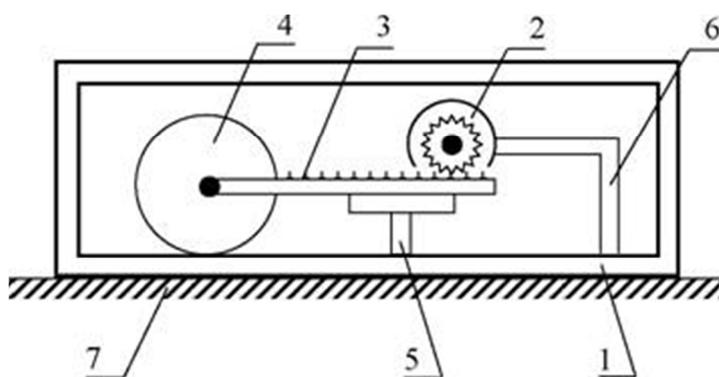


Рисунок 1.5 – Схема вибродвижущего робота с внутренней подвижной массой

В данной работе разработана математическая модель движения устройства, алгоритм управления, теоретические данные скорректированы с учетом реального эксперимента. Разработана конструкция вибродвижущего робота с поступательно движущейся внутренней массой. Робот способен управляемо двигаться в любом направлении.

Большой вклад в изучение движения тел с внутренними подвижными массами и их управления внес доктор физико-математических наук, профессор ИжГТУ им. М. Т. Калашникова Тененев В.А. и его ученики. Ряд исследований направлены на изучение движения инерциоидов в жидкости.

В работе [42] рассмотрено двумерное движение тела с маховиком и ротором Флеттнера в идеальной жидкости. Расчетная схема приведена на рисунке 1.6.

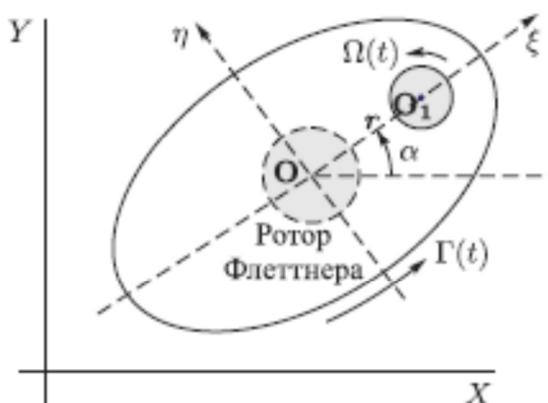


Рисунок 1.6 – Расчетная схема тела с ротором Флеттнера

Угловые скорости маховика и ротора выступают как управляющее воздействие. С помощью генетического алгоритма построена модель управления.

В работе [10] рассматривается тело с внутренней подвижной материальной точкой, способное перемещаться в вязкой жидкости. Здесь авторы, в первую очередь, отмечают возможность подобных тел двигаться и в идеальной жидкости по незамкнутой траектории при условии несимметричности коэффициентов присоединенных масс. Это явление описано в работах [29, 30]. Однако наличие вязких составляющих значительно меняет характер движения тела в жидкости и требует отдельного расчета гидродинамических параметров через уравнения Навье-Стокса.

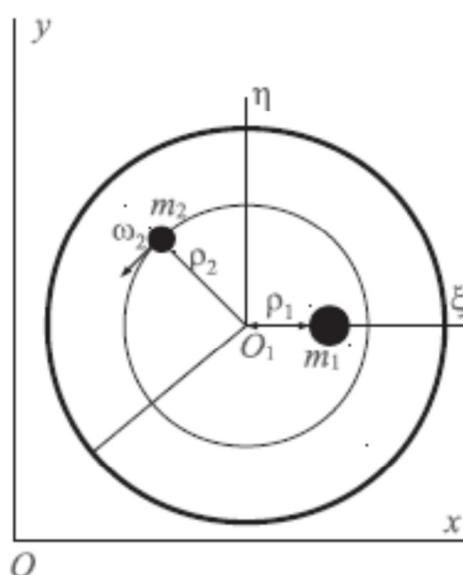


Рисунок 1.7 – Системы координат

При возвратно-поступательном движении внутренней массы с определенными скоростями тело способно рывками перемещаться по прямой траектории. Авторами статьи построена математическая модель движения тела.

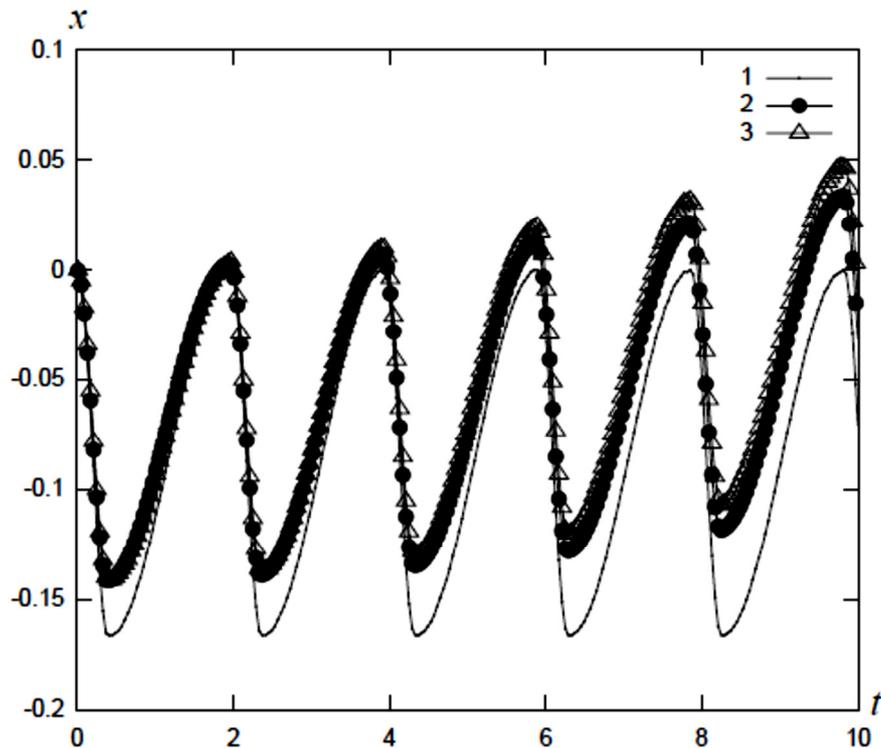


Рисунок 1.8 – Перемещение тела в зависимости от времени

На рисунке приводится зависимость координаты X тела от времени для идеальной (кривая 1) и вязкой (кривая 2) жидкостей, а также аппроксимированная траектория (кривая 3).

В данной работе для аппроксимации вязких сил применялся метод нечетких деревьев решений, показана их высокая точность. Оптимальное управление построено через генетический алгоритм.

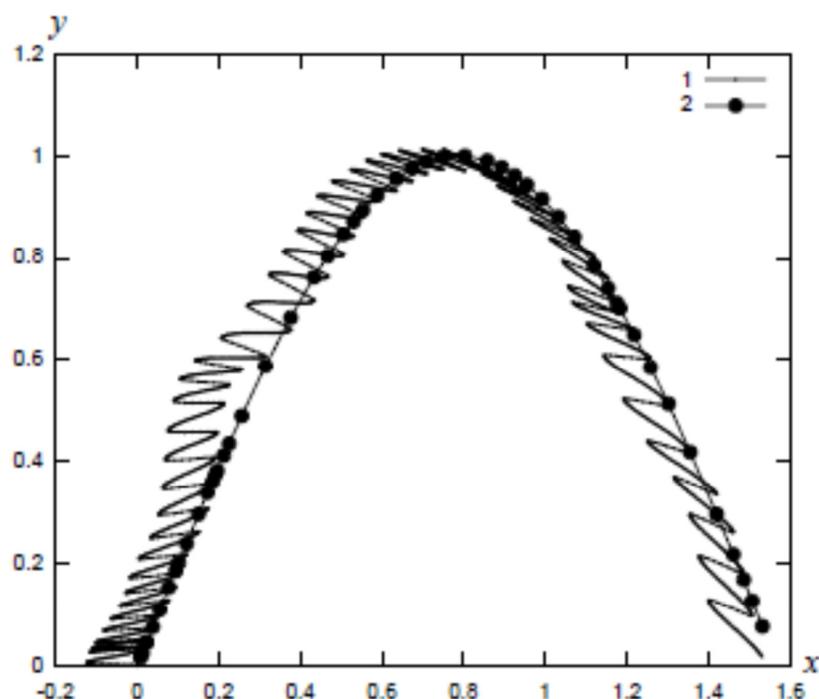


Рисунок 1.9 – Траектория управляемого тела

Таким образом, в данной работе предложен алгоритм управления движением тела с подвижными внутренними массами в вязкой жидкости в двумерной постановке. Аппроксимация вязких сил позволила учесть их влияние на движение тела.

В работе [51] рассмотрена аналогичная задача для тел в виде сферы и капли для двумерного случая. Здесь авторы также отмечают актуальность вопросы самопродвижения тел в жидкости, не взаимодействуя с ней напрямую. В тоже время описывается сложность гидродинамических расчетов для тел сложной формы, необходимость постановки численного разрешения уравнений Навье-Стокса для определения вязких сил. Точность математической модели подтверждается сравнением расчета коэффициента лобового сопротивления сферы со справочными данными.

Перемещение сферы и каплеобразного тела в вязкой жидкости приводятся на рисунках 1.8 и 1.9.

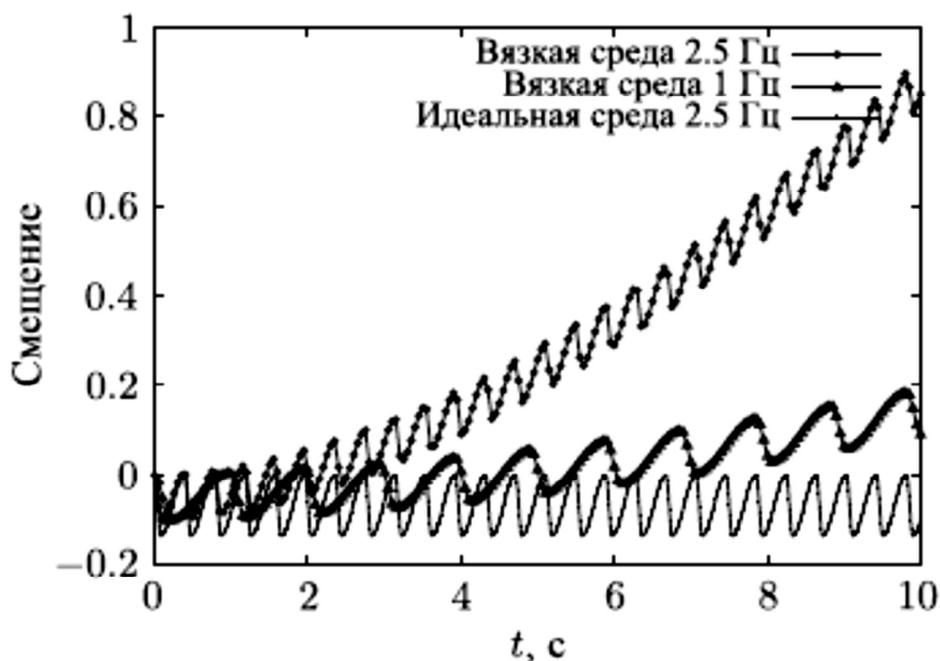


Рисунок 1.10 – Перемещение тела

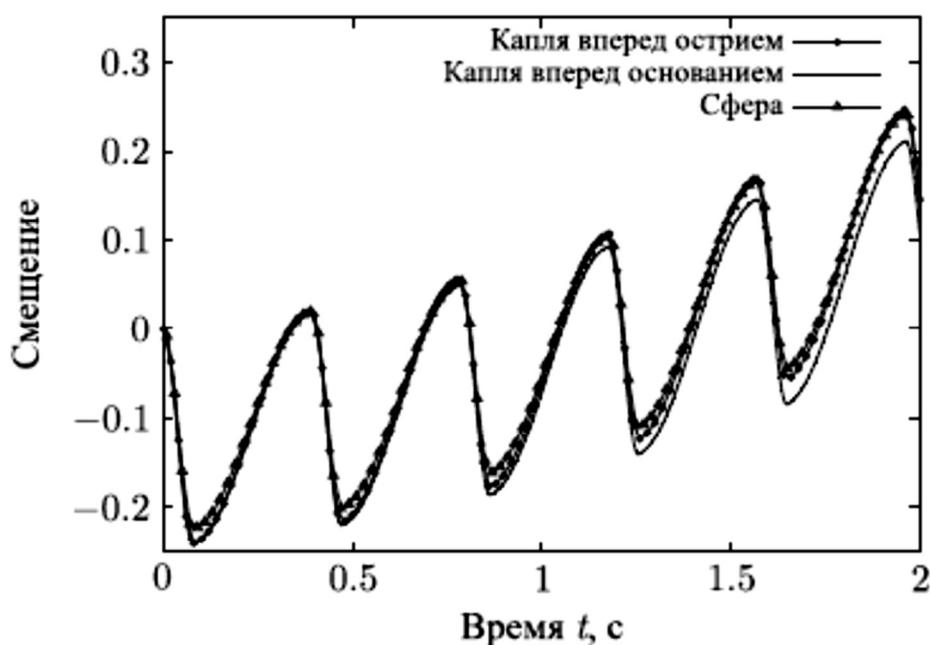


Рисунок 1.11 – Движение тел в виде сферы и капли

Авторы статьи выявили, что тело в виде капли незначительно обгоняет сферу, что обусловлено зависимостью силы вязкого сопротивления от формы. Также важно отметить, что в данной работе показана возможность тела с внутренними подвижными массами преодолевать силу тяжести, значит, его способность к трехмерному движению в свободной воде.

В работе [75] рассматривается движение тела в виде трехлопастного винта в идеальной жидкости. Из работы [13] известно, что винт способен создавать

тяговую силу в идеальной жидкости. Рассматриваемые тела изображены на рисунке 1.12:

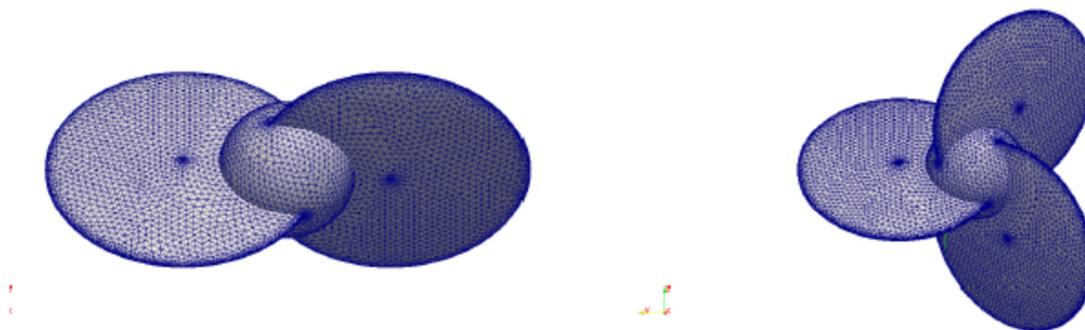


Рисунок 1.12 – Варианты внешнего вида тел с винтовой симметрией

Внутри сферы в центре тел находятся роторы, с помощью которых авторами статьи предложено управлять вращением винтов.

В ходе исследования установлено, что при постоянных угловых скоростях роторов тело движется по спирали.

Задача оптимального управления авторами статьи сводится к обеспечению минимального отклонения траектории от прямолинейного движения.

Известные разработанные модели управления различными инерциоидами не применимы к трехмерному движению в вязкой жидкости тела в виде трехлопастного винта. Исследования для движения инерциоидов по твердым поверхностям также не могут быть использованы для жидкости с вязким трением. Однако модель управления в идеальной жидкости может быть дополнена вязкими силами и моментами, но совместное решение уравнений движения Кирхгофа и системы уравнений Навье-Стокса для трехмерной постановки весьма трудоемко. Таким образом, для управления телом в вязкой жидкости необходим расчет гидродинамических параметров его движения.

Глава 2. Методы и инструменты численного эксперимента для исследования гидродинамики тел с винтовой симметрией

2.1. Постановка задачи численного моделирования

Данный раздел посвящен гидродинамическому расчету движения винтового тела в вязкой жидкости для построения модели управления. Внешне устройство представляет трехлопастной винт с тремя роторами внутри, изображенный на рисунке 2.1.

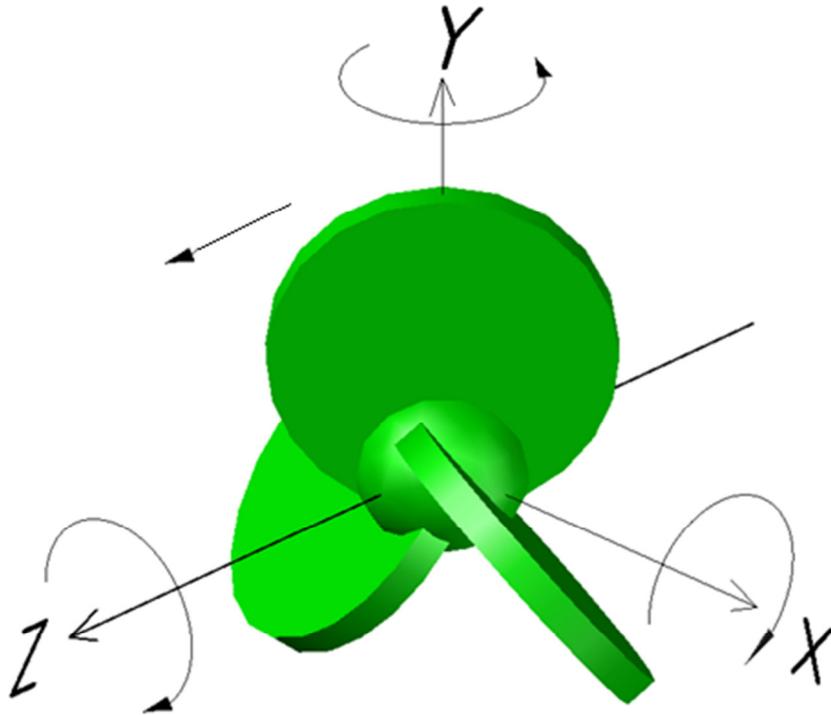


Рисунок 2.1 – Внешний вид устройства в виде трехлопастного винта

Устройство представляет сферу радиусом 100 мм, в который врезаны три лопасти диаметром 200 мм и высотой 20 мм под углом 45° .

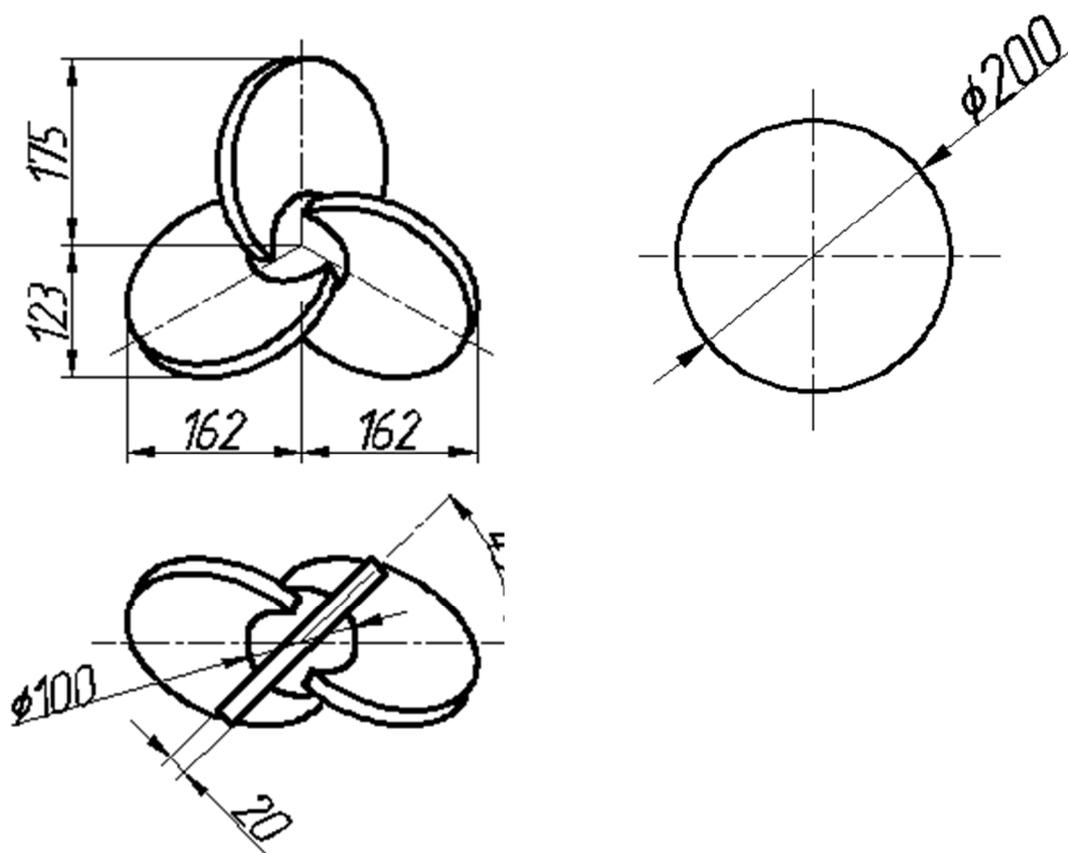


Рисунок 2.2 – Геометрическая модель устройства в виде трехлопастного винта

Внутри сферы (основания винта) ортогонально расположены три ротора, способных вращаться с различными угловыми скоростями.

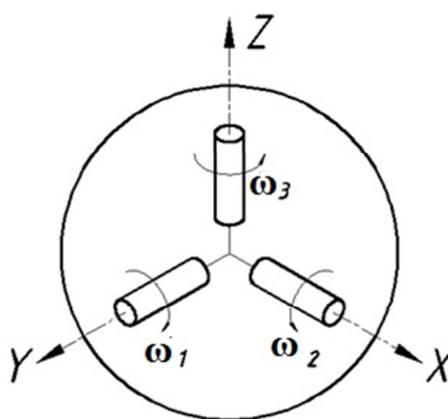


Рисунок 2.3 – Схема расположения роторов внутри основания тела

Пусть подвижная система координат $Oe_1e_2e_3$ связана с винтом, при этом оси совпадают с осями инерции. Неподвижную систему обозначим $Oxyz$, r – радиус-вектор центра винта.

Ортогональная матрица содержит ориентацию тела и в сочетании с радиус-вектором \mathbf{r} полностью определяет положение системы:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Где α, β, γ – орты неподвижных осей $Oxyz$.

Матрица коэффициентов присоединенных масс определяется геометрией движущегося в жидкости тела:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 & \mathbf{\Lambda}_{12} \\ \mathbf{\Lambda}_{12}^T & \mathbf{\Lambda}_2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

где $\mathbf{\Lambda}_1$ – тензор присоединенных масс;

- $\mathbf{\Lambda}_2$ – тензор присоединённых моментов инерции;

- $\mathbf{\Lambda}_{12}$ – тензор винтовой симметрии.

Кинетическая энергия тела имеет вид:

$$T_s = \frac{1}{2} m_s (\mathbf{V}\mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{I}_s \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}) \quad (2.3)$$

Кинетическая энергия жидкости:

$$T_f = \frac{1}{2} (\mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{V}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}) + (\mathbf{\Lambda}_{12}^T \mathbf{V}, \mathbf{\Omega}) \quad (2.4)$$

Суммарная кинетическая энергия системы «винт-жидкость»:

$$T = T_f + T_s = \frac{1}{2} (\mathbf{I} \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}) + (\mathbf{B} \mathbf{\Omega}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{C} \mathbf{V}, \mathbf{V}) \quad (2.5)$$

где \mathbf{I} – тензор инерции всей системы.

$$\mathbf{I} = \mathbf{\Lambda}_2 + \mathbf{I}_s \quad (2.6)$$

$$\mathbf{C} = m\mathbf{E} + \mathbf{\Lambda}_1 \quad (2.7)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{\Lambda}_{12} + m \begin{pmatrix} 0 & z_c & -y_c \\ -z_c & 0 & x_c \\ y_c & -x_c & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

где x_c, y_c, z_c – компоненты радиус-вектора \mathbf{r}_c центра масс системы.

Уравнения движения системы имеют вид уравнений Кирхгофа [25]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} \right) + \mathbf{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{\Omega}} \right) + \mathbf{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{\Omega}} + \mathbf{V} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} = 0 \quad (2.10)$$

$$\mathbf{C} \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{B} \dot{\mathbf{\Omega}} = (\mathbf{C} \mathbf{V} + \mathbf{B} \mathbf{\Omega}) \times \mathbf{\Omega} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{B}^T \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\Omega}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) \times \boldsymbol{\Omega} + (\mathbf{C} \mathbf{V} + \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}) \times \mathbf{V} = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

Дополним эти уравнения переменными \mathbf{r} и Q , описываемыми уравнениями Пуассона:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\Omega} \quad (2.13)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{V} \quad (2.14)$$

Векторы $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ направлены вдоль осей неподвижной системы координат Охуз.

В гамильтоновой форме уравнения движения примут вид:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P} \times \boldsymbol{\Omega} \quad (2.15)$$

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V} \quad (2.15a)$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{C} \mathbf{V} + \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}$ - импульс;

- $\mathbf{M} = \mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}$ - кинетический момент;

- $\mathbf{V} = (v_1, v_2, v_3)^T$ - вектор скорости;

- $\boldsymbol{\Omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ - вектор угловой скорости.

При движении в вязкой жидкости появляются стационарные силы и моменты:

$$\mathbf{F}_s = (F_1; F_2; F_3)$$

$$\mathbf{M}_s = (M_1; M_2; M_3)$$

Изучение движения тел в вязкой жидкости связано с именами известных исследователей [37, 89, 91]. Воздействие вязкой жидкости на твердое тело типовой формы (например, сфера) при определенных режимах течения (диапазон числа Re) может быть рассчитано по аналитическим формулам.

Для точного расчета параметров вязкого воздействия жидкости на произвольное тело необходимо решение полной системы уравнений Навье-Стокса и уравнения неразрывности [39]:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot ((\mathbf{V} - \mathbf{W}) \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} \quad (2.18)$$

где $\bar{\mathbf{t}}$ – тензор напряжений;

- \mathbf{F} – внешние силы, действующие на тело.

Вязкие силы и моменты вычисляются в виде следующих интегралов по поверхности тела [39]:

$$\mathbf{F} = \int_S [-p\mathbf{E} + \mu(\nabla\mathbf{u} + {}^T\nabla\mathbf{u})] \cdot \mathbf{n} ds \quad (2.19)$$

$$\mathbf{G} = \int_S \mathbf{r}_s \times [-p\mathbf{E} + \mu(\nabla\mathbf{u} + {}^T\nabla\mathbf{u})] \cdot \mathbf{n} ds \quad (2.20)$$

где \mathbf{u} - вектор абсолютной скорости жидкости.

Таким образом, уравнения движения тела в идеальной жидкости дополняются вязкими составляющими в правой части и принимают вид:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{F}_S \quad (2.21)$$

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{M} \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V} + \mathbf{M}_S \quad (2.22)$$

Уравнения динамики тела в подвижной системе координат имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{P} = \mathbf{F}_{QS}(t) \quad (2.23)$$

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K} + \mathbf{U} \times \mathbf{P} = \mathbf{G}_{QS}(t) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{P} = (\boldsymbol{\Lambda}_1 + \mathbf{M}\mathbf{E})\mathbf{U} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{K} = (\boldsymbol{\Lambda}_2 + \mathbf{I})\boldsymbol{\Omega} \quad (2.26)$$

где $\mathbf{F}_{QS}(t)$ – сила, действующая на тело при движении в жидкости;

- $\mathbf{G}_{QS}(t)$ – момент силы, действующей на тело при движении в жидкости.

Совместное решение данной задачи в трехмерной постановке является трудоемким, поэтому в данной работе предлагается отдельный расчет стационарных составляющих сил и моментов, действующих на тело со стороны жидкости при поступательном и вращательном движении с помощью численного эксперимента, и нестационарных - через коэффициенты присоединенных масс [35].

Предполагается, что проведение серии трехмерных расчетов стационарных вязких сил и моментов при различных угловых и поступательных скоростях под разными углами между вектором поступательной скорости и осью винтовой симметрии позволит построить некоторую явную феноменологическую модель.

Схема комбинируемых параметров при выполнении серии расчетов приведена на рисунке 2.4.

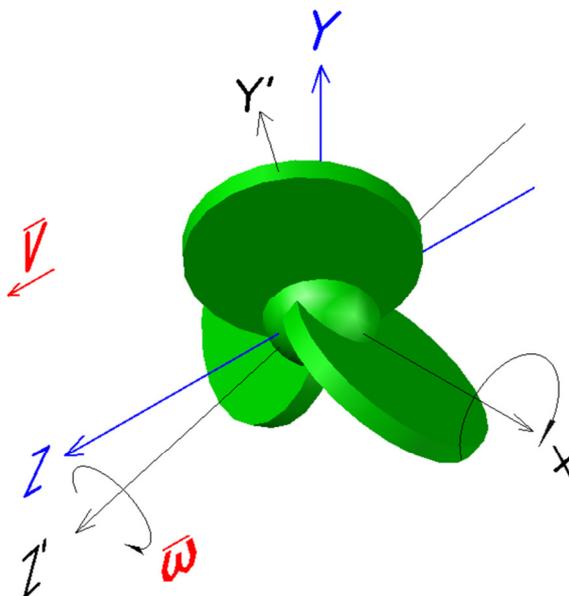


Рисунок 2.4 – Схема комбинируемых параметров

(\vec{V} , $\vec{\omega}$, углы тангажа и рыскания) для проведения серии расчетов

Аппроксимированные вязкие силы и моменты станут дополнительными членами \mathbf{F}_s и \mathbf{M}_s в правой части уравнений (2.21) и (2.22).

Итак, задача построения модели управления телом в виде трехлопастного винта с внутренними роторами требует расчета воздействия вязкой жидкости для множества типовых движений объекта.

Расчет движения тел в жидкости является классической задачей гидродинамики [38]. Поскольку рассматриваемое устройство внешне представляет тело с винтовой симметрией, расчет параметров его движения в вязкой жидкости будет содержать подходы корабельной гидромеханики.

Гребные винты являются наиболее распространенным движителем современных судов [2]. В основу формы лопастей положена винтовая поверхность [4].

Проектирование и расчет гребных винтов любого назначения базируется на широком использовании фундаментальных и прикладных достижений механики жидкости [5, 6].

Большие затраты времени и средств не позволяют проводить реальные физические эксперименты при разработке различных судовых комплексов и гребных винтов в частности. Полуэмпирические зависимости и типовые номограммы не дают приемлемой точности при проектировании нестандартных систем. Выходом из этой проблемной ситуации может служить применение методов вычислительной гидродинамики, которые могут заменить дорогостоящий физический эксперимент более дешевым, но не менее эффективным численным моделированием [20]. Многие программные комплексы имеют возможность такого моделирования, но требуют создания трехмерных геометрических моделей объектов исследования, формулировки граничных условий задач гидродинамики, выбора сетки, модели турбулентности и задания других специфических параметров моделирования [45].

В развитии корабельной гидромеханики можно выделить несколько этапов, отличающихся как сложностью и разнообразием научных и инженерных задач, так и методами их решения, приведенных в таблице 2.1.

Таблица 2.1. – Этапы развития прикладной гидромеханики

Этап	Определение новых характерных задач	Основные методы гидродинамического анализа
1	Интегральные гидродинамические характеристики – силы и моменты, действующие на судно со стороны жидкости	Физический эксперимент, приближенные полуэмпирические методы
2	Локальные характеристики на поверхности и вблизи корпуса – напряжение трения и давления	Физический эксперимент, частично численный эксперимент
3	Характеристики полей гидродинамической природы	Физический и численный эксперимент
4	Все характеристики натуральных течений в рамках полного моделирования (гидродинамика, динамика, прочность, акустики, термодинамика)	Численный и физический эксперименты

Вычислительная гидродинамика позволяет решать полные уравнения Навье-Стокса для любых геометрических тел и граничных условий [44].

Пакеты ANSYS CFX, ANSYS Fluent, STAR-CCM+, OpenFOAM, FlowVision предназначены для решения наиболее сложных инженерных задач, обеспечивают полный учет физической и математической нелинейности и нестационарности процессов различной природы в их взаимодействии.

Указанные продукты широко используются в судостроительной отрасли и позволяют моделировать внешнее обтекание судов и гидротехнических сооружений, оптимизировать конструкции насосов, вентиляторов и гребных винтов. Программы вычислительной гидродинамики отличаются используемыми математическими моделями, схемами интегрирования, возможностями создания сеток, требованиями к мощности вычислительных машин и к квалификации специалиста.

Решатели ANSYS CFD работают с неструктурированными и структурированными сетками, состоящими из элементов различных форм. Например, для двумерных сеток используются четырехугольные и треугольные элементы, а для трехмерных сеток – гексаэдральные, тетраэдральные, полиэдральные, призматические и пирамидальные элементы.

Для генерации сетки сеточный препроцессор ANSYS Meshing является базовым пакетом и обладает универсальными возможностями. Его можно использовать для генерации сеток средней и большой размерности (до 800 млн. ячеек). ANSYS Meshing поддерживает работу в распределенном режиме и генерирует классические сетки на основе треугольников и четырехугольников при поверхностном разбиении, и на основе тетраэдров (с призмами) и шестигранников при разбиении объемов. В ANSYS CFX для пространственной дискретизации используется метод конечных объемов/конечных элементов с расчетом переменных в узлах.

Из отечественных разработок известен пакет FlowVision фирмы «ТЕСИС», позволяющий проводить анализ ламинарных и турбулентных пространственных течений, моделировать процессы горения, теплоперенос, пористость среды и некоторые другие. Однако ограниченные возможности этой системы по построению расчетных сеток (генерируются только структурированные сетки, не используются движущиеся и деформирующиеся сетки) и ряд других ограничений снижают его конкурентоспособность по сравнению с зарубежными аналогами. Несмотря на это, пакет достаточно успешно используется для решения многих технических задач, в том числе и задач кораблестроения [1].

Базовыми уравнениями для программного комплекса Flow Vision служат уравнения Навье-Стокса, неразрывности и выбираемой модели турбулентности. Для численного решения уравнений гидродинамики используются метод конечных объемов и метод, основанный на расчете нестационарных уравнений в частных производных [3].

Получаемые результаты моделирования задач гидродинамики в среде Flow Vision достаточно хорошо согласуются с результатами физического эксперимента при определенных задаваемых параметрах моделирования – начальных значениях, граничных условиях, степени и виде адаптации, размерах расчетной области, схеме расчета, шага по времени и др., что подтверждено рядом исследований [33, 34, 48].

Одним из преимуществ FlowVision, позволяющим эффективно использовать его в задачах гидродинамики судов, является возможность расчета подвижных тел и моделирование свободной поверхности жидкости.

Во FlowVision решение системы уравнений выполняется на декартовой сетке, которая автоматически локально измельчается в соответствии с заданными критериями.

Примером бесплатного программного продукта служит OpenFOAM компании OpenCFD. В частности пакет позволяет решать задачи гидродинамики ньютоновских и неньютоновских жидкостей сжимаемой и несжимаемой постановке с учётом теплообмена и сил гравитации.

В данной работе расчет выполняется с помощью известного программного продукта, выбор которого обоснован в §2 Главы 2.

2.2. Анализ и выбор методов численного эксперимента

Главной задачей вычислительной гидродинамики является численное решение уравнений Навье-Стокса, описывающих динамику жидкости. Также учитываются горение, турбулентность, вязкость. Данные уравнения образуют математическую модель тепломассопереноса.

Законы сохранения характеристик потока описываются дифференциальными уравнениями в частных производных различных типов. Уравнения записываются в дискретном виде и интегрируются на расчётной сетке с использованием различных численных методов и разностных схем. Расчёт любого течения можно рассматривать как численный эксперимент.

Математическая модель движения жидкости или газа – это система уравнений в частных производных, определяющих законы сохранения (энергии, массы, импульса), уравнений состояния жидкости (газа), замыкающих уравнений и граничных и начальных условий.

Модельные уравнения

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.27)$$

Закон сохранения импульса (Навье-Стокса):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (2.28)$$

Тензор напряжений:

$$\bar{\tau} = \mu[(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{V} \mathbf{I}] \quad (2.29)$$

При моделировании турбулентных течений добавляются либо алгебраические, либо конвективно-диффузионные уравнения соответствующей модели турбулентности.

Взаимное расположение систем координат для подвижной и неподвижной систем отсчета приведено на рисунке 2.5.

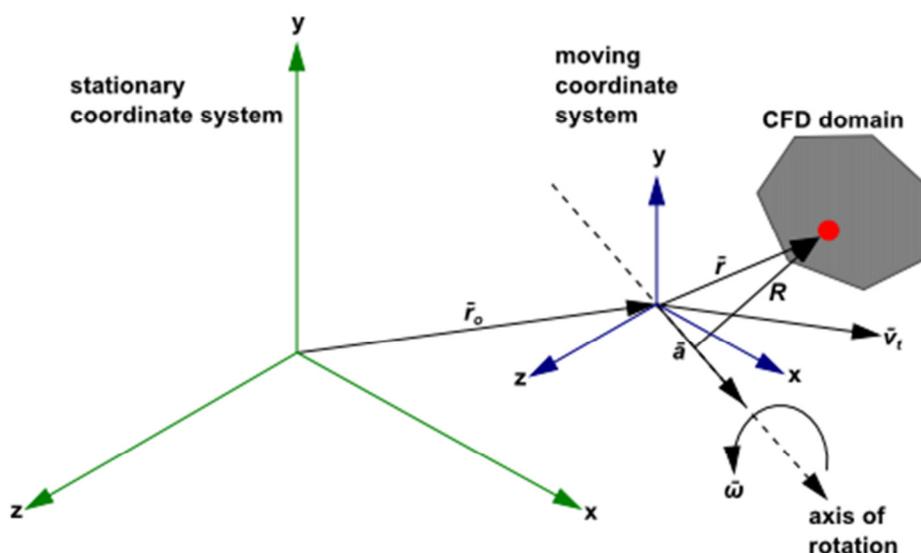


Рисунок 2.5 – Взаимное расположение систем координат

Расчетная область определяется относительно подвижной системы так, что произвольная точка в области определяется радиус-вектором \vec{r} от начала координат подвижной системы отсчета.

Скорость жидкости может быть преобразована из неподвижной системы в подвижную:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{u}_r \quad (2.30)$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{v}_t + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.31)$$

где \mathbf{v}_r – относительная скорость (в подвижной системе координат);

- \mathbf{v} – абсолютная скорость (в неподвижной системе координат);

- \mathbf{u}_r – скорость подвижной системы координат относительно неподвижной;

- \mathbf{v}_t – скорость подвижной системы координат.

Турбулентность

Турбулентные потоки являются наиболее часто встречающейся и, вместе с тем, наиболее сложной формой движения жидкостей и газов. Турбулентность представляет собой чрезвычайно сложный объект для исследования, поскольку является системой с большим количеством степеней свободы и обычно характеризуется широким набором различных компонентов движения и внутренних сил, среди которых существенную роль играют мелкомасштабные и высокочастотные составляющие.

Одним из важнейших параметров, характеризующих турбулентное движение, является турбулентная кинетическая энергия:

$$k = \frac{1}{2} (\mathbf{u}'^2 + \mathbf{v}'^2 + \mathbf{w}'^2) \quad (2.32)$$

где \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} – скорости по осям x , y , z соответственно, м/с.

Для получения формулы для коэффициента турбулентной вязкости используется двухпараметрическая SST модель. В ней коэффициент определяется через два параметра, для которых решаются дополнительные дифференциальные уравнения в частных производных.

Коэффициент турбулентной вязкости определяется по формуле:

$$\mu_t = C_\mu \cdot \rho \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.33)$$

где $C_\mu = \beta^* = 0,09$

Для несжимаемой жидкости уравнение переноса турбулентной кинетической энергии имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} k) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_K - \rho \varepsilon \quad (2.34)$$

где $\sigma_k = 1$;

- $P_K = -\rho u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ - генерация k .

Уравнение переноса скорости диссипации:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho u \varepsilon) = \nabla \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P_K - C_2 \rho \varepsilon) \quad (2.35)$$

где $\sigma_\varepsilon = 1,3$; $C_{e1} = 1,44$; $C_{e2} = 1,92$.

Предполагается, что среднеквадратичная пульсация V_n^2 пропорциональна всей турбулентной кинетической энергии k . Это справедливо только для больших чисел Re , пристеночные течения описываются плохо. Этому недостатка лишена $k-\omega$ - модель Уилкокса.

В ней также используются два параметра: турбулентная кинетическая энергия k и величина ω , обратно пропорциональная характерному масштабу времени $\tau = \frac{k}{\varepsilon}$ и имеющая размерность частоты 1/с.

Коэффициент турбулентной вязкости рассчитываются по формуле:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.36)$$

Соответствующие уравнения переноса имеют следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho u k) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}}\right) \nabla k\right) + P_K - \beta^* \rho k \omega \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho u \omega) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right) \nabla \omega\right) + \alpha \frac{\omega}{k} P_K - \beta_0 \rho \omega^2 \quad (2.38)$$

где $\alpha=5/9$; $\beta_0=0,075$; $\sigma_{k1}=2$; $\sigma_\omega=2$.

k- ω модель хорошо описывает пристеночные течения, но крайне неудобна для свободных течений. В зависимости от задания параметра частоты турбулентных пульсаций, принимаемого на границе расчетной области, может быть получен значительный разброс в результатах расчета. Кроме того, рассматриваемый метод имеет низкую точность решения в области свободного течения.

В преобразованном виде k- ε модель имеет вид:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho u k) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right) \nabla k\right) + P_K - \beta^* \rho k \omega \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho u \omega) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right) \nabla \omega\right) + \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_K - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2} \omega} \cdot \nabla k \cdot \nabla \omega \quad (2.40)$$

Где $\alpha_2=0,44$; $\beta_2=0,0828$.

Следует отметить, что уравнение (2.39) является строгим следствием уравнения (2.37), а при выводе уравнения (2.40) пренебрегают некоторыми диффузионными членами. Эти члены не влияют на результаты расчетов.

Основная идея SST модели турбулентности состоит в том, что с помощью стыковочной функции $1-F_1$ получается линейная комбинация уравнений k- ω модели и уравнений (2.39), (2.40) из преобразованной стандартной модели турбулентности:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho u k) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right) \nabla k\right) + P_K - \beta^* \rho k \omega \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho u \omega) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right) \nabla \omega\right) + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_K - \beta_3 \rho \omega^2 + (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2} \omega} \cdot \nabla k \cdot \nabla \omega \quad (2.42)$$

Линейная комбинация коэффициентов моделей, лежащих в основе метода:

$$\alpha_3 = F_1 \alpha + \alpha_2(1 - F_1) \quad \beta_3 = F_1 \beta_0 + \beta_2(1 - F_1) \quad (2.43)$$

$$\frac{1}{\sigma_{к3}} = F_1 \frac{1}{\sigma_{к1}} + (1 - F_1) \frac{1}{\sigma_{к}} \quad (2.44)$$

$$\frac{1}{\sigma_{\omega 3}} = F_1 \frac{1}{\sigma_{\omega 1}} + (1 - F_1) \frac{1}{\sigma_{\omega 2}} \quad (2.45)$$

Стыковочная функция в модели Ментера строится так, чтобы наиболее адекватно учитывать перенос напряжения трения в пограничном слое.

В модели Ф. Ментера для несжимаемой жидкости коэффициент турбулентной вязкости определяется по формуле:

$$\mu_t = \rho \frac{0,31k}{\max(0,31\omega, SF_2/0,31)} \quad (2.46)$$

где $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ – удвоенный тензор скоростей деформации

Стыковочные функции в SST – модели определяются по следующим формулам:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (2.47)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{CD_{K\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (2.48)$$

$$CD_{K\omega} = \max \left(\frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2} \omega} \nabla k \nabla \omega, 10^{-10} \right) \quad (2.49)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (2.50)$$

$$\Phi_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (2.51)$$

где y – расстояние до ближайшей стенки.

Расстояние от стенки можно определять по следующему алгоритму. Для всей расчетной области решается уравнение Пуассона:

$$\nabla^2 \varphi = -1 \quad (2.52)$$

где Φ – потенциал расстояния, определяемый в результате решения уравнения Пуассона.

Расстояние от стенки определяется через градиент φ :

$$y = -|\nabla \varphi| + \sqrt{|\nabla \varphi|^2 + 2\varphi} \quad (2.55)$$

SST модель является комбинированной моделью $k-\omega$ модели в пристеночных областях и $k-\varepsilon$ модели в удалении от стенки. Этот комбинированный метод заключается в преобразовании уравнений $k-\varepsilon$ модели к $k-\omega$ формулировке. Уравнения видоизмененной $k-\varepsilon$ модели дополняются стыковочной функцией $1-F_1$. Функция $F_1 = 1$ вблизи поверхности и $F_1 = 0$ за пограничным слоем. Эта модель показала хорошие результаты при расчете течений в зоне отрыва и при сильном продольном градиенте давления. Она учитывает перенос касательных напряжений.

Метод конечных объёмов - распространенный численный метод интегрирования систем дифференциальных уравнений в частных производных реализован в таких прикладных программных продуктах Flow Vision, Ansys CFD.

Интегрирование уравнений переноса скалярных величин происходит по объёмам ячеек расчётной сетки. По теореме Гаусса для векторной величины F справедливо выражение:

$$\int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot F) d\vartheta = \sum_{i=faces} (F_i \cdot n_i) \cdot \Delta S_i \quad (2.56)$$

где ϑ – объём ячейки;

- ΔS_i – площадь i -й грани ячейки.

При интегрировании уравнений происходит суммирование потоков энергии, импульса, турбулентных величин и массы на гранях ячеек. Любая грань соединяет две соседние ячейки, поток входит в уравнения для обеих ячеек, что обеспечивает сохранение массы, импульса, энергии.

Расщепление (дискретизация) определяющих уравнений может быть показана на законе сохранения количества в нестационарной форме. Это демонстрируется следующим уравнением, записанным в интегральной форме для независимого конечного объема ϑ :

$$\int_V \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} d\vartheta + \oint \rho \varphi v \cdot dA = \oint \Gamma_{\varphi} \nabla \varphi \cdot dA + \int_V S_{\varphi} d\vartheta \quad (2.57)$$

- A – поверхность интегрирования;

- ∇_{φ} – градиент для переменной φ .

Данное уравнение вычисляется для каждого объема или ячейки расчетной области.

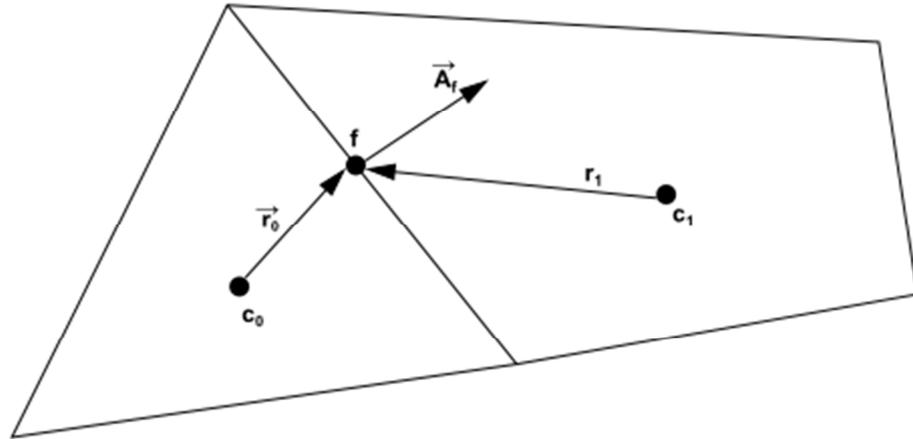


Рисунок 2.6 – Конечный объем для дискретизации уравнения переноса

Расщепление уравнения в данном контрольном объеме дает:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} \vartheta + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f v \varphi_f \cdot A_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\varphi \nabla \varphi \cdot A_f + S_\varphi \vartheta \quad (2.58)$$

где N_{faces} - кол-во граней ячейки;

- φ_f - значение потока φ , перемещенного через грань f ;

- $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$ – поток массы через грань;

- \vec{A}_f - площадь грани f ;

- $\nabla \varphi_f$ - градиент φ в грани f .

- ϑ – объем ячейки.

Уравнения, приведенные выше, могут быть применены к многомерным системам и неструктурированным сеткам.

Уравнения, рассмотренные выше, содержат неизвестную скалярную переменную φ в центре ячейки, а также неизвестное значение в соседних ячейках.

Линейная форма может быть записана как:

$$a_p \varphi = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad (2.59)$$

где индекс «nb» относится к соседним ячейкам;

- a_p и a_{nb} - коэффициенты приведения к линейному виду переменных φ и φ_{nb} .

Количество соседних ячеек для каждой клетки зависит от топологии сетки, но, как правило, равно количеству граней, ограждающих ее (границы клеток является исключением).

Аналогичные уравнения могут быть составлены для любой ячейки, что в результате создает систему уравнений с матрицей коэффициентов. Например, ANSYS решает эту линейную систему для скалярных уравнений с помощью метода Гаусса-Зейделя в сочетании с алгебраическим многосеточным методом.

Пространственная дискретизация

По умолчанию Ansys хранит дискретные значения переменной φ в центре ячеек. Однако значения φ на гранях необходимы для расчета конвекции и должны быть аппроксимированы от значения в центре ячейки. Это достигается с помощью противотоковой схемы.

По умолчанию Ansys предлагает противотоковую схему 2-го порядка точности и использует центрально-разностную модель диффузии.

В противотоковой схеме 2-го порядка значение переменной на гранях ячеек вычисляются многомерной линейной реконструкцией. При этом высокая точность достигается на грани ячейки через разложение в ряд Тейлора решения в центре ячейки.

Таким образом, значение φ вычисляется по следующей формуле:

$$\varphi_f = \varphi + \nabla\varphi \cdot r \quad (2.63)$$

где φ и $\nabla\varphi$ - значение в центре ячейки и его градиент в противоположной ячейке;
- \vec{r} - вектор перемещения с центра противоположной ячейки к центру грани.

Центрально-разностная схема вычисляет значение переменной φ_f :

$$\varphi_f = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_0 \cdot r_0 + \nabla\varphi_1 \cdot r_1) \quad (2.64)$$

где индексы «0» и «1» относятся к ячейкам, которые разделяют грань f ;
- $\nabla\varphi_{r,0}$ и $\nabla\varphi_{r,1}$ - реконструированные градиенты в ячейке 0 и 1;
- \vec{r} - вектор, направленный от центра ячейки к центру грани.

Расчет градиентов и производных

Градиент $\nabla\varphi$ свободной переменной φ используется для дискретизации конвекции и диффузии в уравнении неразрывности. Градиент вычисляется в Ansys по методу Грина-Гаусса.

Для вычисления градиента переменной φ в центре ячейки c_0 используется следующая форма:

$$(\nabla\varphi)_{c_0} = \frac{1}{V} \sum_f \varphi_f A \quad (2.74)$$

где φ_f - значение переменной φ в центре грани ячейки.

По умолчанию, значение φ на грани ячейки, в уравнении (2.74) взято как среднее арифметическое значений в центрах соседних ячеек:

$$\varphi_f = \frac{\varphi_{c_0} + \varphi_{c_1}}{2} \quad (2.75)$$

Также φ_f может быть вычислено как среднее арифметическое узловых значений на гранях.

$$\varphi_f = \frac{1}{N_f} \sum_n^{N_f} \varphi_n \quad (2.76)$$

где N_f – число узлов на грани.

Узловое значение, φ_n в уравнении (2.76) получается как средневзвешенное значений в ячейках вокруг узлов.

Эта схема воспроизводит точные значения линейной функции в узле из окружающих значений в центрах ячеек на произвольных неструктурированных сетках путем решения задачи условной минимизации при сохранении второго порядка пространственной точности.

Градиент по узлам более точный, чем в ячейках, особенно на нерегулярных неструктурированных сетках, но является более затратным для расчета, чем расчет по ячейкам.

В этом методе градиента наименьших квадратов решение меняется линейно. На рисунке 2.8 расчет в центре ячейки, изменение значения между ячейкой c_0 и c_i вдоль вектора δr_i от центра ячейки c_0 к ячейке c_i может быть выражено как:

$$(\nabla\varphi)_{c0} \cdot \Delta r_i = (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \quad (2.77)$$

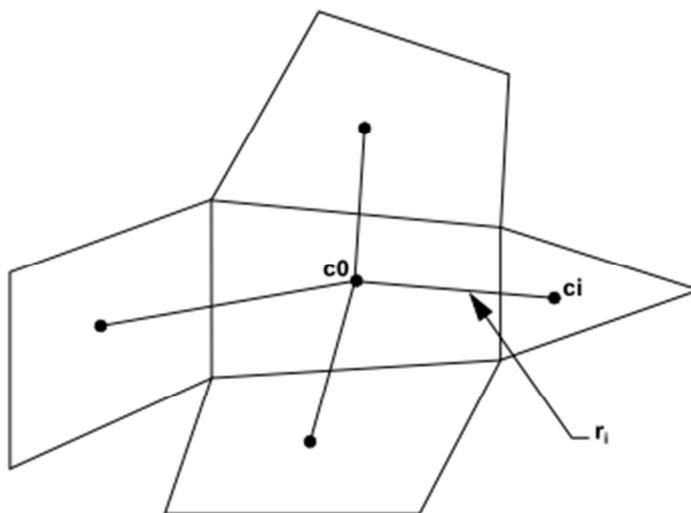


Рисунок 2.8 – Расчет по центрам ячеек

Линейная система уравнений может быть решена путем разложения матрицы коэффициентов. Это разложение дает матрицу весов для каждой ячейки. Таким образом, для схемы расчета по центрам ячеек необходимо три компонента весов $(W_{i0}^x, W_{i0}^y, W_{i0}^z)$ для каждой грани ячейки c_0 .

Градиент в центре ячейки может быть вычислен умножением весовых коэффициентов на разность векторов $\Delta\varphi = (\varphi_{c1} - \varphi_{c0})$:

$$(\varphi_x)_{c0} = \sum_{i=1}^n W_{i0}^x \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \quad (2.78)$$

$$(\varphi_y)_{c0} = \sum_{i=1}^n W_{i0}^y \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \quad (2.79)$$

$$(\varphi_z)_{c0} = \sum_{i=1}^n W_{i0}^z \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \quad (2.80)$$

В нерегулярных неструктурированных сетках точность метода наименьших квадратов сопоставима с расчетом градиентов через узлы. Однако, это менее затратно для вычисления, чем метод на основе узлов.

Схема интерполяции плотностей

Для несжимаемой жидкости Ansys использует арифметическое осреднение плотности.

Сопряженный алгоритм для давления и скорости дает надежный и эффективный результат для однофазных установившихся потоков.

Сопряженный алгоритм решает уравнения импульса и неразрывности совместно. Полное неявное решение достигается за счет неявной дискретизации

градиента давления в уравнениях импульса и неявной дискретизации потока массы через грань ячейки.

Градиент давления имеет вид:

$$\sum_f p_f A_k = -\sum_j a^{u_k p} p_j \quad (2.81)$$

Где $a^{u_k p}$ – коэффициент, получаемый по теореме Гаусса.

Окончательно, для любой ячейки дискретизированная форма импульса определяется как:

$$\sum_j a_{ij}^{u_k} u_{kj} + \sum_j a_{ij}^{u_k p} p_j = b_i^{u_k} \quad (2.82)$$

Общая система уравнений после преобразования:

$$\sum_j [A]_{ij} X_j = B_i \quad (2.83)$$

где влияние ячейки I на ячейку j имеет форму:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij}^{pp} & a_{ij}^{pu} & a_{ij}^{pv} & a_{ij}^{pw} \\ a_{ij}^{up} & a_{ij}^{uu} & a_{ij}^{uv} & a_{ij}^{uw} \\ a_{ij}^{vp} & a_{ij}^{vu} & a_{ij}^{vv} & a_{ij}^{vw} \\ a_{ij}^{wp} & a_{ij}^{wu} & a_{ij}^{wv} & a_{ij}^{ww} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

неизвестные и остаточные векторы имеют форму:

$$\vec{X}_j = \begin{bmatrix} p'_i \\ u'_i \\ v'_i \\ w'_i \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$\vec{B}_i = \begin{bmatrix} -r_i^p \\ -r_i^u \\ -r_i^v \\ -r_i^w \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

Стационарный итеративный алгоритм

И-за нелинейности уравнений, решаемых в Ansys, возникает необходимость контролирования изменения переменной ϕ . Это обычно достигается релаксацией переменных, которая уменьшает изменение ϕ в течение каждой итерации. Новое значение ϕ внутри ячейки зависит от предыдущего ϕ_{old} :

$$\varphi = \varphi_{old} + \alpha \Delta \varphi \quad (2.87)$$

где α – фактор релаксации.

Явная релаксация используется для стабилизации сходимости нелинейных итераций путем введения селективной суммы в системе дискретизированных уравнений. Это равносильно расположению конкретного шага по времени.

$$\frac{a_p \varphi}{\alpha} = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_p \varphi_{old} \quad (2.88)$$

Число КФЛ может быть записано:

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{1}{CFL} \quad (2.89)$$

Алгоритм продвижения по времени

Для нестационарного решения уравнения должны быть дискретизированы в пространстве и во времени. Пространственная дискретизация для зависимых от времени функций идентична для стационарного решения. Временная дискретизация включает интегрирование каждого уравнения через интервал (шаг) Δt . Для зависимых от времени потоков дискретизированная форма общих уравнений переноса имеет следующий вид:

$$\int_{\vartheta} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} d\vartheta + \oint \rho \varphi v \cdot dA = \oint \Gamma_{\varphi} \nabla \varphi \cdot dA + \int_{\vartheta} S_{\varphi} d\vartheta \quad (2.90)$$

где $\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t}$ – консервативная форма нестационарных производных перемещаемой переменной φ .

Программа Ansys использует неявную дискретизацию уравнения переноса (2.90). Преимуществом полностью неявной схемы является то, что она является устойчивой во всей величине шага по времени. Все конвективные, диффузионные, источниковые члены рассчитываются в области для момента времени $n+1$.

$$\int_{\vartheta} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} d\vartheta + \oint \rho^{n+1} \varphi^{n+1} v^{n+1} \cdot dA = \oint \Gamma_{\varphi}^{n+1} \nabla \varphi^{n+1} \cdot dA + \int_{\vartheta} S_{\varphi}^{n+1} d\vartheta \quad (2.91)$$

Общая ошибка дискретизации по времени определяется по 2-му порядку.

Для моделирования конвективного переноса характеристик течения (скорости, турбулентных характеристик, массовых долей компонентов смеси,

энтальпии) нужно вычислить их конвективные потоки на гранях ячеек. Для этого применяется разностная схема 2-го порядка точности.

Значения в центрах соседних ячеек f_{i-1} и f_i полагаются известными. На грань «сносится» значение f_{cell} из той ячейки, откуда поток вытекает.

В основе реконструкции 2-го порядка – монотонная противопотоковая схема. Смысл схемы заключается в реконструкции решения и интегрировании полученного решения вдоль обратной характеристики, выходящей из центра грани ячейки. Монотонность схемы достигается монотонной билинейной реконструкцией решения внутри ячейки.

Неявный конвективный оператор

При неявном интегрировании уравнений используется компактный конвективный оператор:

$$\sum_{f=\text{faces}}(f^{n+1} \rho V n \Delta S) = \sum_{f=\text{faces}}(f_{1\text{-order}}^{n+1} \rho V n \Delta S) - \sum_{f=\text{faces}}(f_{1\text{-order}}^n \rho V n \Delta S) + \sum_{f=\text{faces}}(f_{2\text{-order}}^n \rho V n \Delta S) \quad (2.92)$$

где $f_{2\text{-order}}^n$ – значение величины f , полученное на грани ячейки с помощью реконструкции 2-го порядка.

- $f_{1\text{-order}}^n$ - значение величины f , полученное на грани ячейки с помощью реконструкции 1-го порядка.

Неявный диффузионный оператор

Рассмотрим ячейку, находящуюся вдали от границ расчётной области. Для аппроксимации диффузионного потока через грань ячейки нужно знать градиент искомой величины на этой грани. Рассмотрим идею аппроксимации диффузионного потока на примере двумерной равномерной сетки. Обозначим буквами N, E, S, W, соответственно «северную», «восточную», «южную» и «западную» грани двухмерной ячейки.

Нормальные проекции градиента f на «восточной» и «северной» гранях ячейки i, j вычисляются так:

$$\nabla_n f|_E = \frac{f_{i+1,j}^{n+1} + f_{i,j}^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} \quad (2.93)$$

$$\nabla_n f|_N = \frac{f_{i,j+1}^{n+1} - f_{i,j}^{n+1}}{y_{i+1} - y_i} \quad (2.94)$$

Рассмотрим ячейку, обрезанную границей расчётной области. Если центр грани лежит на прямой линии, проходящей через центры примыкающих ячеек и пересекающей данную грань под прямым углом, то используется симметричная схема, описанная выше. Если прямая, проходящая через центры соседних ячеек, смещена относительно центра рассматриваемой грани, либо не перпендикулярна ей, то применяется схема с вычислением значения f в промежуточной точке.

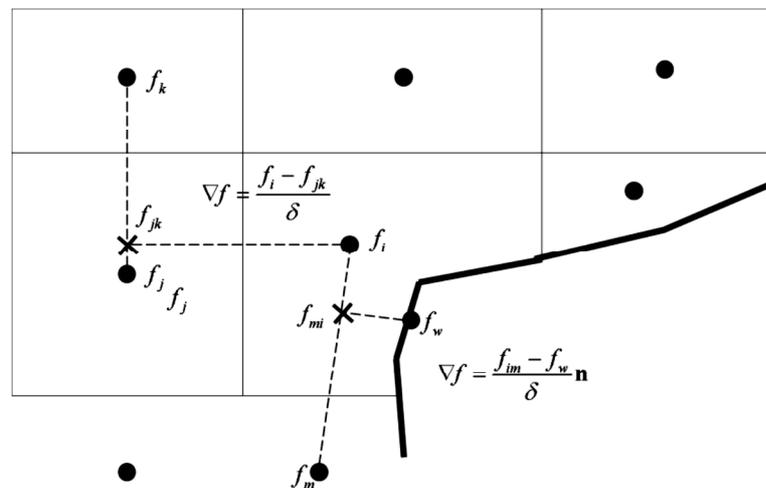


Рисунок 2.12 – Аппроксимация градиента переменной f на гранях приграничной ячейки.

На Рисунке 2.12 проекция градиента f на внутреннюю нормаль «западной» грани ячейки i , равна:

$$\nabla_n f = \frac{f_i - f_{jk}}{\delta} \quad (2.95)$$

Значение f_{jk} вычисляется посредством линейной интерполяции значений f в центрах ячеек j и k . Нормальная проекция градиента f на внутреннюю нормаль грани ячейки i , образованной границей расчётной области, равна:

$$\nabla_n f = \frac{f_{im} - f_w}{\delta} \quad (2.96)$$

Значение f_{im} вычисляется посредством линейной интерполяции значений f в центрах ячеек i и m .

Таким образом, математические модели, заложенные в основу известных программных продуктов вычислительной гидродинамики, обеспечивают точный расчет задачи о движении тела в жидкости.

2.3. Обоснование выбора программы Ansys CFX

Выбор того или иного программного продукта вычислительной гидродинамики зависит, в первую очередь, от специфики решаемой прикладной задачи. Более простые и доступные (или даже бесплатные) решатели вполне применимы для ламинарных течений с несложной геометрией, для стационарных постановок, для двумерных задач. При проведении сложных численных экспериментов используют «тяжелые», дорогостоящие пакеты, более требовательные к подготовке исследователя и к мощности вычислительной машины. Определенное значение при выборе программы имеет сложившийся опыт конкретной научной школы, коллектива, ВУЗа, а также доступность лицензии.

В настоящем исследовании выбор программного комплекса для расчета гидродинамических параметров движения винтообразного тела в вязкой жидкости был сделан между FlowVision 2.05 и Ansys CFX 7.

Решатели ANSYS CFD работают с неструктурированными и структурированными (регулярными) сетками, состоящими из элементов различных форм, например, для двумерных сеток используются четырехугольные и треугольные элементы, а для трехмерных сеток – гексаэдральные, тетраэдральные, призматические и пирамидальные элементы [58, 72]. Большие расчетные сетки, содержащие 100 и более миллионов узлов и элементов, могут автоматически дробиться на части для расчета на кластере.

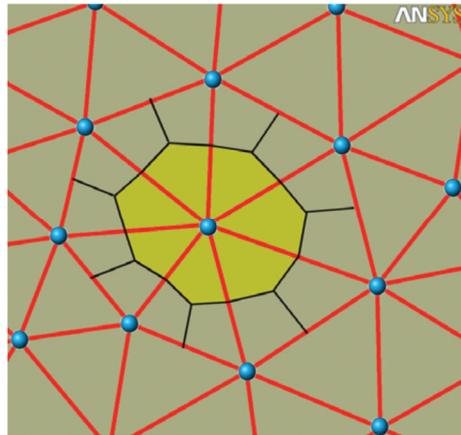


Рисунок 2.9 – Схема конечного объема, центрированного по узлу Ansys CFX

Основные уравнения приведены в Главе 2 §2.

Программный комплекс ANSYS использует многосеточную схему для ускорения сходимости расчета путем вычисления поправок на грубых уровнях сетки. Использование этой схемы может значительно уменьшить количество итераций и время, необходимое для получения конвергентного решения, особенно если модель содержит большое число конечных объемов.

Базовая идея многосеточности содержит набор дискретизированных линейных (или нелинейных) уравнений, сначала решение сходится с ошибкой, связанной с приближенным решением.

Известны работы, в которых исследователи проводят сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных при расчете гребных винтов, получая при этом приемлемую точность [84].

В данной работе программный продукт Ansys CFX используется при определении параметров движения тела с винтовой симметрией в виде сферы и трех лопастей в воде.

В качестве тренировочной задачи, а также экспериментального сравнения возможностей двух программ был выбран расчет коэффициента лобового сопротивления сферы [38].

Сила сопротивления для сферы [92]:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho \mathbf{V}^2 S C_D \quad (2.97)$$

Коэффициент сопротивления C_D может быть выражен как [39]:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (2.98)$$

Это решение не учитывает инерционные силы, действующие на жидкость вблизи тела, кроме того, данный закон справедлив для $Re < 1$ [43].

Зависимость $C=f(Re)$ приведена на рисунке 2.10.

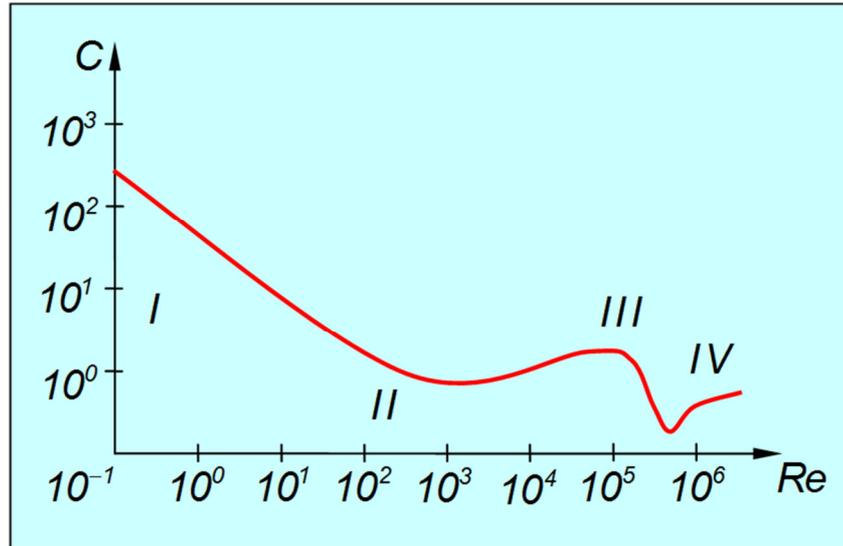


Рисунок 2.10 – Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса

Область I. При $Re < 1$ течение потока ламинарное. Экспериментальная кривая описывается в этой области функцией

$$C \approx \frac{24}{Re}$$

Область II. При $1 < Re < 2 \cdot 10^4$ возникает переход от ламинарного к турбулентному течению. Экспериментальные данные свидетельствуют, что при увеличении числа Рейнольдса достигается некоторое его критическое значение, после которого стационарное ламинарное течение становится неустойчивым.

Область III соответствует ламинарному течению с отрывным пограничным слоем $2 \cdot 10^4 < Re < 2 \cdot 10^5$.

Область IV. Ламинарный пограничный слой спереди турбулизируется, из-за чего линия отрыва отодвигается назад. Сопротивление среды резко падает в 4-5

раз из-за сужения турбулентного следа за телом. Это явление называется «кризис сопротивления» и происходит в узком диапазоне $Re = (2-2,5) \cdot 10^5$.

Известна работа, в которой результат расчета коэффициента лобового сопротивления сферы в FlowVision 2.05 близок к справочному значению, однако постановка задачи двумерная, геометрия представлена в виде сектора в 2° [56].

В работе [71] также произведен аналогичный расчет в пакете ANSYS в двумерной постановке, и получена погрешность не более 3 %.

Сложное движение тела в виде трехлопастного винта необходимо рассчитывать в трехмерной постановке, поэтому приведенные выше примеры не являются образцовыми.

Граничные условия в FlowVision 2.05 и Ansys CFX 7 идентичны. Постановка задачи трехмерная стационарная, используется модель несжимаемой жидкости, SST модель турбулентности. На рисунке 2.11 представлены расчетные сетки.

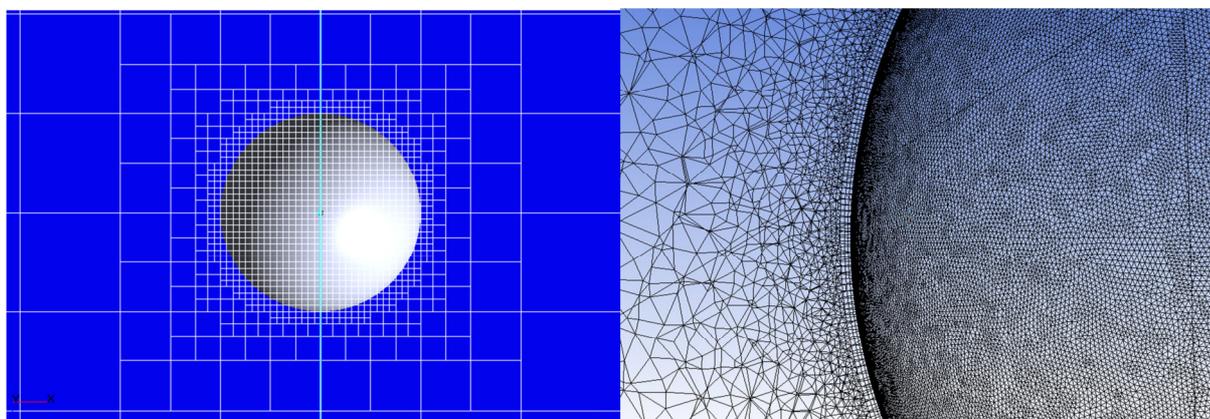


Рисунок 2.11 – Расчетная сетка Flow Vision (слева) и Ansys CFX (справа)

В таблице 2.2 представлены основные отличия расчетных моделей Flow Vision и Ansys CFX.

Таблица 2.2 – Особенности расчетных моделей Flow Vision и Ansys CFX

Показатель	Flow Vision	Ansys CFX
Тип сетки	Структурированная	Неструктурированная
Кол-во ячеек	500 000	15 000 000
Размер ячейки вокруг сферы, мм	1	0,01
Критерий Re в расчетной	100	1

ячейке		
Продолжительность расчета, час	120	3

Результаты расчетов представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Результаты сравнительного расчета коэффициента лобового сопротивления сферы

Re	100	500	1 000	2 000	3 000	10 000	50 000	100 000	200 000
Эксперимент	1	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,35	0,1
Flow Vision	1,3	0,6	0,63	0,43	0,38	0,393	0,04	0,05	0,03
Ansys CFX	1,372	0,528	0,402	0,397	0,399	0,368	0,360	0,250	0,176

На рисунке 2.12 представлены зависимости $C=f(Re)$

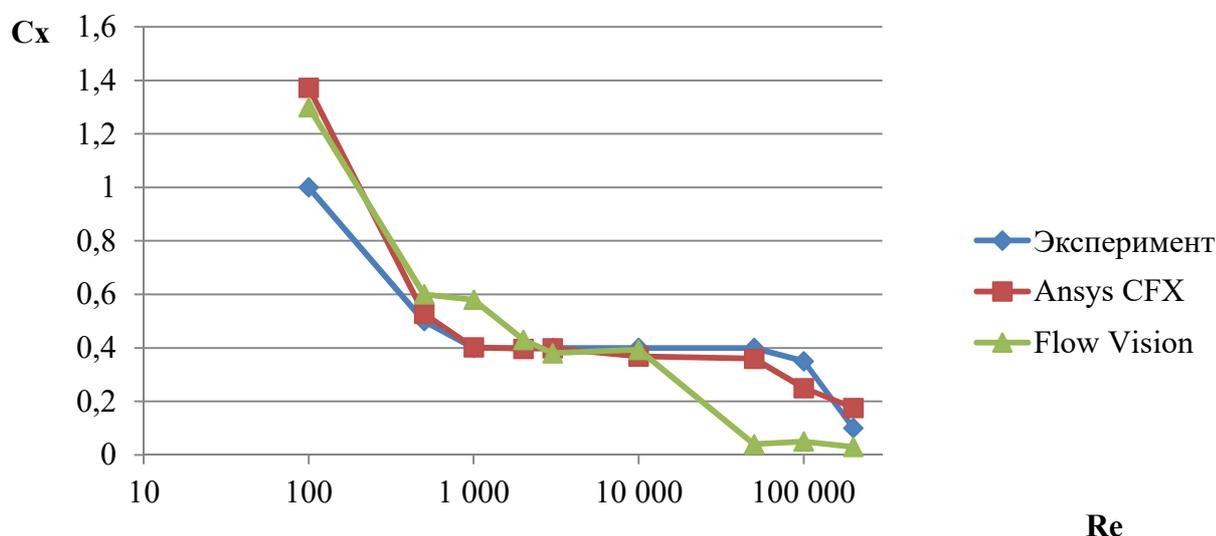


Рисунок 2.12 – Зависимость коэффициентов лобового сопротивления

Как видно из рисунка 2.12, при $Re > 10^3$ результаты расчета Flow Vision резко отличаются от экспериментальных значений, поскольку размер ячейки 3 мм не обеспечивает точного разрешения пограничного слоя.

Таким образом, FlowVision версии 2.05 имеет ряд ключевых недостатков:

1. Снижение сходимости расчета в задачах обтекания геометрически сложных тел в виду отсутствия неструктурированных сеток.
2. Длительность расчета (32-бит версия).
3. Системные ошибки при постановке задач с числом расчетных ячеек больше 500 000.

Для корректного расчета гидродинамических параметров движения тела в жидкости важна способность расчетной модели учитывать присоединенные массы. Для сферы присоединенная масса составляет половину массы среды, вытесненной сферой. Присоединенная масса появляется при неравномерном движении тела в жидкости и не зависит от ее вязкости и скорости движения.

Для тела, движущегося равноускоренно с состояния покоя в идеальной жидкости справедливо следующее уравнение:

$$m_s \mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (2.99)$$

где \mathbf{a} – ускорение.

Присоединенная масса сферы определяется по формуле как половина вытесненной массы жидкости:

$$m_s = \rho \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad (2.100)$$

В программном комплексе ANSYS был выполнен расчет равноускоренного движения сферы диаметром 0,15 м с ускорением $a=0,01 \text{ м/с}^2$.

Результаты расчета приведены на рисунке 2.13.

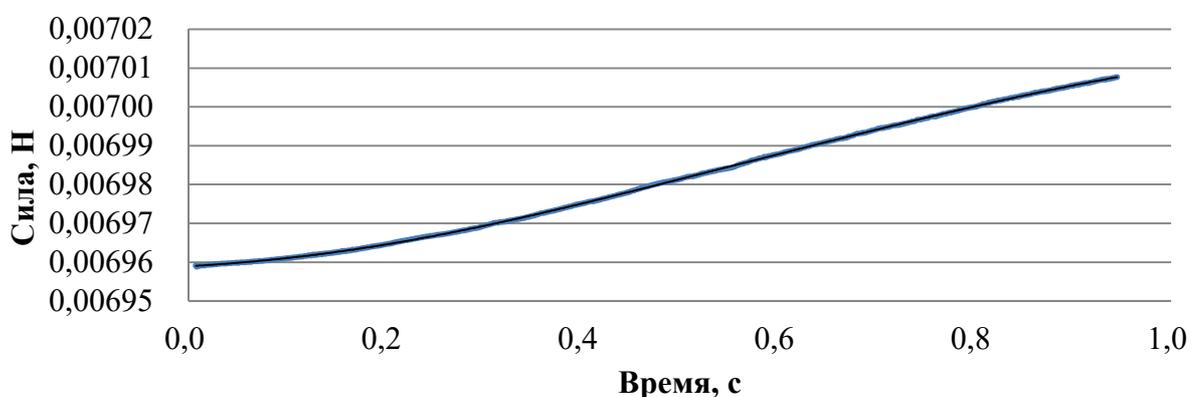


Рисунок 2.13 – Зависимость силы от времени при равноускоренном движении сферы

Видно, что даже при пренебрежимо малых скоростях (т.е. лобовое сопротивление отсутствует), на сферу действует сила. Полученная присоединенная масса составляет 0,78 кг, вычисленная по формуле (2.100) – 0,88 кг.

Полученная зависимость коэффициента лобового сопротивления сферы от числа Re не является полным подтверждением точности расчетной модели, поскольку рассматриваемое тело также имеет и угловую скорость. Поэтому второй этап проверки расчетной модели основан на сравнении численного расчета реального гребного винта с его проектными данными.

В качестве опытного был принят к расчету гребной винт (рисунок 2.14) подвесного лодочного мотора [4, 59]. Характеристики винта:

- диаметр $D=240$ мм,
- шаг $H=264$ мм,
- дисковое отношение 0,603,
- шаговое отношение 1,1,
- угол наклона лопасти 48° .



Рисунок 2.14 – Гребной винт подвесного лодочного мотора

Результаты расчета приведены на рисунке 2.15.

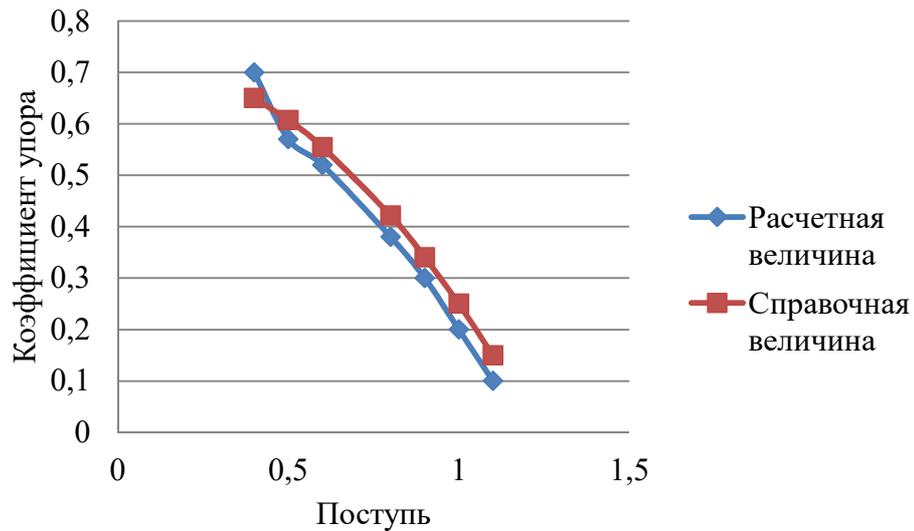


Рисунок 2.15 – Зависимость упора от поступи винта

Таким образом, программный комплекс Ansys CFX хорошо справляется с расчетом гребного винта, дает приемлемую точность, быструю сходимость. Известны также работы, в которых Ansys CFX успешно применяется для прикладных задач для расчета гребных винтов.

В работе [74] в качестве объекта исследования рассмотрен гребной винт, спроектированный Korea Research Institute for Ships and Ocean Engineering (KRISO) для контейнеровоза.

Серия CFD-расчетов и реальных экспериментов позволила компании Rolls-Royce разработать гребной винт регулируемого шага Kamewa CP-A [84] Инженеры при этом использовали программный комплекс ANSYS.

В данном исследовании применяется неструктурированная тетраэдрическая сетка, построенная в Ansys Meshing. Число узлов составило 1 627 276, общее число элементов 5 434 787. Вблизи тела адаптация сетки до 1 мм с дополнительным разбиением в 10 слоев для точного разрешения пограничного слоя. Расчетная сетка приведена на рисунках 2.16 и 2.17.

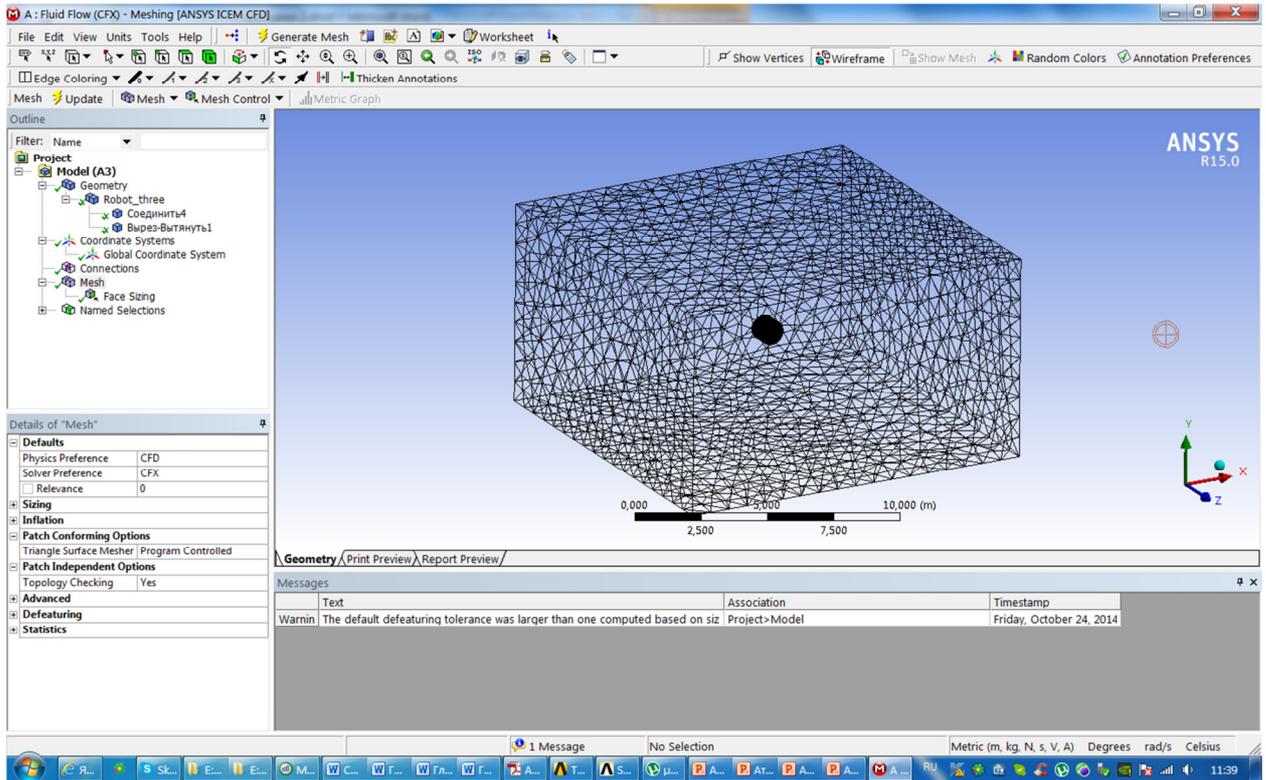


Рисунок 2.16 – Сетка расчетной модели

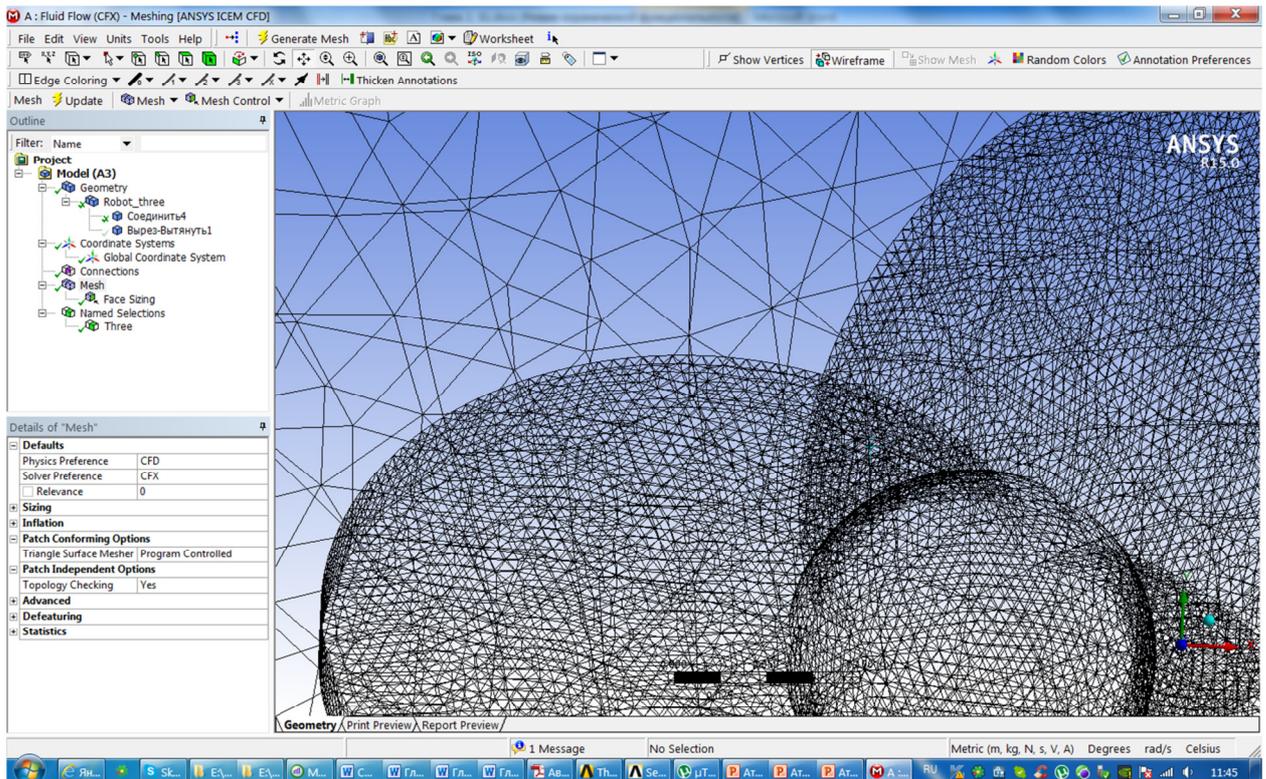


Рисунок 2.17 – Сетка расчетной модели вблизи винта

На рисунке 2.18 представлено расположение граничных условий расчетной области.

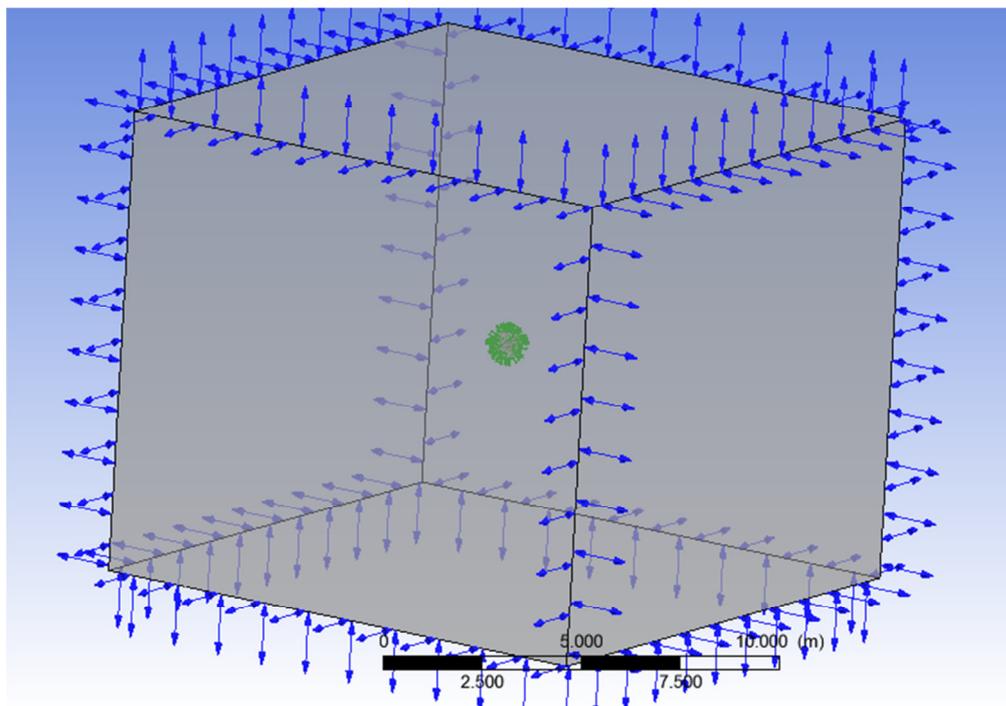


Рисунок 2.18 – Расположение граничных условий расчетной модели

1. На границах расчетной области задается условие «свободный ВХОД/ВЫХОД»:

$$p_{opening} = p_{spec}$$

2. На поверхности тела задается условие «стенка с прилипанием»:

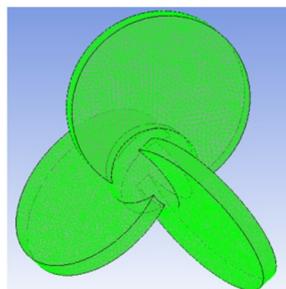


Рисунок 2.19 – Поверхность трехлопастного винта

$$\mathbf{U}_{wall} = 0$$

3. Для вращательного движения используются скользящие поверхности вращения, приведенные на рисунке 2.21:

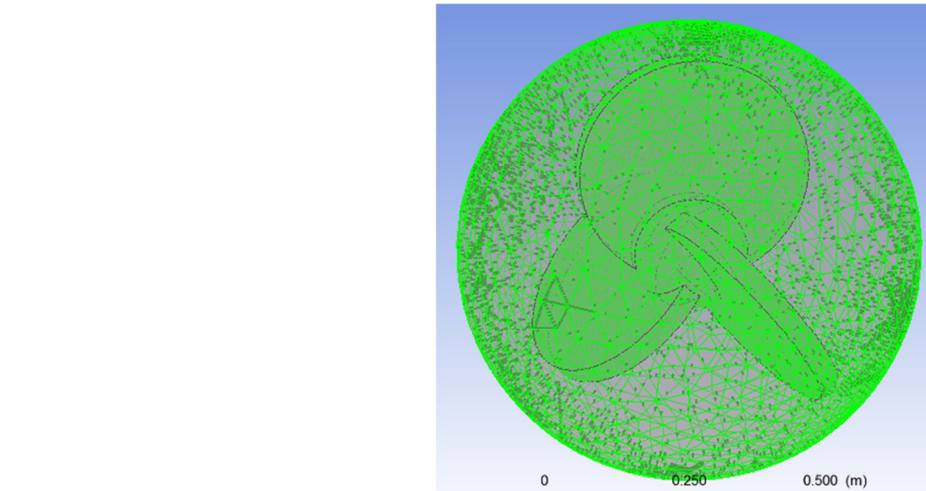


Рисунок 2.20 – Расположение скользящей поверхности вокруг винта

4. Модель турбулентности выбрана SST (описание приводится в Главе 2 §2).

5. Постановка нестационарная, шаг по времени $\Delta t=0,01$ с.

6. Расчет проводится до сходимости с погрешностью (RMS Root Mean Square) 10^{-6} и достижения стабильных выходных показателей (силы и моменты).



Рисунок 2.21 – Отображение выходных данных (силы, моменты, действующие по винт по каждой оси)

Программный комплекс Ansys позволяет с большой точностью и с приемлемой скоростью рассчитывать гидродинамику винтообразного тела для различных режимов движения. Полученные таким образом вязкие силы и моменты будут использованы при построении модели управления.

Глава 3. Аппроксимирующие зависимости вязких сил и моментов от кинематических и динамических показателей

3.1. Планирование численного эксперимента

В §1 Главы 2 была поставлена задача проведения серии расчетов движения рассматриваемого в данном исследовании тела с винтовой симметрией в виде сферы и трех дисков в вязкой жидкости с различными угловыми и линейными скоростями. Для изменения направления движения, поддержки необходимой глубины погружения устройство должно вращаться одновременно в нескольких осях, двигаться по прямой, не совпадающей с осью винтовой симметрии (с разными угловыми и линейными скоростями).

Первая серия расчетов была проведена для поступательного движения по оси Z , совпадающей с осью винтовой симметрии, при скоростях до 0,01 м/с. При этом число $Re=1000\div 5000$, что обеспечивает высокую скорость и точность расчета.

Результат любого гидродинамического расчета удобно представлять в графическом виде.

Распределение давления на поверхности винта представлено на рисунке 3.1.

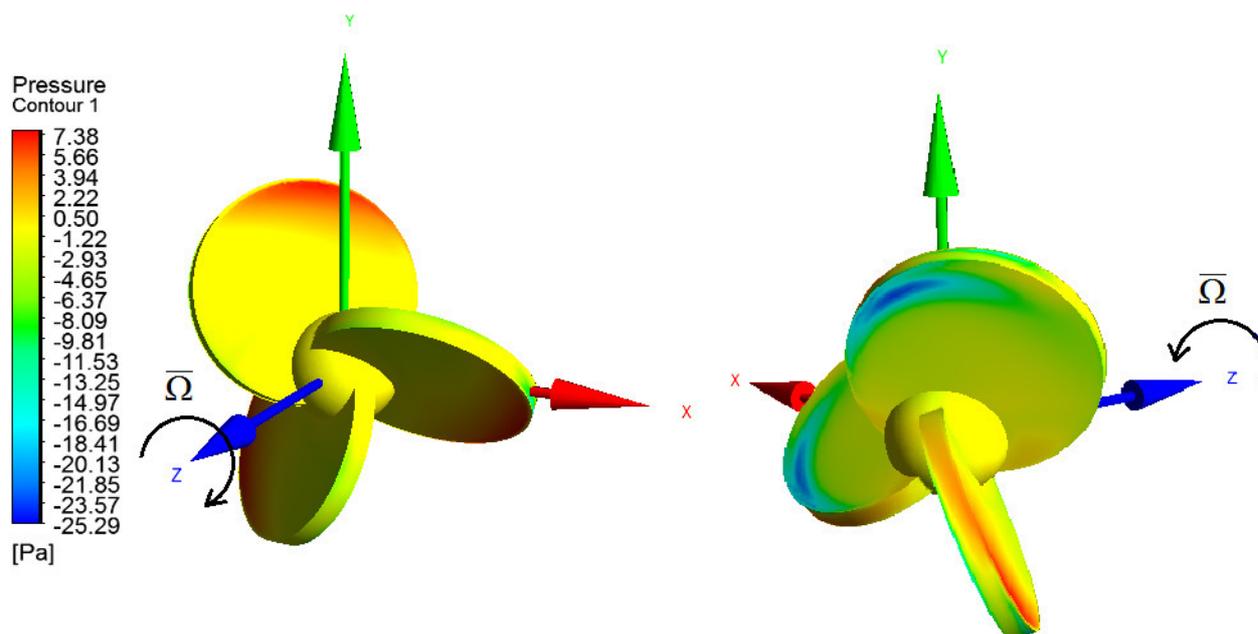


Рисунок 3.1 - Вращение винта в жидкости (вид спереди и сзади)

На рисунке 3.1 видно, что тело совершает вращение вокруг оси Z, поэтому с одной стороны на лопастях, которые отбрасывают жидкость, образуется повышенное давление, а с другой – происходит разрежение. Цветовая заливка по поверхности тела с градацией по давлению показывает данное явление. За счет перепада давлений образуется сила тяги винтообразного тела.

Картина движения жидкости около тела показана на рисунке 3.2.

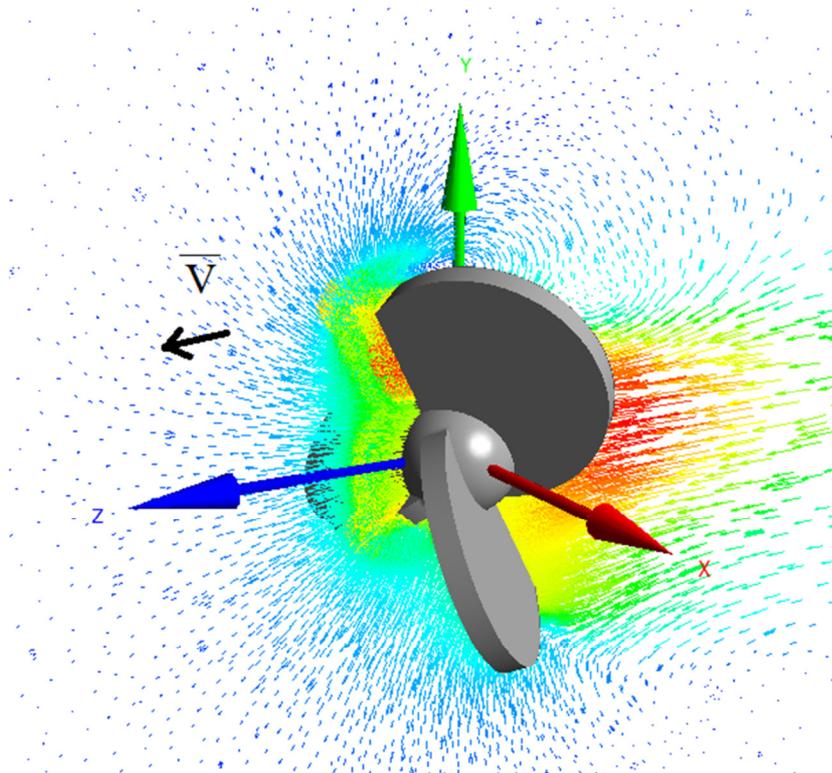


Рисунок 3.2 - Поступательное движение (вектора скоростей)

При поступательном движении тела в жидкости, на встречной поверхности давление повышается, а сзади образуются вихри и разрежение. В данном случае перепад давлений создает силу сопротивления поступательному движению. По приведенным рисункам также видно, какая часть лопастей робота обеспечивает необходимую силу тяги (упор). Зависимости вязких сил и моментов от поступательной и угловой скорости имеют следующий вид.

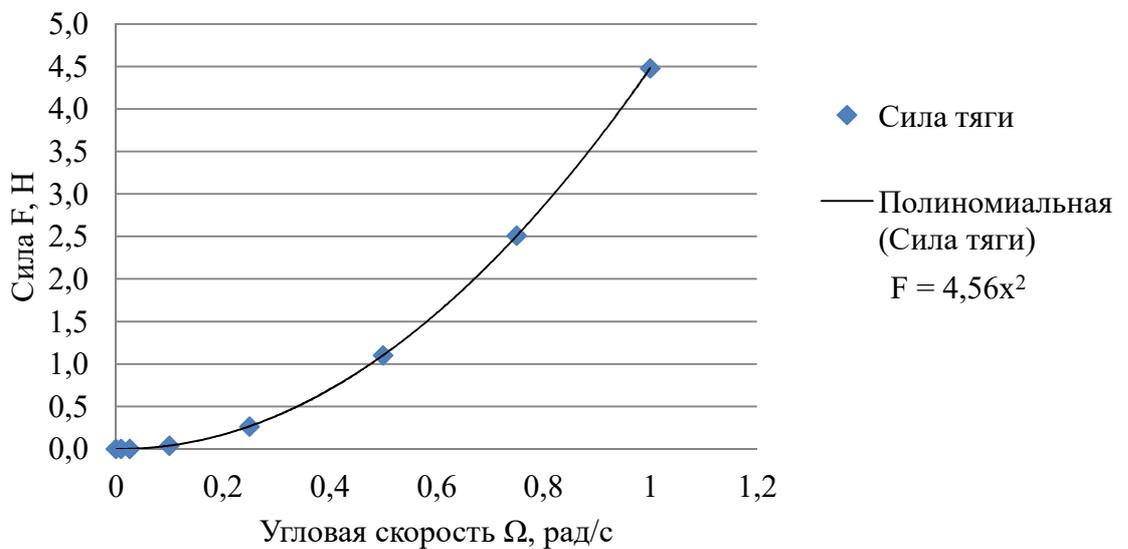


Рисунок 3.3 – Зависимость силы тяги от угловой скорости

Большое число возможных комбинаций параметров движения создает необходимость планирования эксперимента [50]. В данном исследовании численные эксперименты проведены по центральному симметричному ортогональному композиционному плану второго порядка: x_1 - поступательная скорость; x_2 - угловая скорость вращения; x_3 - угол поворота тела. Их нормированные значения: $-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha$.

Для ортогонализации столбцов факторов x_0 и x_i^2 , x_i^2 и x_i^2 проводится преобразование $\check{x}_i^2 = x_i^2 - a$. В таблице 3.1 приведен план для трех факторов

Таблица 3.1. – План для трех факторов

№	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	\check{x}_1^2	\check{x}_2^2	\check{x}_3^2	y
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	0,27	0,27	0,27	y_1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0,27	0,27	0,27	y_2
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0,27	0,27	0,27	y_3
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	y_4
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	0,27	0,27	0,27	y_5
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	y_6
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	0,27	0,27	0,27	y_7
8	1	1	1	1	1	1	1	1	0,27	0,27	0,27	y_8
9	1	-1,215	0	0	0	0	0	0	0,75	-0,73	-0,73	y_9
10	1	1,215	0	0	0	0	0	0	0,75	-0,73	-0,73	y_{10}
11	1	0	-1,215	0	0	0	0	0	-0,73	0,75	-0,73	y_{11}
12	1	0	1,215	0	0	0	0	0	-0,73	0,75	-0,73	y_{12}
13	1	0	0	-1,215	0	0	0	0	-0,73	-0,73	0,75	y_{13}
14	1	0	0	1,215	0	0	0	0	-0,73	-0,73	0,75	y_{14}
15	1	0	0	0	0	0	0	0	-0,73	-0,73	-0,73	y_{15}
Коэф-ты	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}	b_4	b_5	b_6	-
$\sum_{g=1}^N x_{ig}^2$	15	10,952			8			4,377			-	

По результатам экспериментов составляется полином:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_4(x_1^2 - 0,73) + b_5(x_2^2 - 0,73) + b_6(x_3^2 - 0,73) \quad (3.1)$$

Коэффициенты вычисляются по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{g=1}^N x_{ig}y_g}{\sum_{g=1}^N x_{ig}^2} \quad (3.2)$$

Аппроксимированные вязкие силы и моменты не отразили физический смысл движения тела с винтовой симметрией, поскольку движения по осям, отличным от оси симметрии, кардинально отличается по взаимодействию с жидкостью. Поэтому повторные эксперименты были проведены для классического движения винта, т.е. ось симметрии совпадает с осью движения, поступательная и угловая скорости при этом варьируются на трех уровнях (минимальное значение, 0, максимальное значение).

Параметры плана: $N_0 = 2^2 = 4, N = 9, \alpha = 1, a = 2/3, 1 - a = 1/3$

В таблице 3.2 приведен план для двух факторов

Таблица 3.2. – План для двух факторов

№	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_{11} = x_1^2 - a$	$x_{22} = x_2^2 - a$	y
1	1	-1	-1	1	1/3	1/3	y_1
2	1	1	-1	-1	1/3	1/3	y_2
3	1	-1	1	-1	1/3	1/3	y_3
4	1	1	1	1	1/3	1/3	y_4
5	1	-1	0	0	1/3	-2/3	y_5
6	1	1	0	0	1/3	-2/3	y_6
7	1	0	-1	0	-2/3	1/3	y_7
8	1	0	1	0	-2/3	1/3	y_8
9	1	0	0	0	-2/3	-2/3	y_9
$\sum_{g=1}^N x_{ig}^2$	9	6	6	4	2	2	-

Полином принимает вид:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} (x_1^2 - 2/3) + b_{22} (x_2^2 - 2/3) \quad (3.3)$$

Исходные данные для составления аппроксимирующего полинома, вычисленные в 9 точках при численном решении уравнений Навье-Стокса, представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты численного эксперимента

№	V, м/с	Ω , рад./с	Сила F_x , Н	Сила F_y , Н	Сила F_z , Н	Момент M_x , Н·м	Момент M_y , Н·м	Момент M_z , Н·м
1	0,001	0,01	-1,2E-06	2,207E-07	8,4E-05	-2,227E-07	5,6334E-08	-0,00008697
2	0,1	0,01	-0,00532	-0,006678	-1,3034	-0,0000790	-0,0008588	0,19674
3	0,001	1	-0,03095	0,010079	4,0331	0,0020331	-0,0024098	-1,144
4	0,1	1	-0,02833	0,013444	1,8569	-0,0033729	0,0013765	-0,77195
5	0,001	0,505	-0,00686	0,002563	1,005	0,00042431	-0,0003140	-0,28769
6	0,1	0,505	-0,00461	0,0003651	-0,32438	0,00019706	-0,0001676	-0,087496
7	0,0505	0,01	-0,00108	-0,001668	-0,32709	0,0000161	-0,0001855	0,048257
8	0,0505	1	-0,02547	0,0096131	3,0717	-0,0009458	-0,0006619	-0,97458
9	0,0505	0,505	-0,00791	0,0037532	0,45774	-0,0010937	0,0003461	-0,19484

На основе этих данных составлен план 2-го порядка и вычислены коэффициенты модели в нормированных координатах (таблица 3.4).

Таблица 3.4 – Нормированные коэффициенты модели

Выходное значение	b_0	b_1	b_2	b_{12}	b_{11}	b_{22}
F_x	-0,0123	-8E-05	-0,013	0,002	-0,00118	-0,008713
F_y	0,0035	-0,0009	0,0069	0,0025	-0,00061	0,0018995
F_z	0,94107	-0,8015	1,7654	-0,218	-0,19098	0,8410174
M_x	-0,0003	-0,001	-4E-04	-0,001	0,000542	-0,000234
M_y	-0,0003	0,00051	-1E-04	0,0012	-0,00023	-0,000411
M_z	-0,3573	0,12818	-0,523	0,0438	0,025176	-0,250392

Для перехода к ненормированной модели в полученное уравнение подставим выражения переменных для нормированных координат:

$$x_i = \frac{2(X_i - X_{0i})}{X_{ib} - X_{iH}} \quad (3.4)$$

где X_{0i} - средние, X_{ib} - максимальные, X_{iH} - минимальные значения физических переменных в исходных координатах.

После элементарных преобразований получим формулы для вычисления ненормированных коэффициентов в исходных координатах.

$$B_0 = b_0 - 0,667b_{11} - 0,667b_{22} - b_1 \frac{X_{1B} + X_{1H}}{X_{1B} - X_{1H}} - b_2 \frac{X_{2B} + X_{2H}}{X_{2B} - X_{2H}} + b_{11} \frac{4X_{01}^2}{(X_{1B} - X_{1H})^2} + b_{22} \frac{4X_{02}^2}{(X_{2B} - X_{2H})^2} + b_{12} \frac{4X_{01}X_{02}}{(X_{1B} - X_{1H})(X_{2B} - X_{2H})} \quad (3.5)$$

$$B_1 = b_1 \frac{2}{X_{1B} - X_{1H}} - b_{11} \frac{8X_{01}}{(X_{1B} - X_{1H})^2} - b_{12} \frac{4X_{02}}{(X_{1B} - X_{1H})(X_{2B} - X_{2H})} \quad (3.6)$$

$$B_2 = b_2 \frac{2}{X_{2B} - X_{2H}} - b_{22} \frac{8X_{02}}{(X_{2B} - X_{2H})^2} - b_{12} \frac{4X_{01}}{(X_{1B} - X_{1H})(X_{2B} - X_{2H})} \quad (3.7)$$

$$B_{12} = b_{12} \frac{4}{(X_{1B} - X_{1H})(X_{2B} - X_{2H})} \quad (3.8)$$

$$B_{11} = b_{11} \frac{4}{(X_{1B} - X_{1H})^2} \quad (3.9)$$

$$B_{22} = b_{22} \frac{4}{(X_{2B} - X_{2H})^2} \quad (3.10)$$

где X_1 – линейная скорость, м/с ;

- X_2 угловая скорость ω , рад/с.

Вычисленные значения ненормированных коэффициентов приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5. Ненормированные коэффициенты модели

№	B_0	B_1	B_2	B_{12}	B_{11}	B_{22}
F_x	-0,0005	0,00597	0,0051	0,0811	-0,47966	-0,03556
F_y	0,00048	-0,0452	0,001	0,1025	-0,24864	0,00775
F_z	-0,0263	-3,8233	0,584	-8,904	-77,942	3,4328
M_x	-0,0002	-0,0141	0,0029	-0,054	0,2212	-0,00095
M_y	0,00024	-0,0042	-9E-04	0,0474	-0,0931	-0,0017
M_z	0,00647	0,6488	-0,124	1,7878	10,2751	-1,022

Из таблицы 3.4 следует, что только сила по оси F_z и момент M_z имеют большие значения с наиболее существенными вкладами квадратичных слагаемых.

Таким образом, изначально были проведены предварительные расчеты для определения характера зависимостей вязких сил и моментов от кинематических параметров движения тела в виде трехлопастного винта в вязкой жидкости, а также формулирования диапазонов скоростей для дальнейших расчетов. Полученные аппроксимированные зависимости непригодны для построения модели управления, поскольку в данной работе рассматривается сложное трехмерное движение тела, и поэтому необходимо учитывать его положение.

3.2. Результаты численного моделирования

В данном разделе настоящего диссертационного исследования приводятся и анализируются результаты численного моделирования движения тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости с помощью программного комплекса Ansys.

В Главе 2 § 1 формулируется задача о проведении серии численных расчетов гидродинамических параметров движения тела, изображенного на рисунке 3.4, в вязкой жидкости.

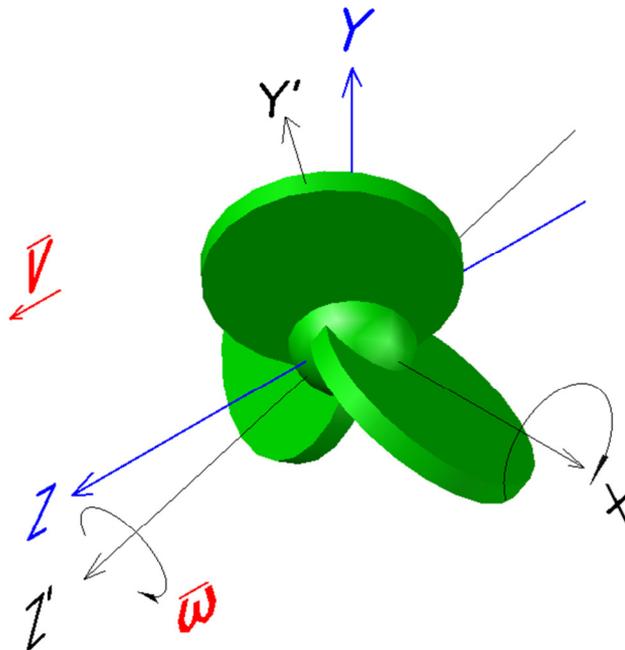


Рисунок 3.4 – Тело с винтовой симметрией

В Главе 3 § 1 уже приводились некоторые результаты численного моделирования, отражающие суть типичных параметров движения винта и позволяющие спланировать эксперимент.

Опишем типовые граничные режимы движения тел с винтовой симметрией:

1. Угловая скорость равна $\Omega=0$ рад/с, винт движется поступательно (обтекание). Жидкость при этом оказывает лобовое сопротивление (возникает

сила), винт создает положительный момент. На практике это режим движения лодки с выключенным мотором по течению [14].

В таблице 3.6 приводятся скорости (входные параметры) и вязкие силы и моменты (выходные параметры).

Таблица 3.6 – Результат расчета движения винта при $\Omega=0$ рад/с

Скорость V, м/с	Силы			Моменты		
	F_x , Н	F_y , Н	F_z , Н	M_x , Н·м	M_y , Н·м	M_z , Н·м
0	0	0	0	0	0	0
0,001	-7,06E-08	-1,22E-07	-1,19E-04	-2,27E-08	1,09E-08	1,42E-05
0,01	-3,23E-05	-2,44E-05	-1,26E-02	-3,14E-06	-4,19E-06	1,88E-03
0,02	-1,48E-04	-1,25E-04	-5,12E-02	-1,23E-05	-2,00E-05	7,87E-03
0,03	-3,94E-04	-2,97E-04	-1,16E-01	-3,19E-05	-4,66E-05	1,81E-02
0,05	-1,18E-03	-7,76E-04	-3,28E-01	-1,08E-04	-1,21E-04	5,15E-02
0,1	-5,43E-03	-3,32E-03	-1,33E+00	-6,04E-04	-4,77E-04	2,10E-01

Ниже приводятся зависимости вязкой силы (рисунок 3.5) и момента (рисунок 3.6).

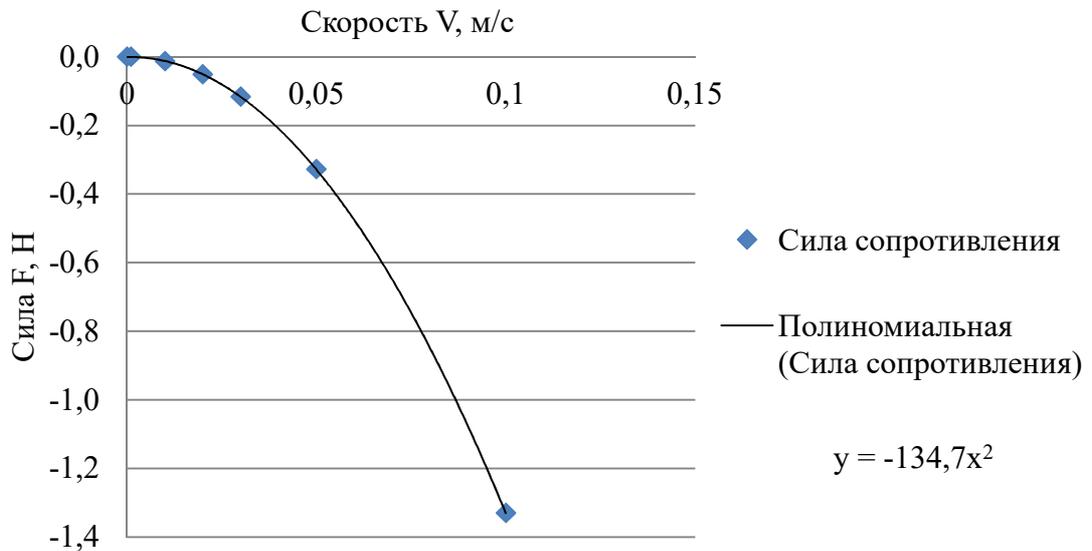


Рисунок 3.5 – Зависимость силы вязкого сопротивления от поступательной скорости

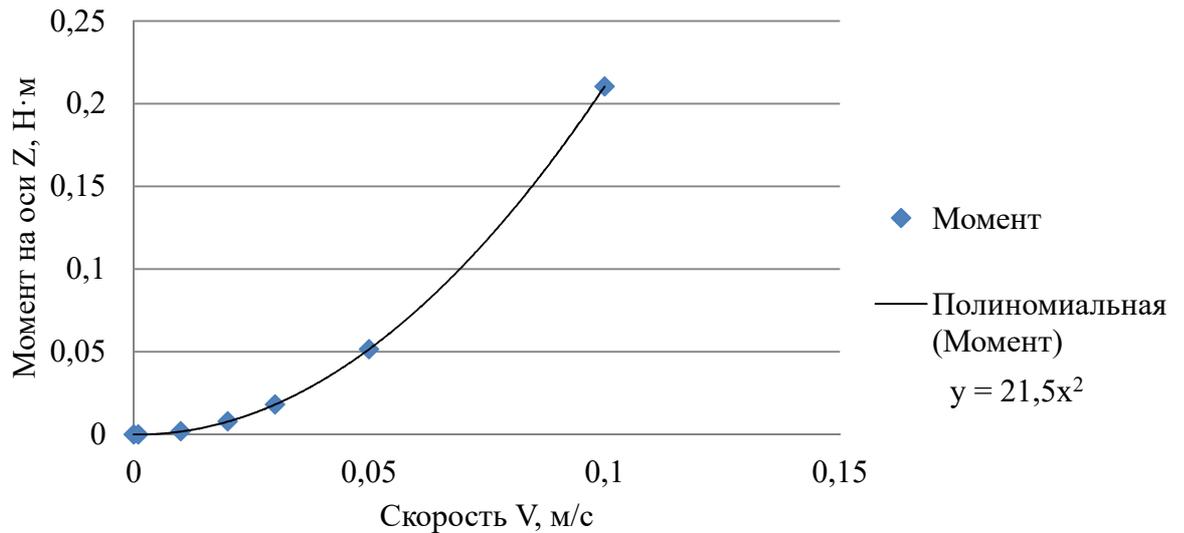


Рисунок 3.6 – Зависимость момента от поступательной скорости

Квадратичные зависимости могут быть аппроксимированы:

$$F_c = 134,7 \cdot V^2$$

$$M = 21,5 \cdot V^2$$

где F_c – сила сопротивления, Н.

Важно отметить, что встречный поток жидкости, двигаясь по касательной, также создает боковые силы сопротивления и крутящие моменты по осям X и Y. Их величина значительно меньше составляющих по оси Z.

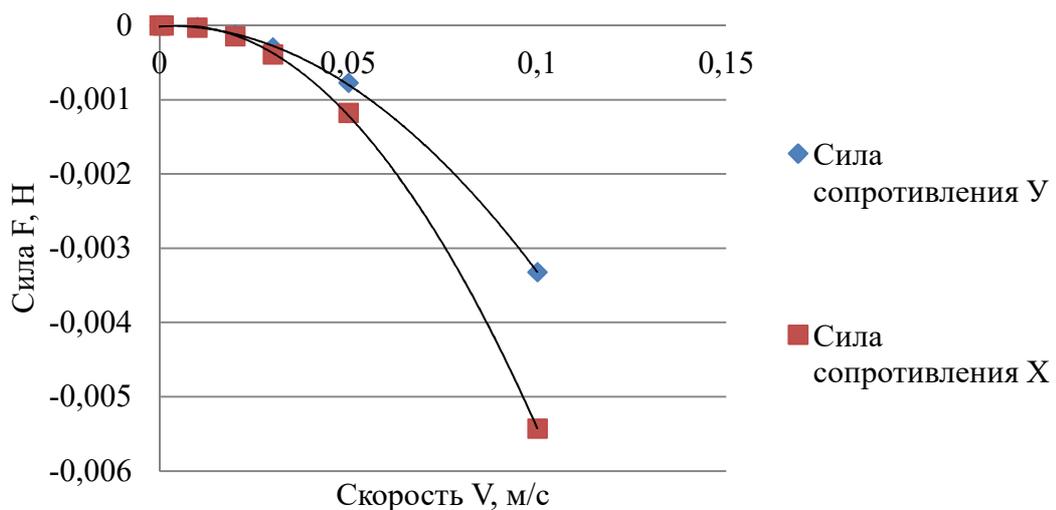


Рисунок 3.7 – Зависимость боковых сил вязкого сопротивления от поступательной скорости по оси Z

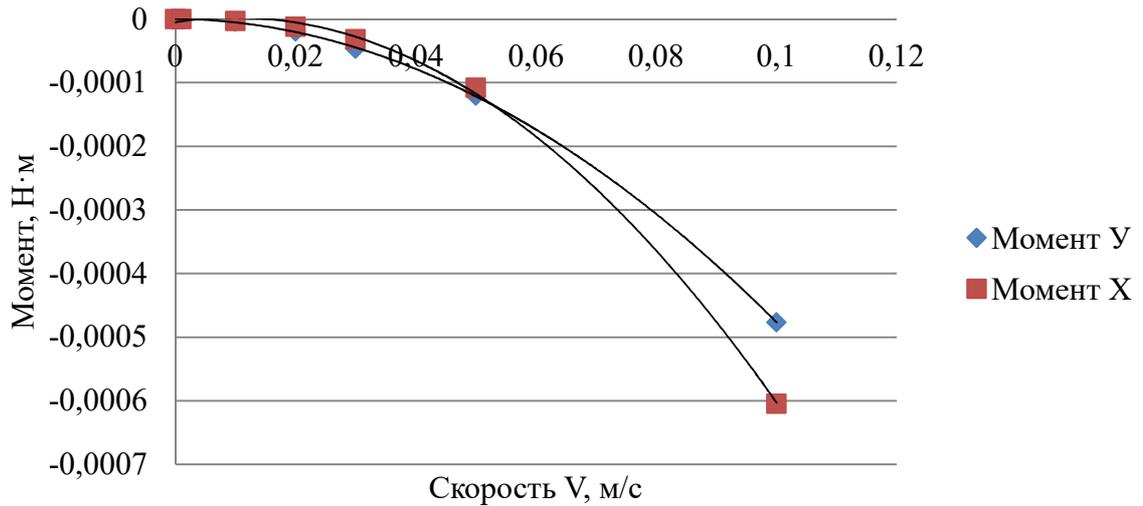


Рисунок 3.8 – Зависимость моментов по осям X и Y от поступательной скорости по оси Z

2. Угловая скорость отлична от нуля, поступательное движение отсутствует. На практике это режим лодки на якоре с работающим двигателем. В данном случае винт создает положительную силу тяги, для этого к нему необходимо приложить момент.

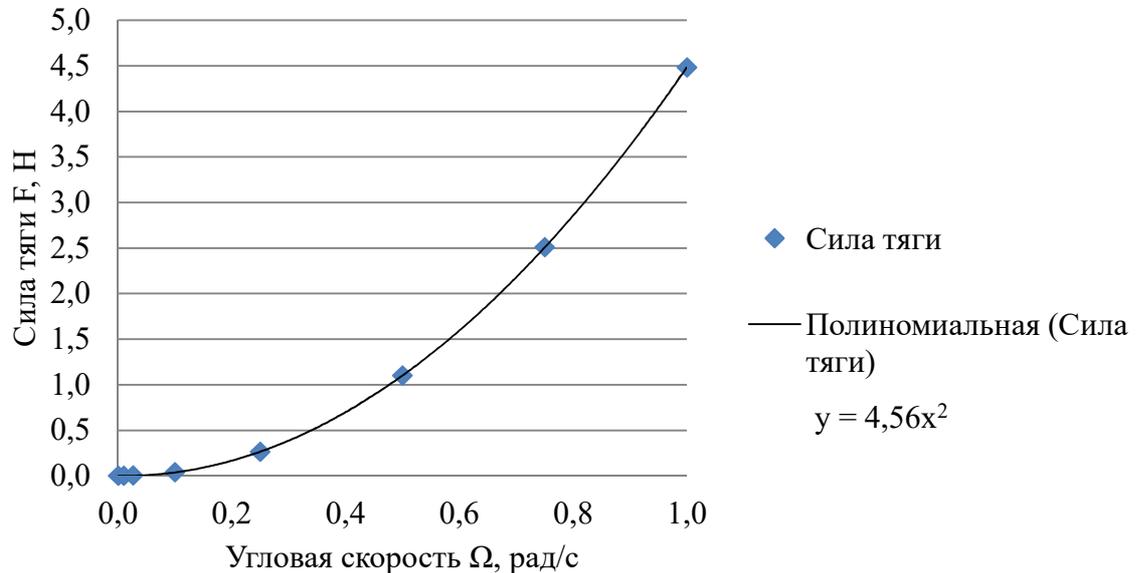


Рисунок 3.9 – Зависимость силы тяги от угловой скорости

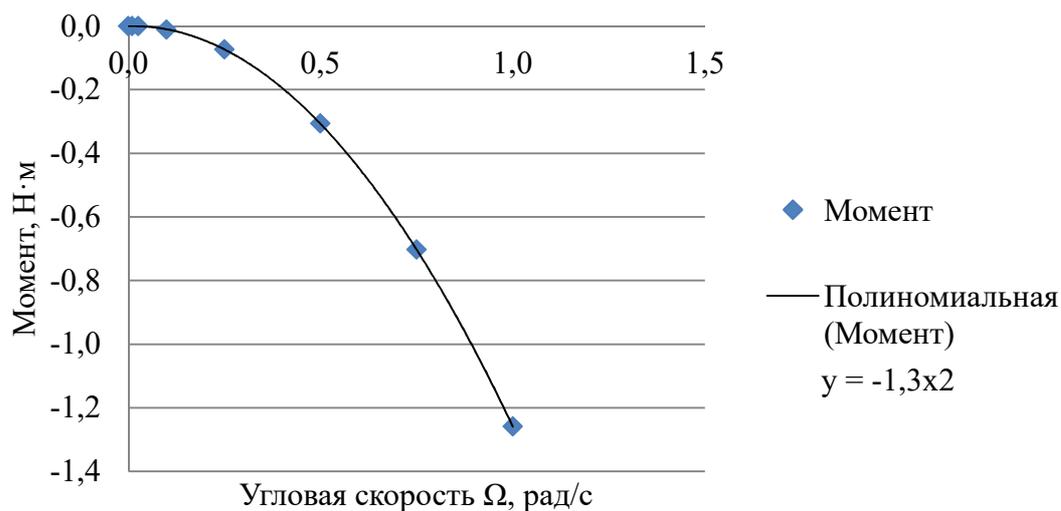


Рисунок 3.10 – Зависимость момента сопротивления от угловой скорости
Квадратичные зависимости могут быть аппроксимированы:

$$F_T = 4,6 \cdot \Omega^2$$

$$M_c = 1,3 \cdot \Omega^2$$

где F_T – сила тяги, Н;

- M_c – момент сопротивления, Н·м.

На примере этих двух серий расчетов уже видно, что вязкие составляющие оказывают сложно воздействие на движущееся тело. Вращающийся в воде винт, создает силу тяги, которая приводит его в поступательное движение, и возникает сила сопротивления. В неподвижной воде возможен установившийся режим, когда $F_T = F_c$. Скорость при этом будет максимально возможной.

$$134,7 \cdot V^2 = 4,6 \cdot \Omega^2$$

$$V_{\max} = 0,185 \cdot \Omega, \text{ м/с.}$$

В этом случае суммарная сила, действующая на винт, равна нулю. Суммарный момент при этом не равен нулю, поскольку часть момента «расходуется» на боковые силы. Работающий винт создает силу тяги не только по оси винтовой симметрии (ось Z), но и по осям X и Y. Эти составляющие смещают тело от курса движения, их необходимо учитывать при его управлении.

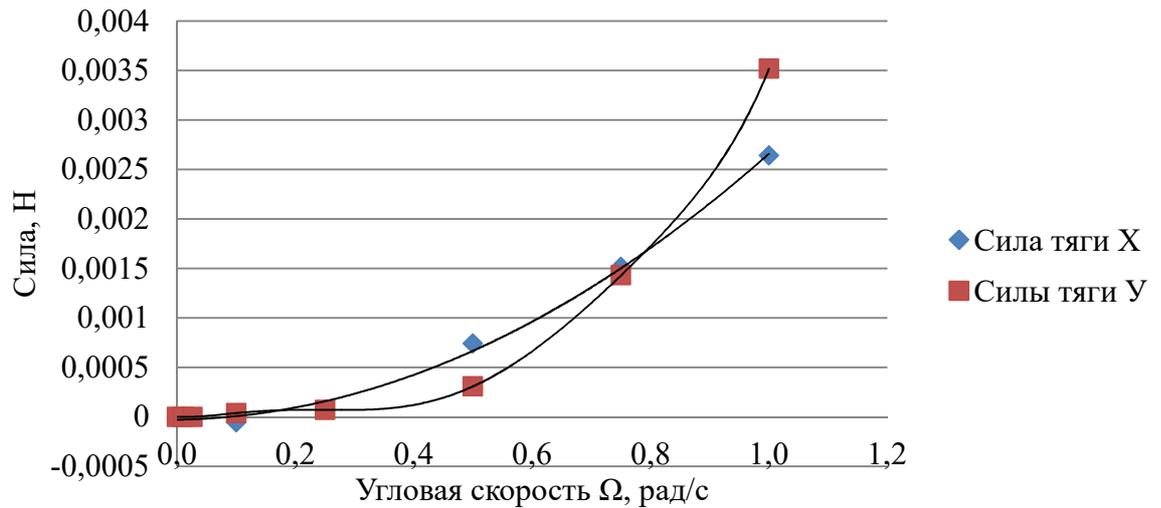


Рисунок 3.11 – Зависимость боковых составляющих силы тяги винта от угловой скорости

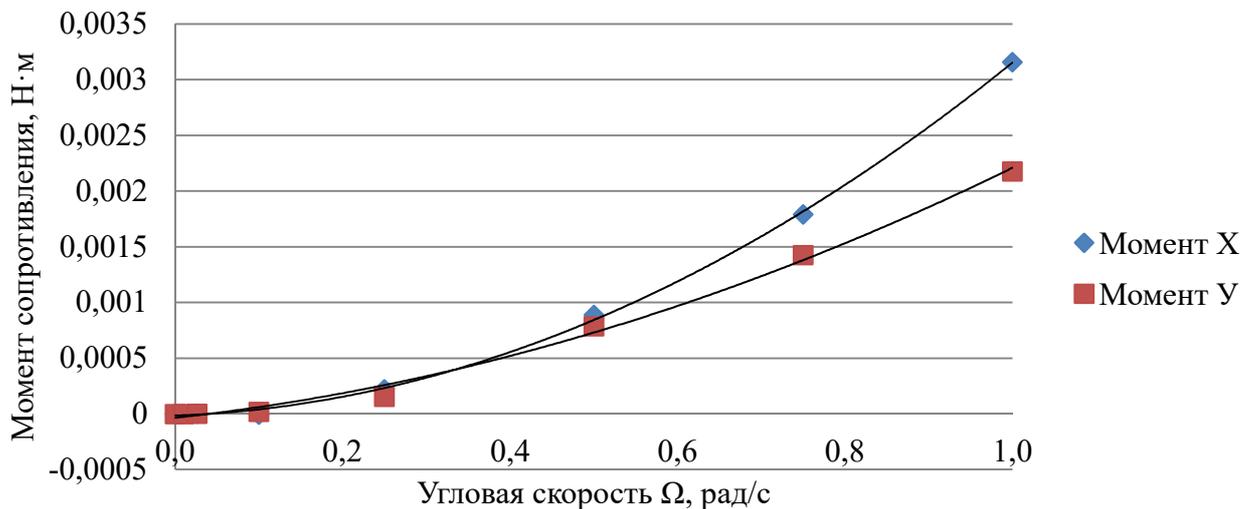


Рисунок 3.12 – Зависимость моментов сопротивления по осям X и Y от угловой скорости

3. Как было сказано выше, при определенном соотношении угловой и поступательной скорости наступает режим, при котором суммарная сила, действующая на винт, равна нулю. Однако при увеличении угловой скорости сила тяги превышает силу сопротивления, и суммарная сила меняет знак. На практике это режим ускорения лодки. Ниже приводится зависимость силы от угловой скорости при фиксированном значении поступательной скорости $V=0,25$ м/с.

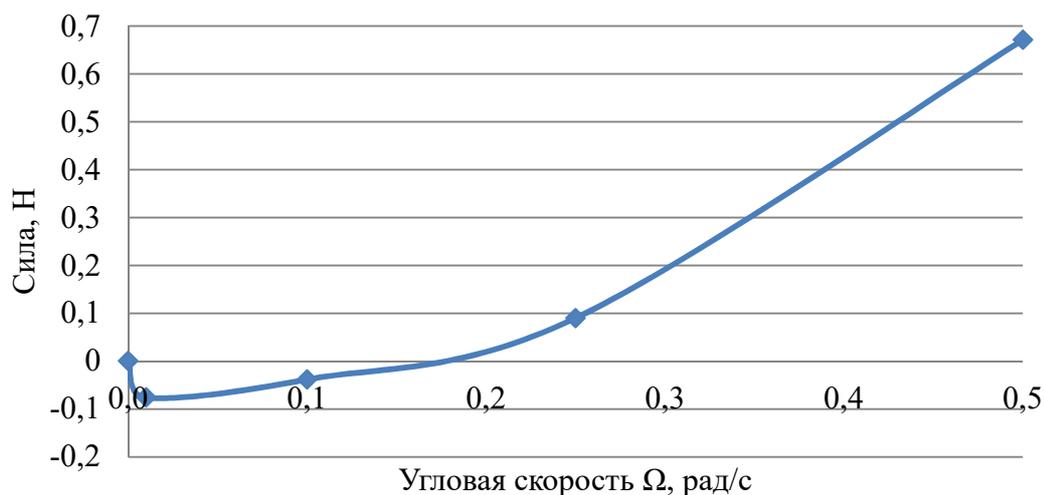


Рисунок 3.13 – Зависимость суммарной силы от угловой скорости при $V=0,25$ м/с

Также возможен режим нулевого момента, когда набегающий поток создает крутящий момент, компенсирующий момент сопротивления.

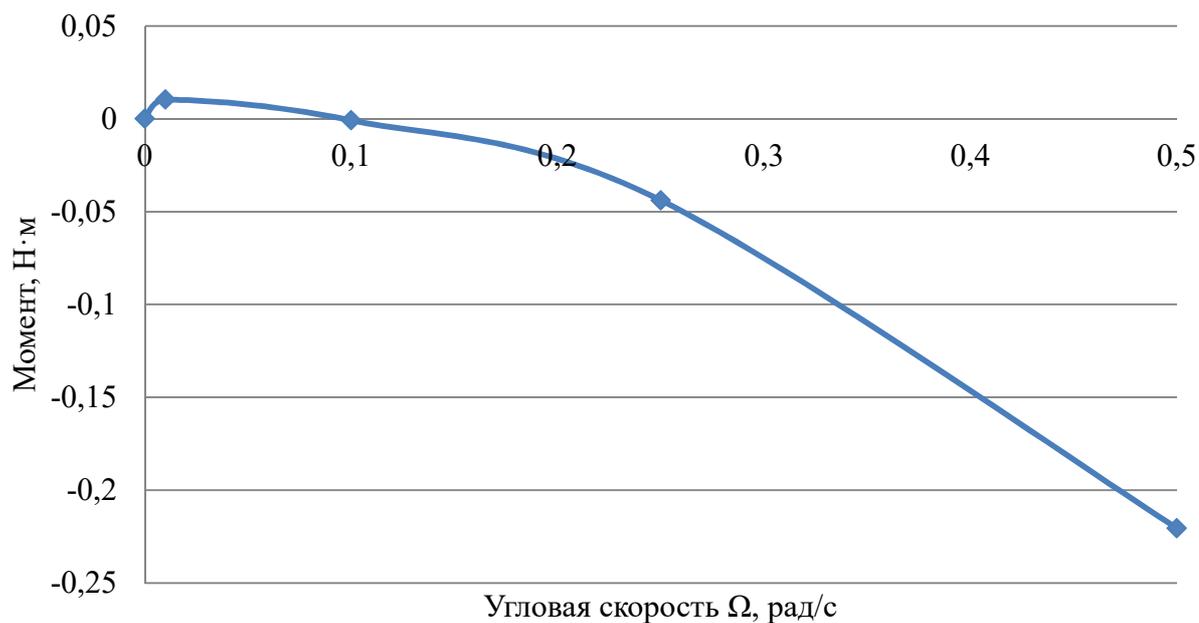


Рисунок 3.14 – Зависимость суммарного момента от угловой скорости при $V=0,25$ м/с

Аналогичные явления наблюдаются также при фиксировании угловой скорости и изменении поступательной скорости потока. На практике это режим движения лодки с работающим мотором по течению. При увеличении скорости

потока момент начинает «передавливать», винт переходит в режим турбины, суммарный момент меняет знак.

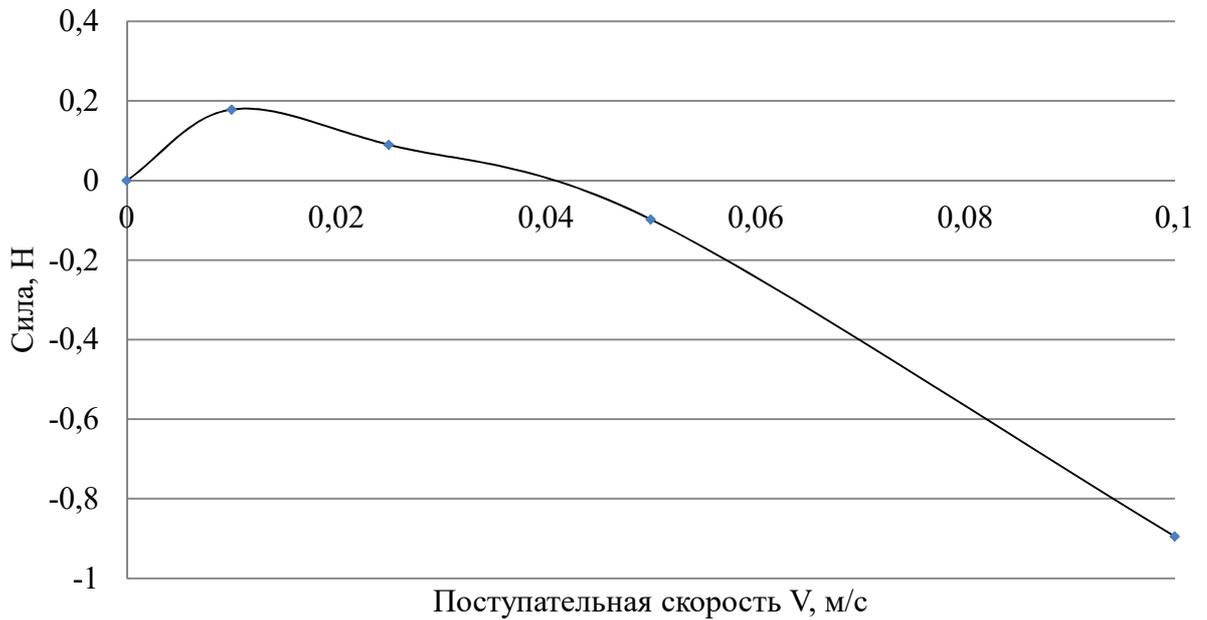


Рисунок 3.15 – Зависимость суммарной силы от поступательной скорости при $\Omega=0,25$ м/с

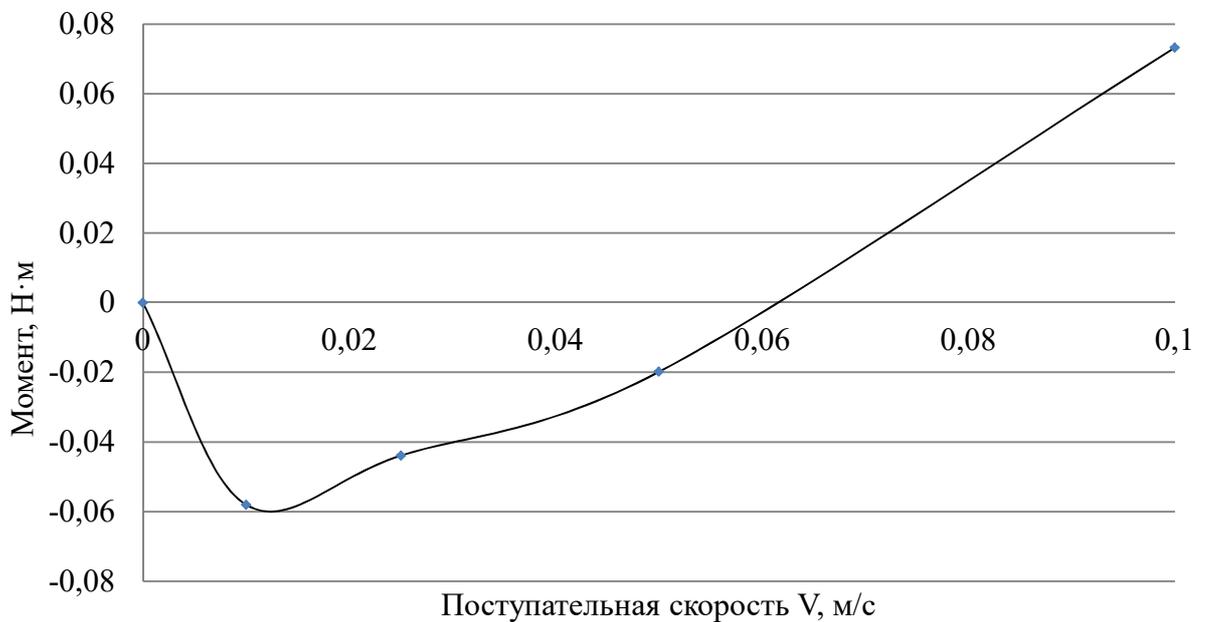


Рисунок 3.16 – Зависимость суммарного момента от поступательной скорости при $\Omega=0,25$ м/с

Таким образом, получены гидродинамические параметры движения трехлопастного винта в вязкой жидкости в диапазоне угловых скоростей $\Omega=0\div 1$

рад/с и поступательных $V=0\div 0,1$ м/с для случая, когда ось винтовой симметрии Z' совпадает с вектором поступательной скорости. Иными словами, винт движется прямолинейно.

Очевидно, что при изменении положения винта силы и моменты будут другими. Рассмотрим результаты расчетов для случая, когда винт повернут по оси Y на 45° (угол рыскания).

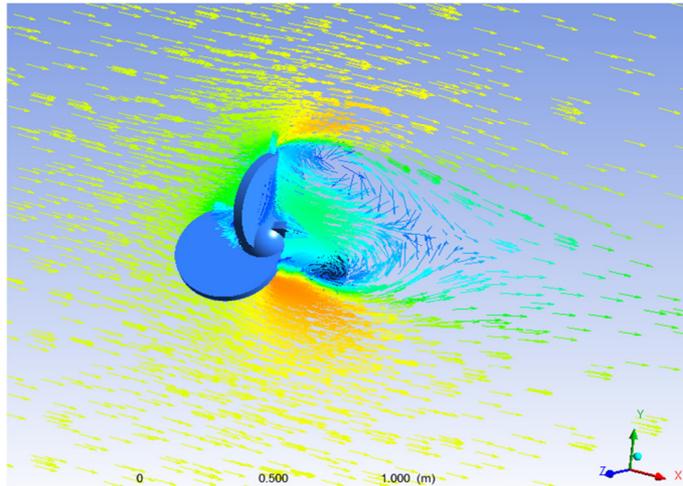


Рисунок 3.17 – Расположения винта относительно неподвижной системы координат при угле рыскания 45°

Очевидно, что ввиду симметрии составляющие по X и Z будут одинаковыми.

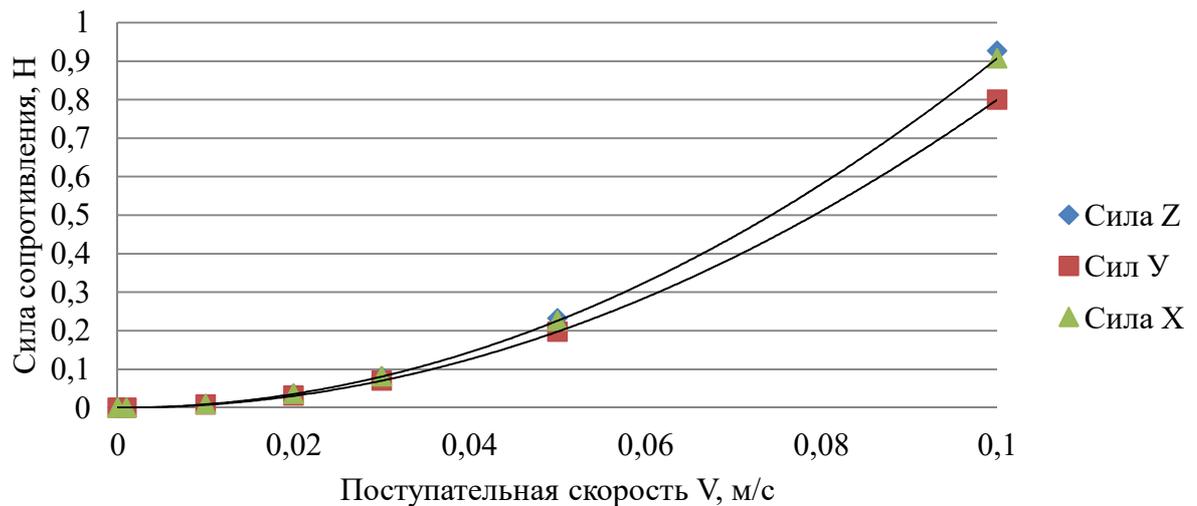


Рисунок 3.18 – Зависимость сил сопротивления от поступательной скорости при угле рыскания 45°

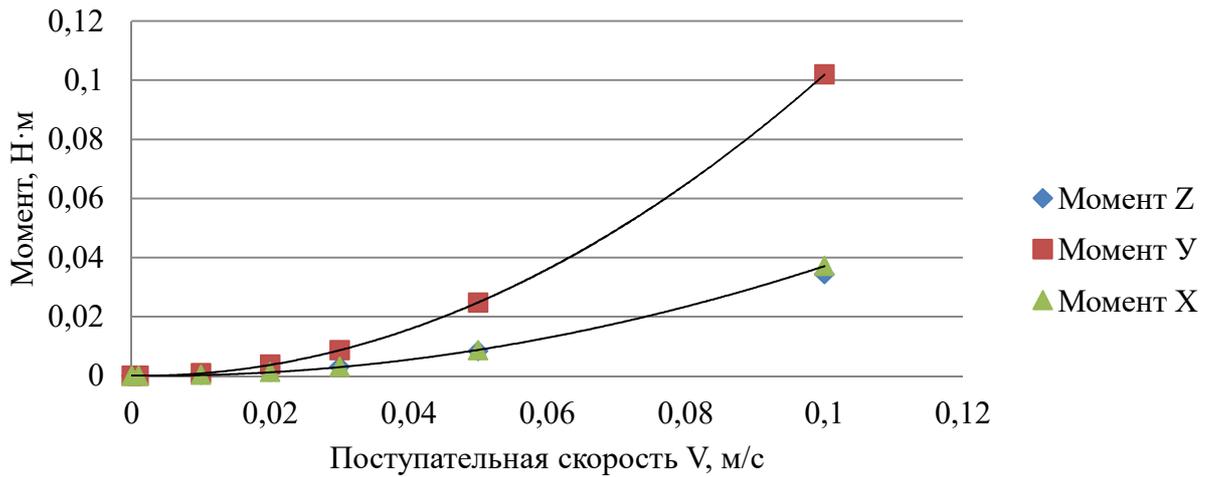


Рисунок 3.19 – Зависимость моментов от поступательной скорости при угле рыскания 45°

Максимальную силу тяги по направлению движения винт развивает при положении, когда угол между осью Z и осью винтовой симметрии равен нулю.

На рисунке 3.20 приводятся зависимости силы тяги при различных угловых скоростях и углах рыскания.

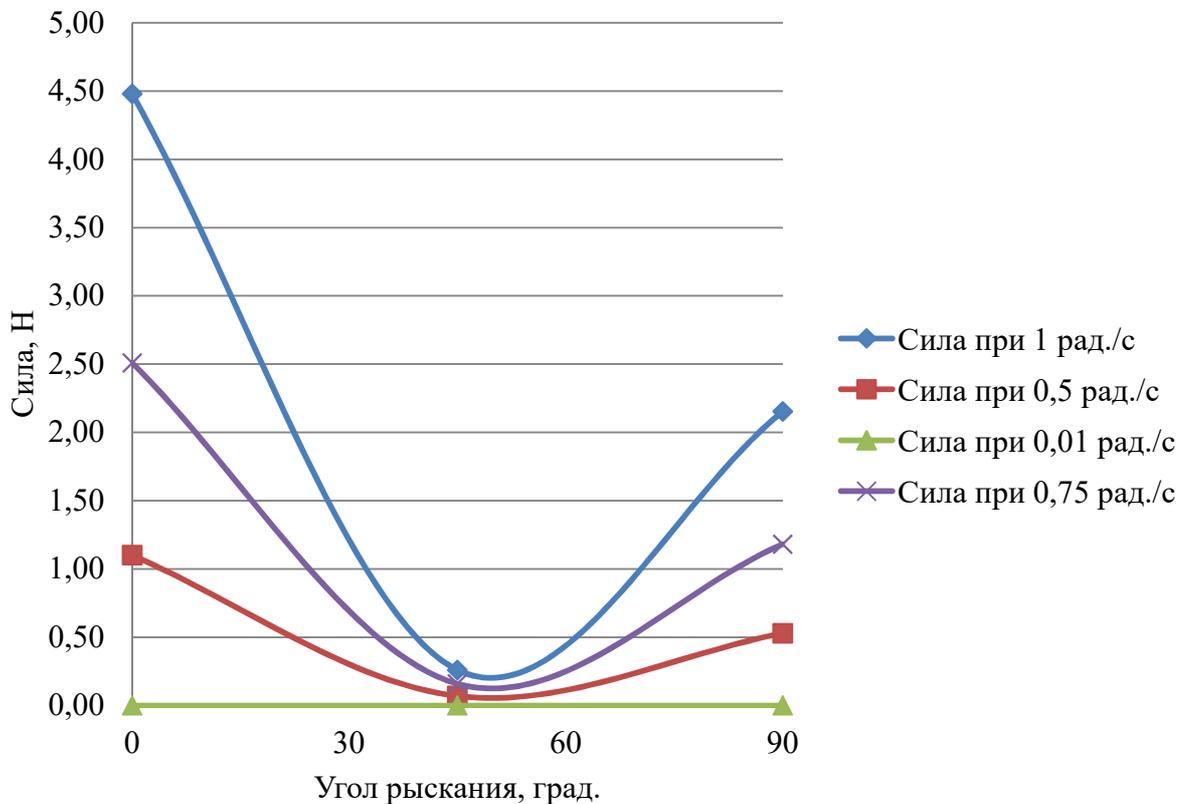
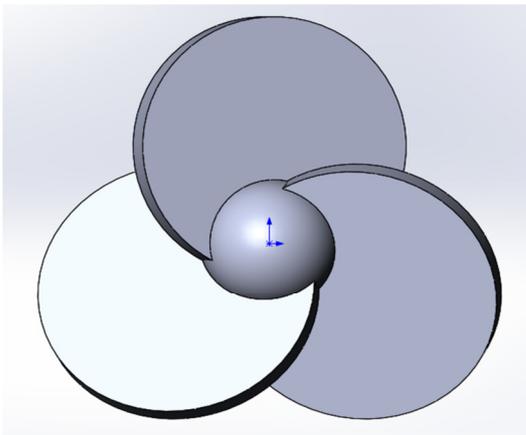


Рисунок 3.20 – Зависимость силы тяги при различных угловых скоростях и углах рыскания

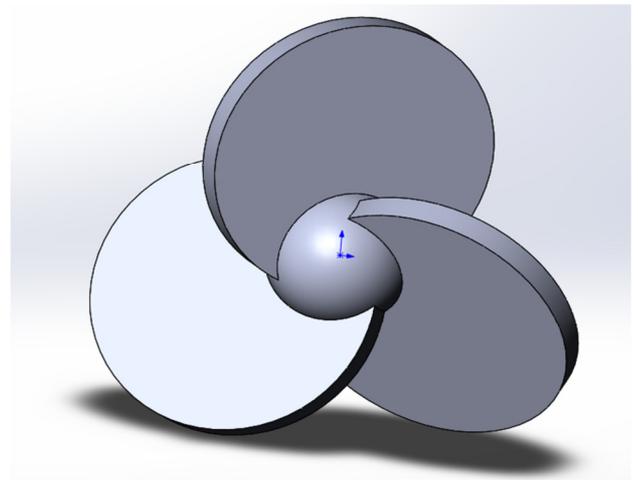
Боковые силы (угол 90°) нарушают устойчивость движения и усложняют управление.

Одной из характеристик тела с винтовой симметрией, отражающей отношение площади всех лопастей винта A_d к площади окружности A , диаметр которой равен диаметру винта, является дисковое отношение винта [65]. На практике дисковое отношение изменяется в пределах от 0,2 до 1,2.

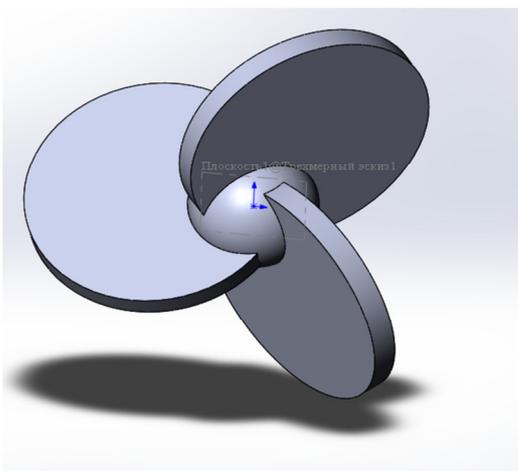
Рассматриваемое в данной работе тело винт при различных углах поворота лопастей приведено на рисунке.



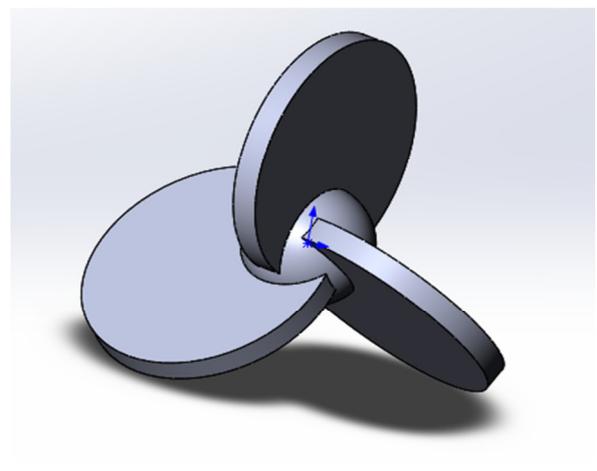
А) Угол поворота лопастей 20°



Б) Угол поворота лопастей 30°



В) Угол поворота лопастей 45°



Г) Угол поворота лопастей 60°

Рисунок 3.21 – Внешний вид трехлопастного винта при различных углах поворота лопастей

Очевидно, что при увеличении угла поворота лопасти уменьшается площадь миделя и, как следствие, лобовое сопротивление. Момент сопротивления при этом возрастает. В данной работе выбран вариант с углом 45° , поскольку является промежуточным и обеспечивает максимально возможную скорость.

Для управления трехмерным движением необходимы значения сил и моментов при различных углах между неподвижной XYZ и подвижной $X'Y'Z'$ системой координат.

При одновременном вращении вокруг нескольких осей адекватную зависимость численным расчетом получить не удалось. По этой причине была проведена серия расчетов при различных угловых и поступательных скоростях под разными углами между вектором поступательной скорости и осью винтовой симметрии (тангажа и рыскания). Входные данные приведены в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Изменяемые входные параметры расчетной модели трехмерного движения трехлопастного винта в жидкости

Угол тангажа (между X и X')	Угол рыскания (между Y и Y')	Поступательная скорость, м/с	Угловая скорость, рад/с
0	0	0,01	0,01
30	30	0,025	0,025
60	60	0,05	0,05
90	90	0,1	0,075
-	-	-	0,1

В общей сложности расчеты были проведены для 448 комбинаций. Выходными данными являются силы и моменты по трем осям в подвижной и неподвижной системах координат: $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z, F'_x, F'_y, F'_z, M'_x, M'_y, M'_z$. Дальнейшая аппроксимация полученных результатов позволит построить зависимость вязких сил и моментов от кинематических параметров движения тела в вязкой жидкости, что, в свою очередь, необходимо для разработки модели управления.

3.3. Аппроксимация сил и моментов с помощью нейронных сетей

Критерием оптимальности управления движением является минимальность отклонения траектории от прямого отрезка между начальной и конечной точкой.

Скорости вращения роторов внутри рассматриваемого тела являются функциями от произвольных направлений $\Omega(\Delta r)$. Вид этих функций определяется выбранным аппроксиматором. Для этих целей был проведен сравнительный анализ различных аппроксиматоров в работе [52]: уравнение множественной регрессии, многослойные нейронные сети, метод опорных векторов, нечеткие деревья решений, радиальные сети. Нейронные сети показали достаточный уровень точности при простой программной реализации.

Многослойные нейронные сети широко используются в задачах управления. Их способность обучаться на ограниченной выборке известных данных делает их уникальными в этой области, поскольку численно рассчитать параметры движения тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости возможно лишь для определенных режимов и сочетаний скоростей, углов наклона и т.д.

Важно также то, что нейронная сеть осуществляет нелинейное преобразование входных данных (вектор x) в выходную информацию (вектор y) [55].

$$y = \Phi(W, x) \quad (3.11)$$

где W – матрица коэффициентов преобразования. Она является результатом обучения (настройки) сети.

На рисунке 3.22 представлена общая схема работы сети.

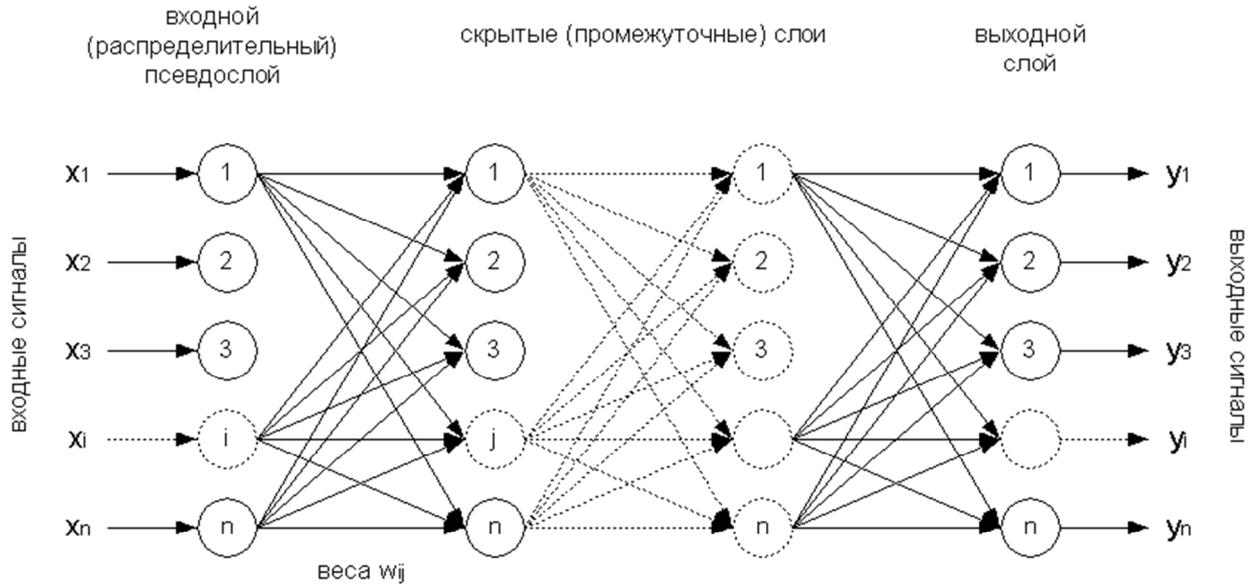


Рисунок 3.22 – Схема работы нейронной сети

Где $x=[x_1 \dots x_n]$ – входной слой (входной вектор).

Нейроны первого слоя суммируют входящие сигналы:

$$u_i^1 = \sum_{j=0}^n w_{ij}^1 x_j, i = \overline{1, N_1} \quad (3.12)$$

Выходные значения формируются через функцию активации.

$$z_i^k = G(u_i^k), i = \overline{1, N_k}; k = \overline{1, K_c} \quad (3.13)$$

где N_k - число нейронов в слое; K_c – кол-во слоев.

Функцией активации является сигмоида:

$$G(s) = \frac{1}{1+\exp(-\beta s)} \quad (3.14)$$

Выходные значения суммируются на каждом последующем слое вплоть до выхода:

$$u_i^k = \sum_{j=0}^{N_{k-1}} w_{ij}^k z_j^{k-1}, z_i^k = G(u_i^k), i = \overline{1, N_k}, k = \overline{1, K_c} \quad (3.15)$$

где весовые коэффициенты $w_{ij}^k, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c}$ вычисляются при обучении сети.

Для обучения необходим набор известных данных:

$$(\mathbf{x}^j, \mathbf{f}^j), j = \overline{1, p} \quad (3.16)$$

где \mathbf{x}, \mathbf{f} – входной и выходной вектор.

Набор данных из p точек разделяется на обучающую $(x^j, f^j), j = \overline{1, h}$ и проверочную $(x^j, f^j), j = \overline{h+1, p}$.

Весовые коэффициенты рассчитываются так, чтоб расхождение между полученными нейронной сетью выходных значений и известными данными было минимальным.

$$F(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (y_i - f_i^q)^2 \rightarrow \min \quad (3.17)$$

где \mathbf{W} – матрица коэффициентов $w_{ij}^k, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c}$,

- q – пары из набора $(x^q, f^q), q = \overline{1, h}$.

Для обучения нейронной сети применяется алгоритм обратного распространения ошибки.

При данном методе обучения целевая функция вычисляется по рекуррентным формулам, применяются градиентные методы оптимизации.

Значения $w_{ij}^k, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c}$, представим в виде неизвестного вектора w .

Компоненты градиента $\nabla F(w) = \left[\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^k} \right]^T$ в дифференцированной форме примут вид:

$$\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^k} = \frac{\partial F}{\partial z_i^k} \frac{\partial z_i^k}{\partial u_i^k} \frac{\partial u_i^k}{\partial w_{ij}^k}, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c} \quad (3.18)$$

Из (3.15) следует:

$$\frac{\partial u_i^k}{\partial w_{ij}^k} = z_j^{k-1} \quad (3.19)$$

Из (3.14) получим:

$$\frac{\partial z_i^k}{\partial u_i^k} = \frac{dG}{du_i^k} = \beta G(u_i^k) (1 - G(u_i^k)) = \beta z_i^k (1 - z_i^k) \quad (3.20)$$

Производную $\frac{\partial F}{\partial z_i^k}$ вычислим через аргументы на следующем слое:

$$\frac{\partial F}{\partial z_i^k} = \sum_{j=1}^{N_{k+1}} \frac{\partial F}{\partial z_i^{k+1}} \frac{\partial z_i^{k+1}}{\partial z_i^k} = \sum_{j=1}^{N_{k+1}} \frac{\partial F}{\partial z_i^{k+1}} \frac{dG}{du_i^k} w_i^{k+1} \quad (3.21)$$

Обозначим через $\delta_i^k = \frac{\partial F}{\partial z_i^k} \frac{dG}{du_i^k}$ и получим для нахождения δ_i^k рекуррентную формулу:

$$\delta_i^k = \frac{\partial F}{\partial z_i^k} \frac{dG}{du_i^k} = \left(\sum_{j=1}^{N_{k+1}} \delta_i^{k+1} w_i^{k+1} \right) \beta z_i^k (1 - z_i^k) \quad (3.22)$$

Формула для определения компонентов градиента принимает вид:

$$\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^k} = \delta_i^k z_j^{k-1}, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c} \quad (3.23)$$

Чтобы начать вычисления по рекуррентной формуле, необходимо определить значения δ_i^k при $k=K_c$. Для этого вычислим $\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^{K_c}}$ на последнем слое дифференцированием функции (3.17)

$$\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^{K_c}} = (y_i - f_i^q) \frac{dG}{du_i^{K_c}} z_j^{K_c-1} \text{ и } \delta_i^{K_c} = (y_i - f_i^q) \beta y_i (1 - y_i)$$

Алгоритм расчета:

1. Подбираем вручную весовые коэффициенты в первом приближении

$$w_{ij}^k, i = \overline{1, N_k}, j = \overline{0, N_{k-1}}, k = \overline{1, K_c}$$

2. По формулам (3.15) рассчитываем выходные значения нейронов z_i^k , $y_i = z_i^{K_c}$.

3. Рассчитываем формулу (3.22) и далее для $k = K_c - 1 \dots 1$ определяем δ_i^k и $\frac{\partial F}{\partial w_{ij}^k}$.

Рассчитанные значения компонентов градиента целевой функции используются для корректировки вектора коэффициентов на последующей итерации с применением градиентных методов. Простейшей разновидностью является вычислительная схема следующего вида:

$$\mathbf{w}^{n+1} = \mathbf{w}^n - \eta \nabla F^n \quad (3.24)$$

где n – номер итерации;

- η – заданный коэффициент.

В данной работе для аппроксимации вязких сил и моментов используется нейронная сеть, параметры которой представлены в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Параметры нейронной сети

№	Параметр	Значение
1	Количество скрытых слоев	1
2	Количество входных переменных:	4
	- угол тангажа	X_1
	- угол рыскания	X_2
	- поступательная скорость	X_3
3	Количество нейронов	8
	Количество сетей:	6
4	- вязкие силы	F_z, F_y, F_x
	- вязкие моменты	M_z, M_y, M_x

Исходными данными для построения сети являются результаты численного моделирования движения тела в виде трехлопастного винта.

Для выходных переменных, полученных численным экспериментом и рассчитанным нейронной сетью, получено сравнение, приведенное на рисунке 3.23.

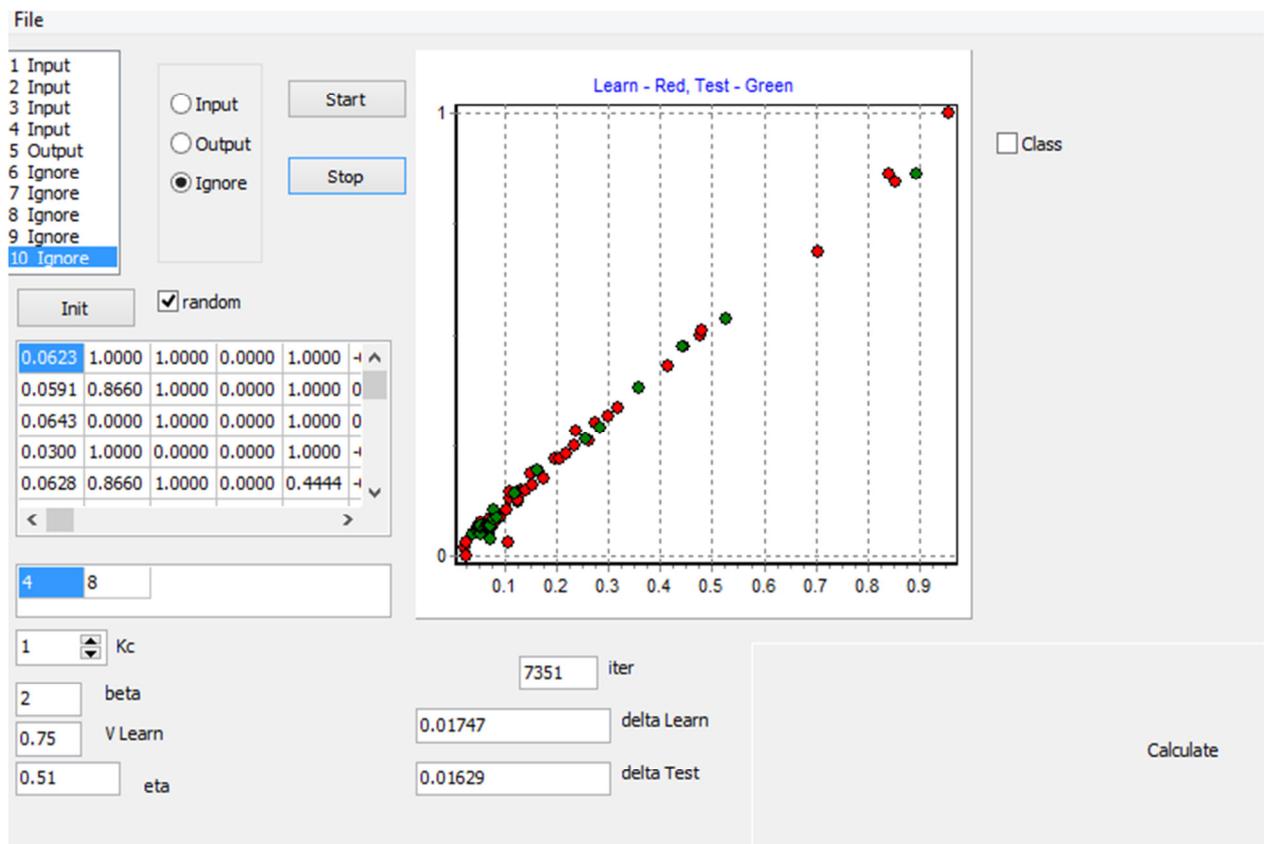


Рисунок 3.23 – Сравнение аппроксимированных и экспериментальных значений

Выбор файла с исходными данными осуществляется через команду «File». Выбор входных переменных предусмотрен через «Input», K_c – количество скрытых слоев, β – функция активации.

Весовые коэффициенты нейронных сетей для вязких сил и моментов приведены в таблицах 3.9 – 3.20.

Таблица 3.9 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для силы по оси X (F_x)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-0,59727	-4,75551	1,04225	2,2834	-1,1388
2	0,75668	-0,05967	0,76262	1,2211	0,10713
3	-1,37503	2,37033	0,67993	-0,03068	-1,68654
4	-1,24055	2,69415	0,99577	-1,75398	0,31462
5	-2,74732	-1,4369	-3,06769	3,32042	0,54502
6	2,35766	-2,32497	0,45423	-1,6325	-0,12139
7	0,35073	0,07839	-1,267	-0,28096	1,82253
8	-0,08587	0,98483	-1,03697	-1,17828	1,15308

Таблица 3.10 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети для силы по оси X (F_x)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,99774	-1,61743	1,27509	-1,00356	-1,43086	4,49708	-1,54797	-1,69258	1,03223

Таблица 3.11 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для силы по оси Y (F_y)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1,50971	-8,14554	1,06058	-1,99205	0,59102
2	-0,84595	-0,15801	-0,78027	3,01204	1,01193
3	1,4208	-9,52056	0,1713	2,81062	0,15293
4	-0,19659	-1,62438	-2,29471	1,27119	0,97605
5	1,81415	-2,83743	-1,15207	-0,70019	0,39828
6	-2,02368	0,11683	-3,25708	1,89356	-0,30121
7	-3,36074	0,83657	-1,15933	2,83007	0,4901
8	4,20696	1,12034	-0,04441	-2,20905	-2,39235

Таблица 3.12 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети для силы по оси Y (F_y)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1,05602	2,27777	-0,42987	-1,7638	1,78588	-0,74531	4,11601	-1,57526	1,54211

Таблица 3.13 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для силы по оси Z

(Fz)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	0,10831	-2,35292	3,43195	1,98406	-1,35704
2	-3,26417	1,07428	-2,02855	-4,84487	4,33706
3	-0,86929	2,83699	0,39406	-0,1154	-1,35453
4	2,88394	-3,52618	-2,20497	-1,54809	1,8403
5	-1,2127	-1,18811	-2,30475	2,36504	-1,05253
6	4,5682	-1,44771	-0,38969	-2,46267	-0,06547
7	-1,6365	0,00996	0,04345	0,20776	0,90106
8	1,94832	-1,71163	-2,06678	1,6458	0,46556

Таблица 3.14 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети для силы по оси Z

(Fz)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,01785	1,06324	-1,2213	2,021	1,22606	2,71892	-3,47444	-0,45527	1,05356

Таблица 3.15 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для момента по оси X

(Mx)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-0,90723	1,94779	0,01291	0,71798	0,41068
2	-1,59512	-2,66438	1,08259	-2,26531	2,66427
3	0,62887	-1,70741	-1,51337	0,48917	2,36636
4	-3,79859	3,65274	0,62142	1,23876	1,39901
5	-0,18903	-2,66511	0,87857	1,89961	1,11558
6	-2,31886	1,83963	-0,07595	0,91294	-1,03544
7	0,68075	5,87259	-1,12672	-2,41386	2,41964
8	2,15998	0,27691	2,94512	-1,78103	-0,74871

Таблица 3.16 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети момента по оси X

(Mx)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,45835	-2,74818	-1,84722	0,65682	1,31691	0,75774	2,06431	1,46528	-2,15164

Таблица 3.17 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для момента по оси Y (My)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-0,28364	0,91036	0,95324	-1,46721	-1,01954
2	-1,49985	-1,32297	-0,03106	2,68751	-1,49565
3	2,86147	-2,16945	1,56364	-2,15142	0,09184
4	1,03205	-0,2089	1,06782	-1,7542	0,33519
5	-3,52649	-0,48787	0,63718	2,14332	0,69894
6	-2,33394	-0,27948	-2,42876	2,44155	0,14981
7	-0,53467	-1,93455	-0,66765	0,0017	0,4416
8	-3,088	-1,49648	1,55536	2,78451	-1,82775

Таблица 3.18 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети момента по оси Y (My)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-0,43786	0,34655	2,24239	-1,84412	2,36929	-3,01479	2,96016	0,76128	-2,09913

Таблица 3.19 – Весовые коэффициенты 1-го слоя сети для момента по оси Z (Mz)

Кол-во нейронов 2-го слоя	1	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-1,20848	1,04851	0,87337	-0,65701	-0,18678
2	0,58333	4,43984	0,34357	-1,35033	0,33077
3	-1,85278	0,31832	-0,08464	1,39153	0,25312
4	-0,44287	-0,67207	0,44446	1,20541	-1,65795
5	0,36432	0,70352	-1,32947	0,81655	-0,95252
6	0,72617	-2,24297	2,5207	1,08487	-0,91407
7	0,07638	2,86347	0,28456	-1,73864	1,06411
8	3,73675	-0,65003	0,12169	-2,92347	0,46982

Таблица 3.20 – Весовые коэффициенты 2-го слоя сети момента по оси Z (Mz)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,90854	0,969	-3,82233	-1,4093	1,12897	-1,78281	-1,70178	2,04866	2,92791

На рисунке 3.24 приведена схема работы нейронной сети.

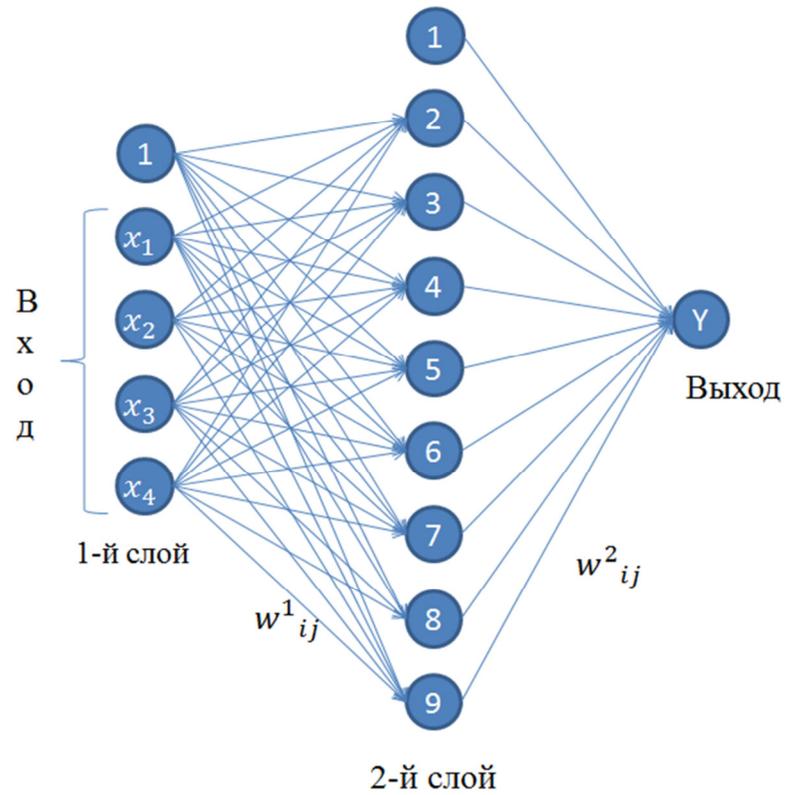


Рисунок 3.24 – Схема нейронной сети

Таким образом, аппроксимированные нейронной сетью значения вязких сил и моментов могут быть использованы для построения модели управления.

Глава 4. Управление движением тела с винтовой симметрией в жидкости

4.1. Устойчивость движения тела с винтовой симметрией в жидкости

При построении модели управления движением тела в виде трехлопастного винта с роторами внутри важно учитывать его способность к самоустойчивому движению.

Численный эксперимент показал, что при движении винта вдоль оси винтовой симметрии (ось Z) возникают силы и моменты сопротивления также и по другим осям (X и Y). Это связано со сложной несимметричной формой рассматриваемого тела. Это дает основание предположить, что дополнительные силы будут сбивать винт с курса, между вектором поступательной скорости (ось Z) и осью винтовой симметрии (ось Z') будет возникать угол.

Для исследования устойчивости винта необходимо рассмотреть задачу о его падении в свободном поле тяжести.

В работе [73] исследованы асимптотическое поведение и различные динамические эффекты, возникающие при падении различных тел в идеальной жидкости. Показано, что в плоскопараллельном случае падение тела широкой стороной устойчиво, при этом амплитуда малых колебаний относительно устойчивого режима убывает как $t^{-1/2}$, а их частота растет пропорционально времени t . Для тел с винтовой симметрией исследована линейная устойчивость решений, соответствующих равноускоренным падениям с вращением, когда одна из осей тела остается вертикальной.

Сразу отметим, что равноускоренные движения, получаемые в рамках модели идеальной жидкости, не наблюдаются в действительности. Для моделирования динамических эффектов, обусловленных влиянием вязкости и формы тела, необходимо совместное численное решение уравнений Навье–Стокса и уравнения движения тела, что весьма трудоемко. Однако, в случае отдельного решения серии задач по определению гидродинамических составляющих с последующей их аппроксимацией задача намного упрощается. Для определения

вязкого сопротивления на основе численного моделирования стационарного обтекания винта строим феноменологическую модель. Результаты расчетов показали, что гидродинамическое сопротивление рассматриваемого тела хорошо аппроксимируется квадратичным по поступательным и угловым скоростям законом сопротивления с постоянными коэффициентами [50].

Расчетная схема приведена на рисунке 4.1.

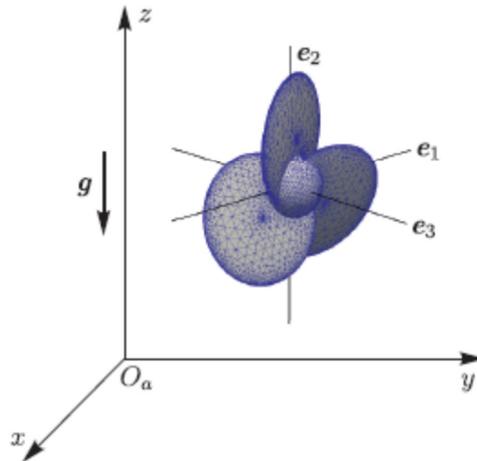


Рисунок 4.1 – Расчетная схема

Ориентацию лопастей винта относительно центрального шара будем задавать углом Φ , причем $\Phi = 0^\circ$ соответствует максимальному перекрытию плоскости Oe_1e_2 (см. рис. 1), $\Phi = 90^\circ$ — минимальному [53].

Центральный тензор инерции J , тензор Λ_1 присоединенных масс, тензор Λ_2 присоединенных моментов инерции, тензор B , связанный с винтовой симметрией, зависят от величины угла Φ . Для тела любой формы присоединенные массы рассчитываются интегрированием по поверхности:

$$\Lambda_{ik} = \rho \int \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} d\sigma \quad (4.1)$$

где потенциалы φ_i , $i = \overline{1,6}$ находятся из численного решения шести задач Неймана.

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (4.2)$$

С граничными условиями на бесконечности:

$$\nabla \varphi_i = 0 \quad (4.3)$$

И на границе тела:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial n} = n_i, \frac{\partial \varphi_{i+3}}{\partial n} = (\mathbf{r} \times \mathbf{n})_i, i = \overline{1,3} \quad (4.4)$$

Решение уравнение выполнено методом конечных объемов на тетраэдрических сетках.

В таблицах 4.1, 4.2 приведены значения этих тензоров для $\Phi = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$.

Таблица 4.1 – Центральные тензоры инерции

Φ	$J \cdot 10^4 / \rho_b$	Φ	$J \cdot 10^4 / \rho_b$
20°	diag(2.12001, 2.12001, 4.16675)	30°	diag(2.17355, 2.17355, 3.784)
45°	diag(2.253855, 2.253855, 3.56706)	60°	diag(2.32331, 2.32331, 3.33956)

Где ρ_b – плотность материала винта, кг/м³.

Таблица 4.2 – Присоединенные массы

Φ	$\Lambda_1 \cdot 10^3 / \rho_f$	$\Lambda_2 \cdot 10^3 / \rho_f$	$\mathbf{B} \cdot 10^3 / \rho_f$
20°	diag(5.490, 5.490, 54.820)	diag(0.841, 0.841, 0.191)	diag(1.311, 1.311, -2.771)
30°	diag(9.401, 9.401, 45.606)	diag(0.734, 0.734, 0.399)	diag(1.825, 1.825, -3.702)
45°	diag(16.917, 16.917, 30.559)	diag(0.542, 0.542, 0.781)	diag(2.168, 2.168, -4.196)
60°	diag(24.727, 24.727, 16.395)	diag(0.348, 0.348, 1.148)	diag(1.912, 1.912, -3.553)

Для описания движения введем три системы координат: неподвижную $Oaxyz$, подвижную $Oxuz$, полученную из системы $Oaxyz$ параллельным переносом, и подвижную $Oe_1e_2e_3$, жестко связанную с телом (см. рисунок 4.2).

Будем считать:

1. Начала O подвижных систем координат совпадают с центром масс винта,
2. Ось Oe_3 подвижной системы координат совпадает с осью винтовой симметрии тела.

Положение начала подвижной системы координат относительно неподвижной будем задавать вектором $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$. Для описания ориентации подвижной системы координат введем единичные векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{y} , направленные вдоль осей Ox , Oy , Oz . Их компоненты в подвижной системе координат образуют ортогональную матрицу перехода (2.1).

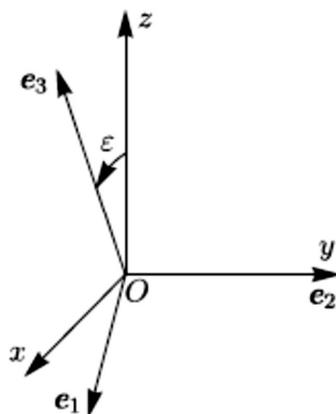


Рисунок 4.2 – Система координат

Уравнения движения тела с винтовой симметрии в вязкой жидкости приведены в Главе 2.

Начальную ориентацию тела будем задавать следующими векторами:

$$\boldsymbol{\alpha}(0) = (\cos \varepsilon, 0, \sin \varepsilon)^T, \boldsymbol{\beta}(0) = (0, 1, 0)^T, \boldsymbol{\gamma}(0) = (-\sin \varepsilon, 0, \cos \varepsilon)^T \quad (4.5)$$

где ε — угол тангажа, соответствующий повороту винта вокруг оси Oy (см. рисунок 4.2).

Повороты вокруг осей Ox и Oz в начальный момент времени не влияют на динамику.

Коэффициенты матриц **A**, **B**, **C** могут быть аппроксимированы следующими соотношениями:

$$c_{11} = c_{22} = -4.6764 \cdot 10^{-3} \rho_f + \rho_b V + 4.8542 \cdot 10^{-4} \rho_f \Phi \quad (4.6)$$

$$c_{33} = 74.279 \cdot 10^{-3} \rho_f + \rho_b V - 9.6606 \cdot 10^{-4} \rho_f \Phi \quad (4.7)$$

$$a_{11} = a_{22} = (1.0974 \cdot 10^{-3} \rho_f + 2.01995 \cdot 10^{-4} \rho_b) + (-1.2418 \cdot 10^{-5} \rho_f + 5.1027 \cdot 10^{-7} \rho_b) \Phi \quad (4.8)$$

$$a_{33} = (-3.0673 \cdot 10^{-4} \rho_f + 4.4726 \cdot 10^{-4} \rho_b) + (2.4167 \cdot 10^{-5} \rho_f - 1.9567 \cdot 10^{-6} \rho_b) \Phi \quad (4.9)$$

$$b_{11} = b_{22} = (-0.51062 + 0.11603 \Phi - 1.2601 \cdot 10^{-3} \cdot \Phi^2) \cdot 10^{-3} \rho_f \quad (4.10)$$

$$b_{33} = (0.60381 - 0.21822 \Phi + 2.4818 \cdot 10^{-3} \cdot \Phi^2) \cdot 10^{-3} \rho_f \quad (4.11)$$

Для полного описания движения тела в вязкой жидкости требуется определение переменных во времени полей давления и скорости жидкости на основании уравнений Навье –Стокса. Такая задача в трехмерной постановке

является трудоемкой, а подробное исследование динамики не представляется возможным за разумное время. Расчеты показали, что гидродинамическое сопротивление рассматриваемого винтового тела определяется и поступательной, и угловой скоростями, поэтому для описания вязкого трения используется следующая феноменологическая модель:

$$\mathbf{F}_j = f_j^v |\mathbf{v}_j| \mathbf{v}_j + f_j^\Omega |\boldsymbol{\Omega}_j| \boldsymbol{\Omega}_j \quad (4.12)$$

$$\mathbf{G}_j = g_j^v |\mathbf{v}_j| \mathbf{v}_j + g_j^\Omega |\boldsymbol{\Omega}_j| \boldsymbol{\Omega}_j \quad (4.13)$$

где \mathbf{F}_j — j -я компонента силы сопротивления;

- \mathbf{G}_j — j -я компонента момента сопротивления;

- $f_j^v, f_j^\omega, g_j^v, g_j^\omega$ — коэффициенты сопротивления.

Для определения коэффициентов $f_j^v, f_j^\Omega, g_j^v, g_j^\Omega$ было смоделировано движение винта, представленного на рисунке 4.1, при различных поступательных и угловых скоростях на основе уравнений Навье-Стокса и без учета обратного влияния жидкости на движения тела. В результате обработки результатов численных экспериментов были получены следующие зависимости:

$$f_1^v = f_2^v = (312.9 - 3.54\Phi) \frac{-4.6764 + 0.48542\Phi}{74.279 - 0.96606\Phi} > 0 \quad (4.14)$$

$$f_1^\Omega = f_2^\Omega = (0.085 - 0.0737\Phi) \frac{-510.62 + 116.03\Phi - 1.2601\Phi^2}{603.81 - 218.22\Phi + 2.4818\Phi^2} > 0 \quad (4.15)$$

$$f_3^v = 312.9 - 3.54\Phi > 0, f_3^\omega = 0.085 - 0.0737\Phi < 0 \quad (4.16)$$

$$g_1^v = g_2^v = -23.5 \frac{-510.62 + 116.03\Phi - 1.2601\Phi^2}{603.81 - 218.22\Phi + 2.4818\Phi^2} \quad (4.17)$$

$$g_1^\omega = g_2^\omega = (0.542 - 0.0268\Phi + 0.0008\Phi^2) \frac{109.74 - 1.2418\Phi}{-30.673 + 2.4167\Phi} > 0 \quad (4.20)$$

$$g_3^v = -23.5 < 0, g_3^\omega = 0.542 - 0.0268\Phi + 0.0008\Phi^2 > 0 \quad (4.21)$$

На рисунке 4.3 представлены графики функций (4.12 и 4.13).

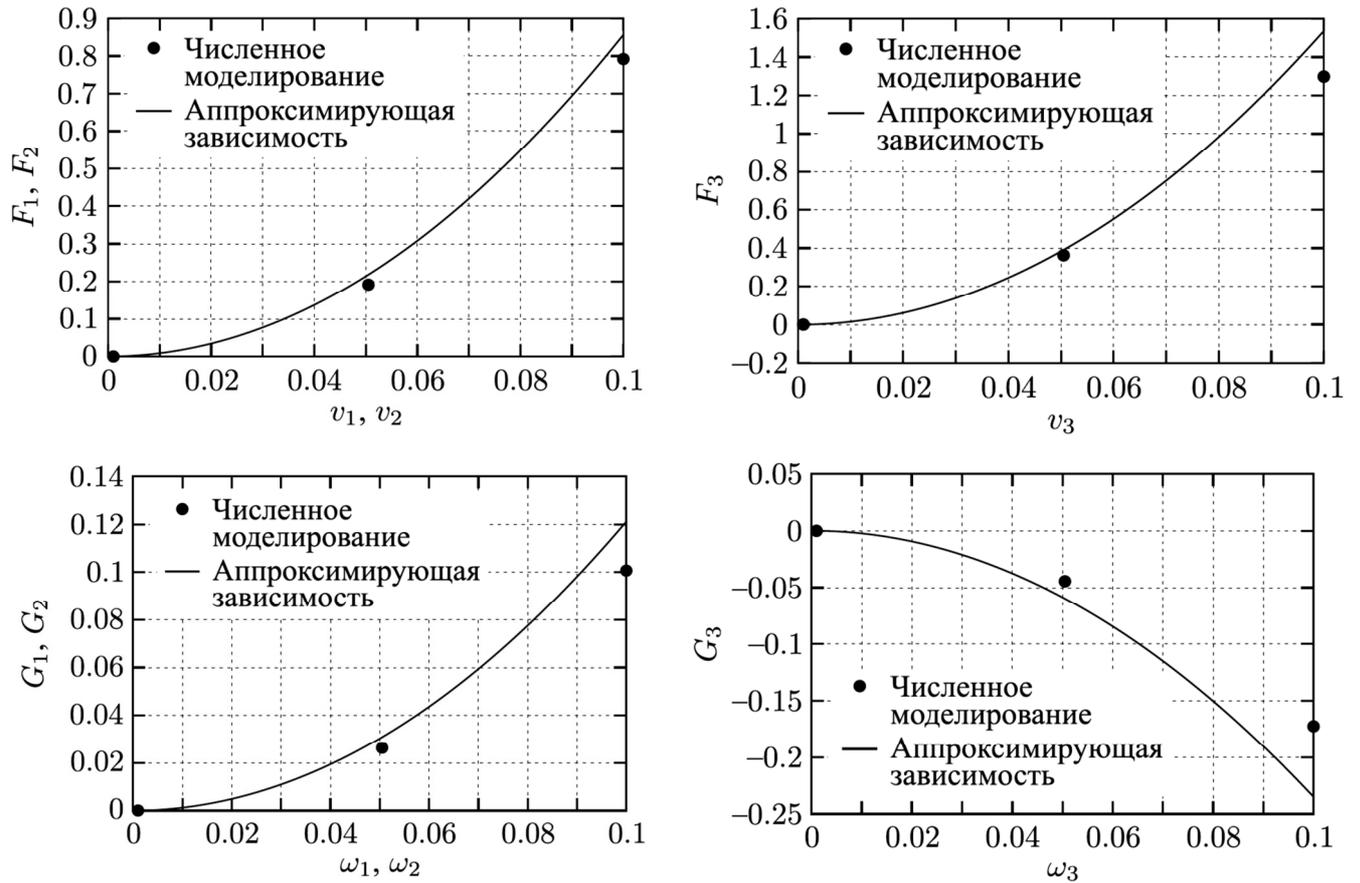


Рисунок 4.3 – Зависимость сил и моментов от поступательной скорости.

В первую очередь, рассмотрим падение винта в идеальной жидкости. В этом случае система уравнений (2.13), (2.14), (2.15), (2.15а) обладает частными решениями (решения Стеклова):

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \pm 1, \gamma_i = \gamma_j = 0, i \neq j \neq k \\ v_k &= -\mu \widetilde{c}_{kk} t, \omega_k = -\mu \widetilde{b}_{kk} t, v_i = v_j = 0, \omega_i = \omega_j = 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\widetilde{c}_{kk} = \frac{a_{kk}}{a_{kk}c_{kk} - b_{kk}^2}, \widetilde{b}_{kk} = -\frac{b_{kk}}{a_{kk}c_{kk} - b_{kk}^2}$$

Данные решения соответствуют равноускоренному падению с сохранением положения одной из осей подвижной системы координат относительно неподвижной системы.

Для винта, обладающего симметрией:

$$a_{11} = a_{22} \neq a_{33}, b_{11} = b_{22} \neq b_{33}, c_{11} = c_{22} \neq c_{33} \quad (4.23)$$

С учетом (4.23) возможны два семейства решений:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = \pm 1 \quad (4.24)$$

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 = 1, \gamma_3 = 0, \gamma_2 = const, \gamma_3 = const \quad (4.25)$$

Решение (4.24) линейно устойчиво при условии $\widetilde{c}_{11} > \widetilde{c}_{33}$, решения (4.25) – при $\widetilde{c}_{11} < \widetilde{c}_{33}$. Граница устойчивости отображена на рисунке 4.4.

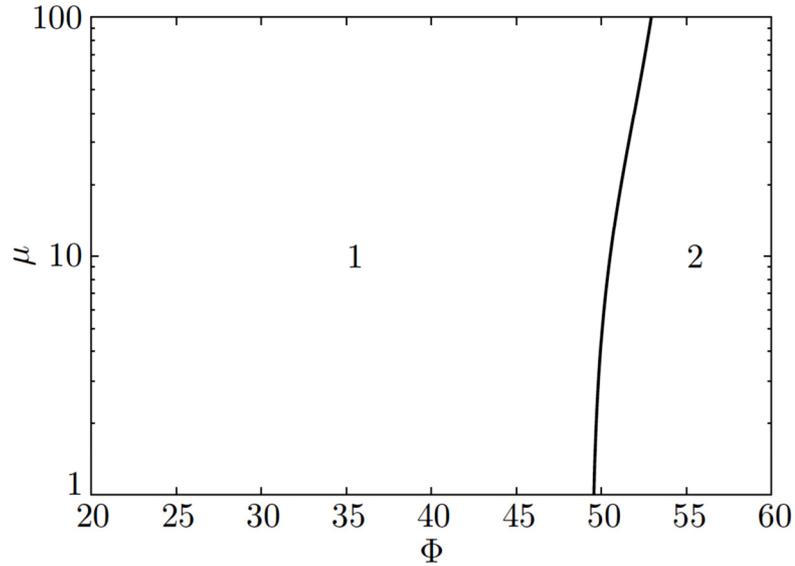


Рисунок 4.4 – Граница устойчивости решений (4.24), (4.25)

Область 1 соответствует неравенству $\widetilde{c}_{11} > \widetilde{c}_{33}$, область 2 соответствует неравенству $\widetilde{c}_{11} < \widetilde{c}_{33}$

Численное моделирование падения винта в идеальной жидкости показало следующие результаты. При начальном угле $\varepsilon = \pm 10^{-1}$ получается устойчивое равноускоренное падение. При угле $\varepsilon = \pm \pi/2 \pm 10^{-1}$, устойчивость теряется.

На рисунке 4.5 представлено поведение $\gamma_1, \gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3$ в различные моменты времени.

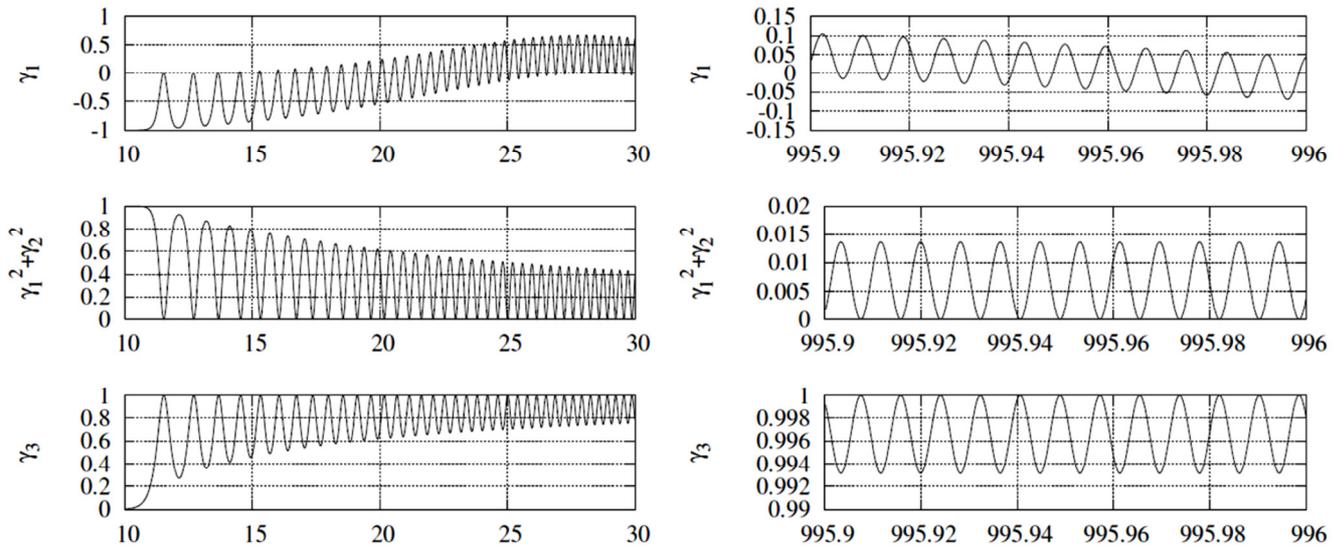


Рисунок 4.5 – Поведение величин $\gamma_1, \gamma_1^2, \gamma_2^2, \gamma_3$ при $\mu = 1, \Phi = 30^\circ$ и начальном угле $\varepsilon = \pi/2 - 10^{-1}$.

Из рисунке 4.5 видно, что малое отклонение от положения равновесия приводит к быстрой потере устойчивости, а винт стремится занять положение $\gamma_3 = 1$, соответствующее устойчивому решению (4.24).

Аналогичная ситуация наблюдается при $\mu = 1, \Phi = 60^\circ$, однако в этом случае устойчивыми являются решения семейства (4.25). При задании начального угла $\varepsilon = 10^{-10}$ численно воспроизводится неустойчивость движения.

При движении в вязкой жидкости системы уравнений (2.13), (2.14), (2.15), (2.15a) возможны частные решения:

$$\gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = \gamma_3 = 0$$

$$v_1 = -\sqrt{\frac{\mu g_1^\omega}{f_1^v g_1^\omega - f_1^\omega g_1^v}}, \quad v_2 = v_3 = 0, \quad \omega_1 = -\sqrt{\frac{\mu g_1^v}{f_1^v g_1^\omega - f_1^\omega g_1^v}}, \quad \omega_2 = \omega_3 = 0 \quad (4.26)$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \quad \gamma_3 = 1$$

$$v_1 = v_2 = 0, \quad v_3 = -\sqrt{\frac{\mu g_3^\omega}{f_3^v g_1^\omega - f_3^\omega g_3^v}}, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = -\sqrt{\frac{\mu g_3^v}{f_3^v g_1^\omega - f_3^\omega g_3^v}} \quad (4.27)$$

В данном случае движение происходит с постоянной поступательной и угловой скоростью при сохранении ориентации одной из осей подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат.

Численные расчеты показывают, что оба решения (4.26), (4.27) неустойчивы.

Из рисунка 4.6 видно, что движение быстро выходит на стационарный режим (при $t \approx 5$ с). Поступательная и угловая скорости стационарного движения воспроизводятся с точностью порядка 10^{-15} . После выхода на стационарный режим происходит потеря устойчивости. После некоторого переходного процесса скорость v_1 изменяется периодически.

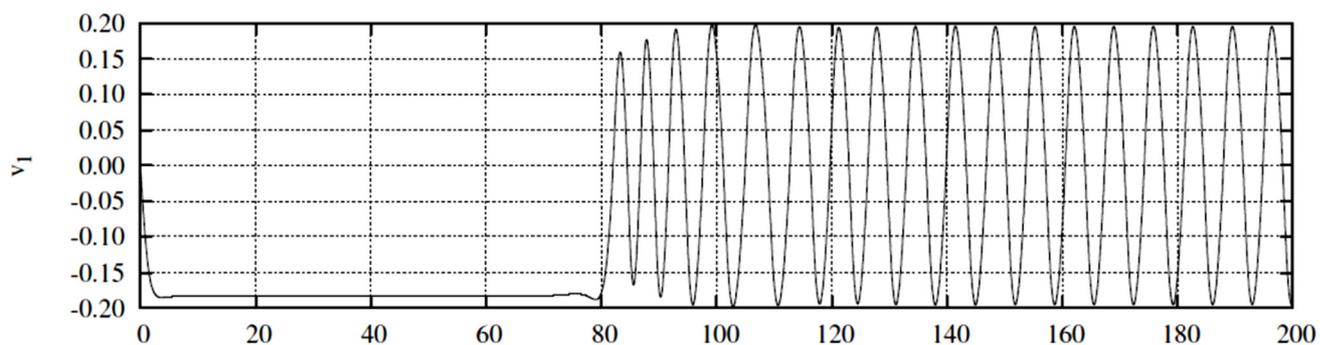


Рисунок 4.6 – Зависимость скорости v_1 от времени t при $\mu = 1$, $\Phi = 30^\circ$ и начальном угле $\varepsilon = \pi/2$

Таким образом, для идеальной жидкости установлено, что винт падает равноускоренно и устойчиво. При малейшем отклонении угла винтовой симметрии от вектора силы тяжести винт теряет устойчивость, но вновь стремится к стабилизации. Набегающий поток жидкости за счет винтовой симметрии создает крутящий момент, поэтому винт при падении равноускоренно вращается.

В случае вязкой жидкости винт под действием силы тяжести падает хаотично либо по сложной траектории.

Рассматриваемое в данном исследовании тело с винтовой симметрией в реальной жидкости неспособно перемещаться по необходимой траектории самостоятельно без управления в отличие, к примеру, от классической конструкции «лодка+винт». Курсовая устойчивость классических судов достигается известными техническими решениями [23].

4.2. Задача управления движением тела с винтовой симметрией

Как отмечалось ранее, управление движением устройств с внутренними подвижными массами является ключевым условием их практического применения. В зависимости от среды движения (твердая поверхность или жидкость), способа перемещения внутренней масса (вращающиеся роторы или возвратно-поступательные движения грузиков), формы тела (сфера, плот) и модели трения (вязкое, сухое) известны различные исследования по управлению. Наиболее сложным случаем является трехмерное движение в реальной жидкости тела с винтовой симметрией. Вязкие силы и моменты зависят от формы тела и кинематики его движения, винтовая форма создает дополнительное воздействие, при свободном движении такое тело не способно сохранять устойчивость. В связи с этим, предпочтительным вариантом будет применение интеллектуальных систем для построения модели управления [66, 78, 80].

На рисунках 2.1 и 2.3 изображено рассматриваемое в данном исследовании устройство с винтовой симметрией.

Выведем уравнения движения тела с винтовой симметрией с тремя роторами внутри, за счет которых происходит управление. Для этого дополним уравнение кинетической энергии для системы «жидкость+винт» (2.5) составляющими для внутренних роторов.

Кинетическая энергия ротора:

$$T_k = \frac{1}{2} m_R (\mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_k, \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_k) + \frac{1}{2} (\mathbf{I}_k (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{n}_k), \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_k \mathbf{n}_k) \quad (4.28)$$

Суммарная кинетическая энергия всей системы:

$$T = T_f + T_s + \sum_{k=1}^3 T_k = \frac{1}{2} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}) + (\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{V}) + \frac{1}{2} (\mathbf{C} \mathbf{V}, \mathbf{V}) + (\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{K}(t)) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 i \boldsymbol{\omega}_k^2(t) \quad (4.29)$$

где \mathbf{I} - тензор инерции всей системы.

- $\mathbf{K}(t) = \sum_{k=1}^3 i \boldsymbol{\omega}_k(t) \mathbf{n}_k$ - вектор гиросtatического момента.

$$\mathbf{I} = \Lambda_2 + \mathbf{I}_s + \sum_{k=1}^3 \mathbf{I}_k + \frac{1}{2} m_R \sum_{k=1}^3 (\mathbf{r}_k^2 \mathbf{E} - \mathbf{r}_k \otimes \mathbf{r}_k) \quad (4.30)$$

$$\mathbf{C} = m\mathbf{E} + \mathbf{\Lambda}_1 \quad (4.31)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{\Lambda}_{12} + m \begin{pmatrix} 0 & z_c & -y_c \\ -z_c & 0 & x_c \\ y_c & -x_c & 0 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

$$m = m_s + 3m_R \quad (4.33)$$

где x_c, y_c, z_c – компоненты радиус-вектора \mathbf{r}_c центра масс системы.

В идеальной жидкости тело движется только при вращении роторов. В вязкой жидкости тело движется при ускоренном вращении роторов, при этом неминуема фаза торможения, которая отбрасывает тело от заданной траектории, что усложняет процесс управления.

Уравнения движения системы имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} \right) + \mathbf{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{\Omega}} \right) + \mathbf{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{\Omega}} + \mathbf{V} \times \frac{\partial T}{\partial \mathbf{V}} = 0 \quad (4.35)$$

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{\Omega}} = (\mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\mathbf{\Omega}) \times \mathbf{\Omega} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{B}^T \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{I}\dot{\mathbf{\Omega}} + \dot{\mathbf{K}}(t) = (\mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I}\mathbf{\Omega} + \mathbf{K}(t)) \times \mathbf{\Omega} + (\mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\mathbf{\Omega}) \times \mathbf{V} = 0 \quad (4.37)$$

Для \mathbf{V} и $\mathbf{\Omega}$ справедливы следующие уравнения:

$$\mathbf{P} = \mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{B}\mathbf{\Omega}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{B}^T \mathbf{V} + \mathbf{I}\mathbf{\Omega} + \mathbf{K}(t)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{B}\mathbf{\Omega}), \quad \mathbf{\Omega} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B})_M^{-1} - \mathbf{K}(t) - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{P} \quad (4.38)$$

Уравнения (2.13) имеют шесть интегралов движения:

$$\alpha^2 = \beta^2 = \gamma^2 = 1, \quad (\alpha, \beta) = (\alpha, \gamma) = (\beta, \gamma) = 0 \quad (4.34)$$

Уравнения (2.15), (2.15а) допускают еще шесть интегралов:

$$(\mathbf{P}, \alpha), (\mathbf{P}, \beta), (\mathbf{P}, \gamma), (\mathbf{M} + \mathbf{r} \times \mathbf{P}, \alpha), (\mathbf{M} + \mathbf{r} \times \mathbf{P}, \beta), (\mathbf{M} + \mathbf{r} \times \mathbf{P}, \gamma) \quad (4.35)$$

При движении тела в идеальной жидкости векторы \mathbf{P} и $\mathbf{M} + \mathbf{r} \times \mathbf{P}$ неизменны, при движении из состояния покоя равны нулю.

Уравнения для скоростей примут вид:

$$\mathbf{V} = -\mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{\Omega} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{\Omega} = -(\mathbf{I} - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{K}(t) \quad (4.37)$$

Рассматриваемое тело с винтовой симметрией обладает следующими параметрами.

Тензор инерции:

$$\mathbf{I}_s = \begin{pmatrix} 0,000356706 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0002253855 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0002253855 \end{pmatrix} \rho_s \quad (4.38)$$

Коэффициенты присоединённых масс:

$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} 30,618 & 0 & 0 \\ 0 & 16,947 & 0 \\ 0 & 0 & 16,947 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_2 = \begin{pmatrix} 0,782 & 0 & 0 \\ 0 & 0,542 & 0 \\ 0 & 0 & 0,542 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda_{12} = \begin{pmatrix} -4,203 & 0 & 0 \\ 0 & 2,170 & 0 \\ 0 & 0 & 2,170 \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Главная диагональ матрицы Λ_{12} отлична от нуля, значит, вполне возможно самопродвижение тела [87].

Рассмотрим движение с постоянными скоростями внутренних роторов.

Для уравнений (2.13) заданы начальные условия:

$$\boldsymbol{\alpha}(0) = (1,0,0)^T, \quad \boldsymbol{\beta}(0) = (0,1,0)^T, \quad \boldsymbol{\gamma}(0) = (0,0,1)^T, \quad \mathbf{r}(0) = (0,0,0)^T \quad (4.40)$$

Если $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_0$, то угловая и поступательная скорость винта тоже не меняется:

$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_0$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0$. Интегрирование системы уравнений (2.13), (2.14) дает:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{\Omega_1}{\Omega^2} (1 - \cos\Omega t) \boldsymbol{\Omega} + e_1 \cos\Omega t + \frac{e_1 \times \boldsymbol{\Omega}}{\Omega} \sin\Omega t \quad (4.41)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\Omega_2}{\Omega^2} (1 - \cos\Omega t) \boldsymbol{\Omega} + e_2 \cos\Omega t + \frac{e_2 \times \boldsymbol{\Omega}}{\Omega} \sin\Omega t \quad (4.42)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{\Omega_3}{\Omega^2} (1 - \cos\Omega t) \boldsymbol{\Omega} + e_3 \cos\Omega t + \frac{e_3 \times \boldsymbol{\Omega}}{\Omega} \sin\Omega t \quad (4.43)$$

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\Omega}}{\Omega^2} \boldsymbol{\Omega} t + \frac{\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}}{\Omega^2} (1 - \cos\Omega t) + \frac{\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{V} \times \boldsymbol{\Omega})}{\Omega^3} \sin\Omega t \quad (4.44)$$

Из уравнений (4.41), (4.42), (4.43), (4.44) видно, что траектория движения представляет собой спираль.

Рассмотрим движения с переменными скоростями вращения роторов.

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_0 f(t) \quad (4.45)$$

где $\boldsymbol{\omega}_0$ – постоянный вектор;

- $f(t)$ – положительная на интервале $(0, T_0)$ функция;
- T_0 – время перемещения.

Угловая и поступательная скорости примут вид:

$$\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T f(t) = \boldsymbol{\Omega}_0 f(t) \quad (4.46)$$

$$\mathbf{V} = (v_1, v_2, v_3)^T f(t) = \mathbf{V}_0 f(t) \quad (4.47)$$

Окончательная система уравнения для (2.13) имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= (\alpha \times \Omega_0)f(t), \\ \dot{\beta} &= (\beta \times \Omega_0)f(t), \\ \dot{\gamma} &= (\gamma \times \Omega_0)f(t), \\ \dot{r} &= \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0 f(t)\end{aligned}\quad (4.48)$$

$$d\tau = f(t)dt \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{d\tau} &= (\alpha \times \Omega_0), \\ \frac{d\beta}{d\tau} &= (\beta \times \Omega_0), \\ \frac{d\gamma}{d\tau} &= (\gamma \times \Omega_0), \\ \frac{dr}{d\tau} &= \mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0\end{aligned}\quad (4.50)$$

где $\Omega_0 = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T$. Решение системы (4.50) совпадает с системой (2.13) и (2.14), если заменить t на τ .

Для рассмотрения задачи управления будет задана конечная точка \mathbf{R}^0 за время T_0 , угловые скорости при этом подчиняются закону (4.45), при этом $f(t) = \sin(\pi \frac{t}{T_0})$. Время выразим как $\tau = \frac{T_0}{\pi} (1 - \cos(\pi \frac{t}{T_0}))$.

$$\mathbf{R}^0 = \frac{\mathbf{V} \cdot \Omega}{\Omega^2} \Omega \tau_0 + \frac{\Omega \times \mathbf{V}}{\Omega^2} (1 - \cos \Omega \tau_0) + \frac{\Omega \times (\mathbf{V} \times \Omega)}{\Omega^3} \sin \Omega \tau_0 \quad (4.51)$$

где $\tau_0 = \tau(T_0) = \frac{2T_0}{\pi}$.

В результате получаем систему из 18 уравнений, которую решаем численно при известных векторах гиросtatического момента $\mathbf{K}(t)$, определяемых скоростью роторов.

Среди возможных решений уравнения (4.51) необходимо найти те, которые дают минимальное отклонение траектории движения от прямой линии.

$$F(\Omega) = \int_0^{T_0} \left| r(t) - \mathbf{R}^0 \frac{t}{T_0} \right| dt \rightarrow \min \quad (4.52)$$

Для решения поставленной задачи может быть применен генетический алгоритм [55].

Для управления движением тела по заданной траектории $\mathbf{R}_k^0, k = \overline{0, N_{step}}$, чтобы не решать каждый раз для новой траектории задачу оптимального управления (4.51), (4.52) проведем предварительный расчет управлений для различных направлений Δr с $|\Delta r| = \Delta S_0$. Скорости вращения роторов будут функциями от произвольных направлений $\omega(\Delta r)$. Вид этих функций определяется выбранным аппроксиматором.

Сравнительный анализ различных аппроксиматоров был сделан в работе [52]. Результаты приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 - Стандартные ошибки различных аппроксиматоров

Аппроксиматор \ № ротора	δ_1	δ_2	δ_3
1 - уравнение множественной регрессии	17,2	68,5	72,5
2 - метод опорных векторов	3,9	5,6	4,9
3 - многослойные нейронные сети	3,4	3,6	3,2
4 - радиальные сети	2,5	3,9	3,7
5 - нечеткие деревья решений	2,2	3,9	4,5

Линейная зависимость дает очень грубое приближение и непригодна для аппроксимации. Остальные аппроксиматоры дают примерно одинаковую точность от 2% до 5%. Этой точности вполне хватает для обеспечения управления движением по заданной траектории.

Качество аппроксимации иллюстрируется графиками сравнения между рассчитанной скоростью вращения Ω_c и аппроксимирующей Ω_a . Здесь приведены скорости вращения третьего ротора. Рисунок 4.7 соответствует аппроксимации методом нечетких деревьев.

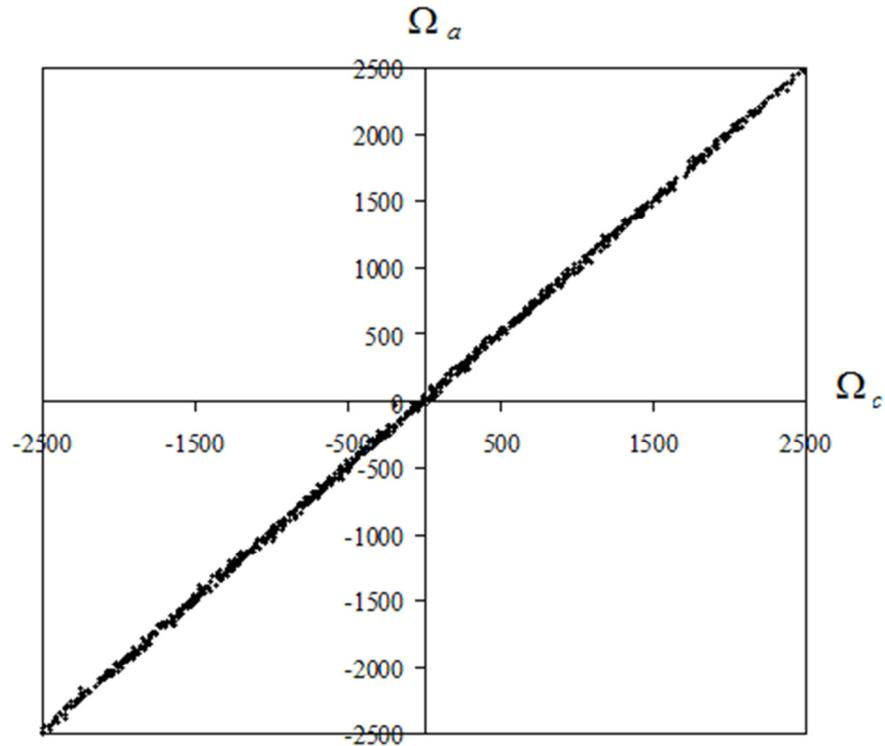


Рисунок 4.7 – Сравнение рассчитанной скорости вращения Ω_c и аппроксимированной Ω_a

Алгоритм управления формулируется следующим образом:

1. Траектория аппроксимируется линией с узлами $\mathbf{R}_k^0, k = \overline{0, N_{step}}$, $|\mathbf{R}_{k+1} - \mathbf{R}_k| = \Delta S_0$.

2. Полагается $\mathbf{R}_0^0 = 0, \Delta r_0 = \mathbf{R}_1^0$. Формируется матрица направляющих косинусов формула (2.1) и положение конечной точки траектории при аппроксимированном управлении:

$$\omega(\Delta r_0) \rightarrow Q_1, r_1$$

Пусть \mathbf{D}_k – матрица текущей ориентации подвижной системы координат.

3. Для последующих точек рассчитываем:

$\Delta r_k = D_k^T(\mathbf{R}_{k+1}^0 - \mathbf{R}_k)$ – направление движения из текущей точки \mathbf{R}_k в заданную точку \mathbf{R}_{k+1}^0 ;

$\omega(\Delta r_k) \rightarrow Q_{k+1}, r_{k+1}$ – конечная точка траектории и матрица направляющих косинусов;

$\mathbf{R}_{k+1} = \mathbf{D}_k r_{k+1} + \mathbf{R}_k$ – конечное положение на отрезке $\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_{k+1}$;

$\mathbf{D}_{k+1} = \mathbf{D}_k \mathbf{Q}_{k+1}$ – матрица текущей ориентации подвижной системы координат.

Наглядно последовательность управления представлена на рисунке 4.8.

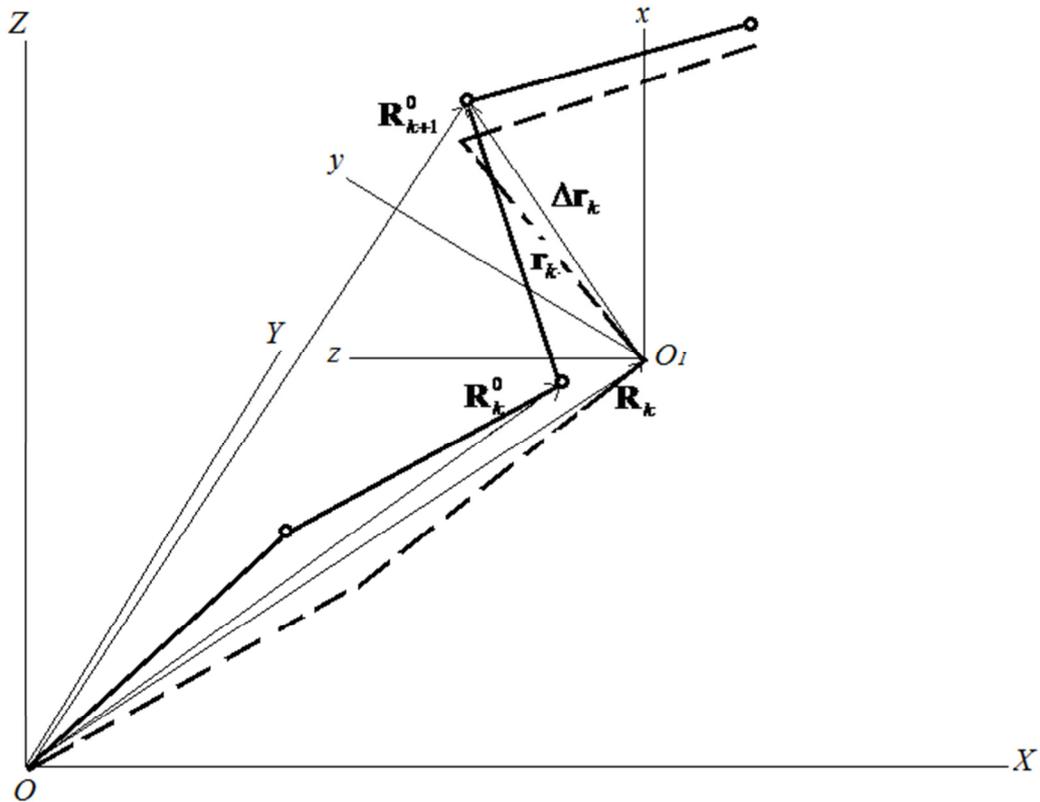


Рисунок 4.8 – Схема управления движением по траектории

Здесь сплошная линия – заданная траектория, пунктирная – полученная при аппроксимированном управлении. Заданная траектория и расчетная не совпадают из-за наличия погрешности аппроксимации управлений на каждом отрезке. Погрешности в задании скоростей вращения роторов приводят к отклонению точки \mathbf{R}_k от \mathbf{R}_k^0 на величину $k = |\mathbf{R}_k^0 - \mathbf{R}_k|$. Поэтому, чем больше погрешность аппроксимации управлений, тем длиннее пройденный путь.

Изложенная в настоящем разделе модель управления движением тела в виде трехлопастного винта с внутренними роторами в идеальной жидкости может быть дополнена аппроксимированными вязкими силами и моментами и применена к движению в вязкой жидкости.

4.3. Численное решение задачи оптимального управления движением винтового тела в вязкой жидкости

В Главе 4 §3 рассмотрена модель управления движением винта с внутренними роторами в идеальной жидкости, дополнение которой аппроксимирующими зависимостями для вязких сил и моментов, полученными в Главе 3, обеспечит управление в вязкой жидкости [54].

Ранее было отмечено, что при начальных условиях $\mathbf{P}(0)=0$, $\mathbf{M}(0)=0$ импульс и кинетический момент для всего времени остаются равными нулю $\mathbf{P}(t)=0$, $\mathbf{M}(t)=0$ и скорости движения тела выражаются через скорости вращения роторов:

$$\boldsymbol{\omega} = -(\mathbf{I} - \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{K}(t) \quad (4.55)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \boldsymbol{\omega} \quad (4.56)$$

Вращение внутренних роторов приводит к вращению тела любой формы, как это следует из (4.55). Поступательное движение возможно только при ненулевой матрице \mathbf{B} (4.56).

Матрица \mathbf{B} отлична от нуля для тела в виде винта. В идеальной жидкости без начального толчка тело движется, пока вращаются внутренние роторы. При их остановке останавливается и тело. Алгоритм управления движением тела по заданной траектории в идеальной жидкости из состояния покоя основан на том, что скорости вращения роторов будут функциями от произвольных направлений $\boldsymbol{\Omega}(\Delta \mathbf{r})$. В случае вязкой жидкости условие $\mathbf{P}(t)=0$, $\mathbf{M}(t)=0$ не выполняется, и тело будет двигаться и при остановке роторов.

Для вязкой жидкости уравнения движения тела отличаются вязкими составляющими сил и моментов (2.21) и (2.22).

Преобразуем уравнения (2.21, 2.22), при неизменных матрицах \mathbf{C} , \mathbf{B} , \mathbf{I} получим:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{C} \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{B} \dot{\boldsymbol{\omega}}$$

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{B}^T \dot{\mathbf{V}} + \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\mathbf{K}}(t)$$

Разрешив эту систему уравнений относительно производных скоростей $\dot{\mathbf{V}}, \dot{\boldsymbol{\omega}}$, получим систему дифференциальных уравнений для вектора скоростей $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Q}, \quad (4.57)$$

где $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{I} \end{pmatrix}$ – блочная матрица;

- вектор $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{P}} \\ \dot{\mathbf{M}} - \dot{\mathbf{K}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{P} \times \mathbf{V} - \dot{\mathbf{K}}(t) + \mathbf{G} \end{pmatrix}$

Для определения траектории тела при его движении в неподвижной системе координат OXYZ система дифференциальных уравнений (4.57) дополняется следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt} &= \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\omega} \\ \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} &= \boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\omega} \\ \frac{d\boldsymbol{\gamma}}{dt} &= \boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\omega} \\ \frac{dX}{dt} &= (V, \boldsymbol{\alpha}) \\ \frac{dY}{dt} &= (V, \boldsymbol{\beta}) \\ \frac{dZ}{dt} &= (V, \boldsymbol{\gamma}) \end{aligned} \quad (4.58)$$

и начальными условиями:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^0, \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^0, \boldsymbol{\alpha}(0) = \boldsymbol{\alpha}^0, \boldsymbol{\beta}(0) = \boldsymbol{\beta}^0, \boldsymbol{\gamma}(0) = \boldsymbol{\gamma}^0, \mathbf{R}(0) = \begin{pmatrix} X(0) \\ Y(0) \\ Z(0) \end{pmatrix} = \mathbf{R}^0$$

Где $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}$ - направляющие косинусы, образующие матрицу перехода от неподвижной системы координат Oxyz к подвижной $O_1x_1y_1z_1$: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{pmatrix}$.

Для составляющих вязкой силы и момента получены следующие аппроксимирующие зависимости:

$$F_j = -153.6 \frac{\lambda_{j,j}}{\lambda_{1,1}} |v_j| v_j + 3.23 \frac{\lambda_{j,3+j}}{\lambda_{1,4}} |\omega_j| \omega_j \quad (4.59)$$

$$G_j = 23.5 \frac{\lambda_{j,3+j}}{\lambda_{1,4}} |v_j| v_j - 0.96 \frac{\lambda_{3+j,3+j}}{\lambda_{4,4}} |\omega_j| \omega_j, j = 1,2,3, \quad (4.60)$$

где λ_{ij} - элементы матрицы присоединенных масс Λ .

Задача (4.57, 4.58) о расчете движения винтообразного тела в вязкой жидкости, индуцируемого вращением внутренних роторов, становится замкнутой. Управление таким движением является нетривиальной проблемой. Заданную траекторию можно аппроксимировать кусочно-непрерывными прямыми отрезками [12]. Рассмотрим задачу нахождения управления движением из начала прямого отрезка \mathbf{R}^o в конечную точку отрезка \mathbf{R}^k за заданное время T_k . Потребуем минимального отклонения δ центра масс тела (точка O_I) от заданного прямолинейного отрезка:

$$\delta(t) = \frac{|(\mathbf{R}^k - \mathbf{R}^o) \times (\mathbf{R}(t) - \mathbf{R}^o)|}{|\mathbf{R}^k - \mathbf{R}^o|} \quad (4.61)$$

Минимизируемый функционал имеет следующий вид:

$$\Phi(\mathbf{\Omega}) = \frac{1}{T_k} \int_0^{T_k} \delta(t, \mathbf{\Omega}) dt \rightarrow \min \quad (4.61)$$

При условии попадания в конечную точку:

$$|\mathbf{R}(T_k) - \mathbf{R}^k| = 0 \quad (4.62)$$

Функционал (4.61), ограничение (4.62) и уравнения движения (4.57, 4.58) представляют собой задачу оптимального управления типа Лагранжа. Дифференциальные уравнения движения решаются численно с применением метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Обозначим оператор численного нахождения траектории тела из решения дифференциальных уравнений (4.57, 4.58) при заданном законе скоростей вращения роторов $\mathbf{\Omega}(t)$ в виде:

$$\mathbf{R}(t_n) = L(\mathbf{\Omega}) \quad (4.63)$$

где t_n - узлы конечно-разностной сетки по времени.

Примем, что скорости вращения роторов в начальный момент времени равны нулю $\mathbf{\Omega}(0) = 0$. Затем каждый ротор раскручивается за заданный отрезок времени ΔT_i до заданной величины $\Theta_i, i = 1,2,3$. При достижении конечной точки

скорости вращения роторов замедляются до 0 ($\Omega(T_k) = 0$). Законы изменения скоростей вращения роторов во времени представим в виде:

$$\Omega_i(t) = \begin{cases} \Theta_i \sin\left(\frac{\pi t}{2 \Delta T_i}\right) & | t \leq \Delta T_i \\ \Theta_i & | \Delta T_i \leq t \leq T_k - \Delta T_i \\ \Theta_i \cos\left(\frac{\pi t - T_k + \Delta T_i}{2 \Delta T_i}\right) & | T_k - \Delta T_i \leq t \leq T_k \end{cases} \quad (4.64)$$

В этом случае вектор управляющих воздействий \mathbf{W} будут определяться параметрами $\Theta_i, \Delta T_i, i = 1, 2, 3$ и $\mathbf{W} = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3)^T$.

Задача оптимального управления (2.21), (2.22), (4.57), (4.58) редуцируется к конечномерной задаче математического программирования с целевой функцией:

$$\Phi(\mathbf{W}) \rightarrow \min \quad (4.65)$$

и ограничениями:

$$|L(\Omega(\mathbf{W}))|_{t=T_k} - \mathbf{R}^k| = 0 \quad (4.66)$$

$$|\Theta_i| \leq \Theta^{\max} \quad (4.67)$$

$$0 < \Delta T_i \leq 0.5 T_k, i = 1, 2, 3.$$

Для численного решения задачи (4.66) с ограничениями (4.67) применим базовый генетический алгоритм, описанный в [55] с дополнительной селекцией, изложенной в [78]. Генетический алгоритм для скрещивания применяет операторы вещественного кодирования и классический бинарный оператор Холланда. Эти операторы выбираются при каждой процедуре скрещивания случайным образом, что расширяет их возможности.

При селекции применяется турнирный метод отбора с выполнением следующих дополнительных правил:

1. Если обе сравниваемые особи допустимые, то есть удовлетворяющие ограничениям, то выбирается с лучшим показателем целевой функции.
2. Если одна особь допустимая, а вторая нет, то выбирается допустимая.
3. Если обе особи недопустимые, то выбирается та, у которой меньшее количество невыполненных ограничений.

4. Если обе особи недопустимые и имеют одинаковое количество нарушенных ограничений, то выбирается та, у которой минимальное количественное нарушение ограничений.

Приведем пример расчета управления при движении винтообразного тела сначала из точки $\mathbf{R}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ в точку $\mathbf{R}^k = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,4 \\ 0,3 \end{pmatrix}$, а затем обратно при следующих характеристиках тела:

$$J_i = 0,0639, i = 1,2,3$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 43,02 & 0 & 0 \\ 0 & 29,35 & 0 \\ 0 & 0 & 29,35 \end{pmatrix}, \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1,142 & 0 & 0 \\ 0 & 0,767 & 0 \\ 0 & 0 & 0,767 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -4,203 & 0,0711 & -0,0711 \\ -0,0711 & 2,17 & 0,0711 \\ 0,0711 & -0,0711 & 2,17 \end{pmatrix}$$

Время движения в одну сторону $T_k = 50$.

Начальные условия:

$$\mathbf{V}(0) = 0, \boldsymbol{\omega}(0) = 0, \boldsymbol{\alpha}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\gamma}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{\gamma}^0, \mathbf{R}(0) = \mathbf{R}^0.$$

После достижения точки \mathbf{R}^k осуществляется новое управление для движения в обратную сторону. Начальные условия при этом соответствуют полученным значениям в точке \mathbf{R}^k .

Зависимости скоростей вращения от времени, полученные в результате решения задачи оптимального управления, приведены на рисунке 4.9.

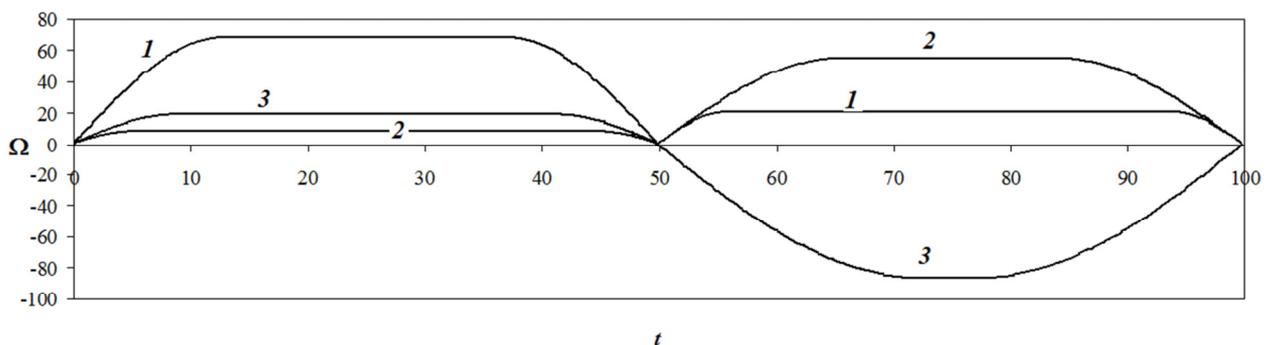


Рисунок 4.9 – Зависимость скорости вращения роторов Ω от времени t

Номера кривых на рисунке 4.9 соответствуют номерам роторов. При движении от точки $\mathbf{R}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ в точку $\mathbf{R}^k = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,4 \\ 0,3 \end{pmatrix}$ получены следующие значения управляющих воздействий:

$$\theta_1 = 68,8, \theta_2 = 8,2, \theta_3 = 18,8$$

$$\Delta T_1 = 0,2662T_k, \Delta T_2 = 0,10767T_k, \Delta T_3 = 0,1794T_k$$

При движении в обратном направлении:

$$\theta_1 = 20,6; \theta_2 = 49,6; \theta_3 = -62,1$$

$$\Delta T_1 = 0,1218T_k; \Delta T_2 = 0,323T_k; \Delta T_3 = 0,4517T_k$$

Проекция траектории тела на плоскость OXY показана на рисунке 4.10.

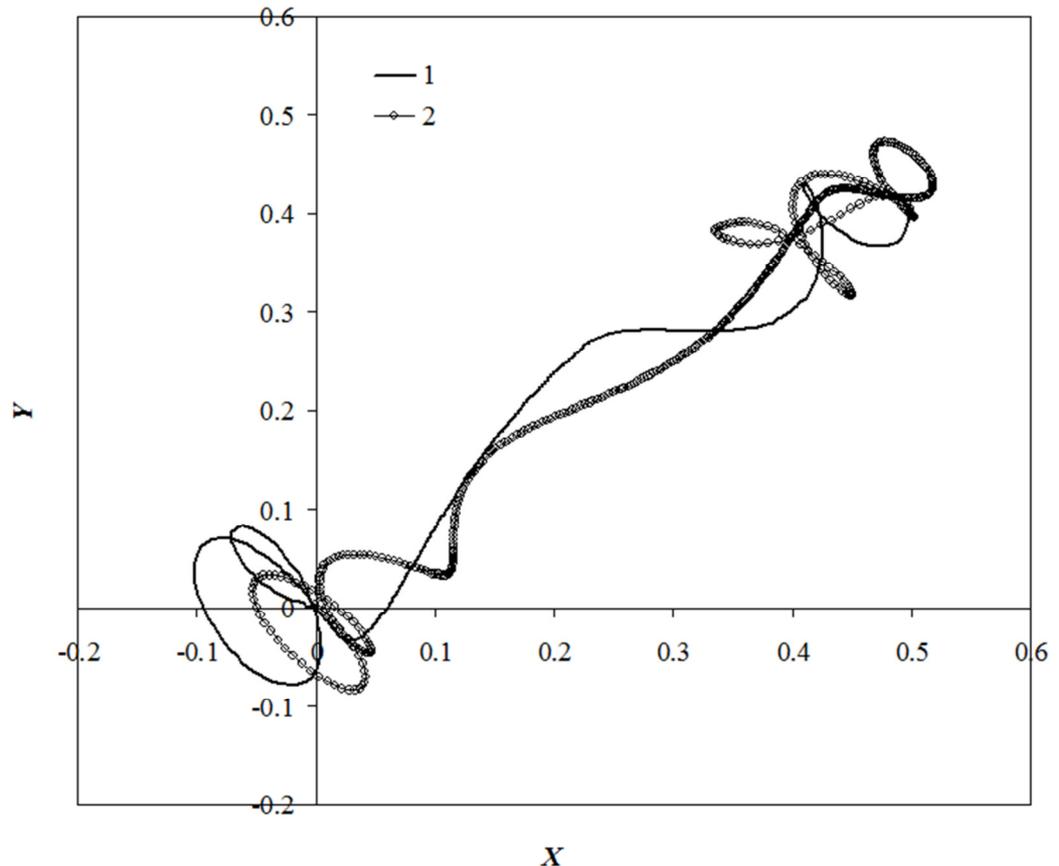


Рисунок 4.10 – Проекция траектории тела на плоскости OXY

Траектория под номером 1 соответствует движению от точки \mathbf{R}^0 до точки \mathbf{R}^k , под номером 2 – в обратном направлении. Особенностью траекторий является сложное перемещение тела в начале и в конце движения. Это связано с ориентацией тела в начале движения. В конце движения для достижения точки \mathbf{R}^k с заданной точностью 0,005 также осуществляется маневрирование.

На последующих рисунках показаны кинематические характеристики управляемого движения. На рисунке 4.11 представлено изменение проекции поступательной скорости v_1 на ось O_1x во времени, а на рисунке 4.12 зависимость угловой скорости ω_1 от времени.

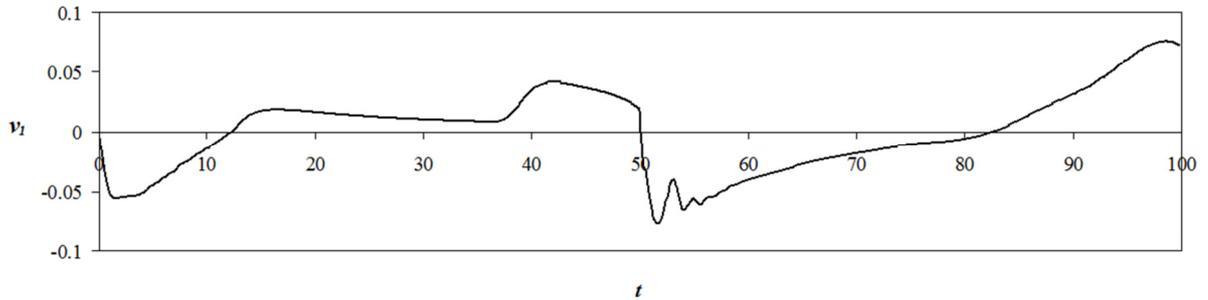


Рисунок 4.11 – Изменение проекции скорости v_1 на ось O_1x во времени

До времени $t=50$ движение происходит от точки \mathbf{R}^0 до точки \mathbf{R}^k , при $t>50$ движение от \mathbf{R}^k до \mathbf{R}^0 .

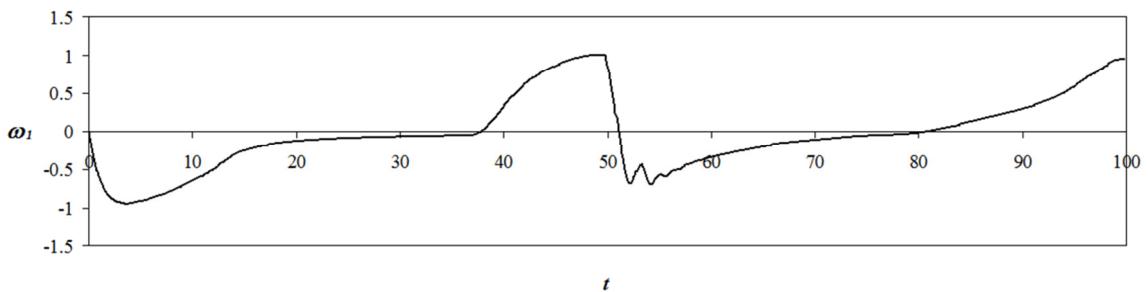


Рисунок 4.12 – Зависимость угловой скорости тела ω_1 от времени

На начальных участках поступательная скорость и скорость вращения изменяются немонотонно. На участках, где скорость вращения постоянная и $\dot{\mathbf{K}}(t) = 0$, под действием вязкого трения движение замедляется. На конечных отрезках опять происходит заметное изменение скорости. На рисунке 4.13 приведена зависимость длины пройденного пути от времени S при движении от точки \mathbf{R}^0 до точки \mathbf{R}^k .

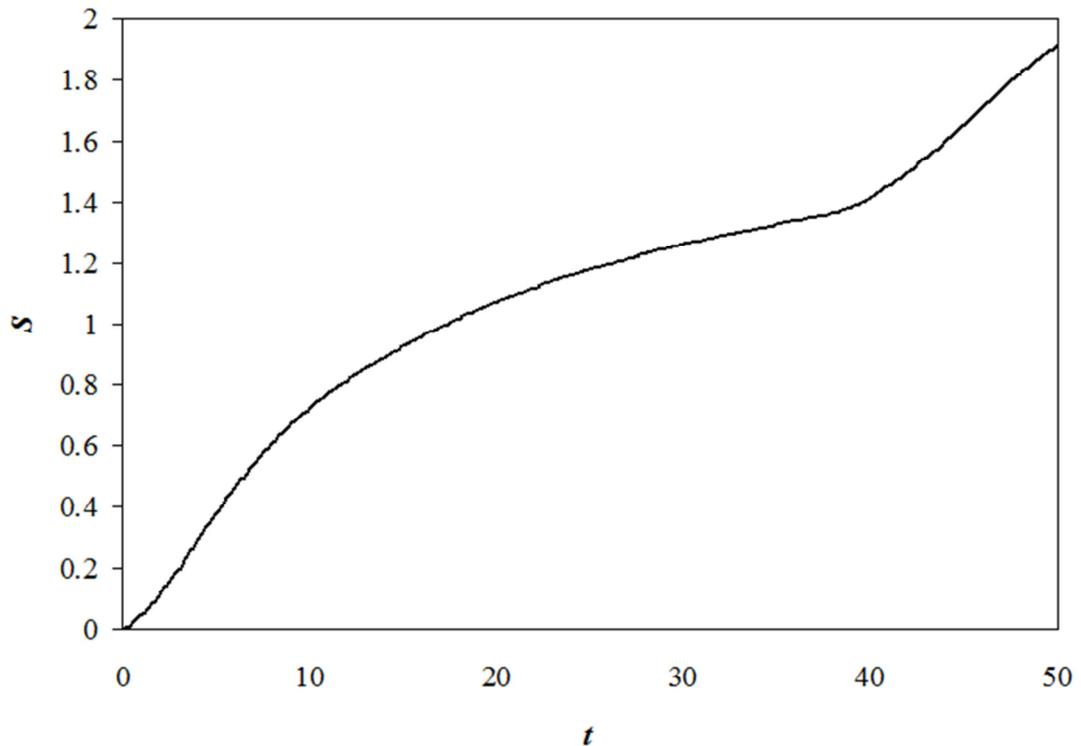


Рисунок 4.13 – Зависимость длины пройденного пути S от времени t

Максимальная длина пути составляет $S=1,915$, что в 2,7 раза больше расстояния между точками $|\mathbf{R}^k - \mathbf{R}^0|$. Это свидетельствует о сложном криволинейном характере движения между двумя точками.

Общая схема управления представлена на рисунке 4.14.

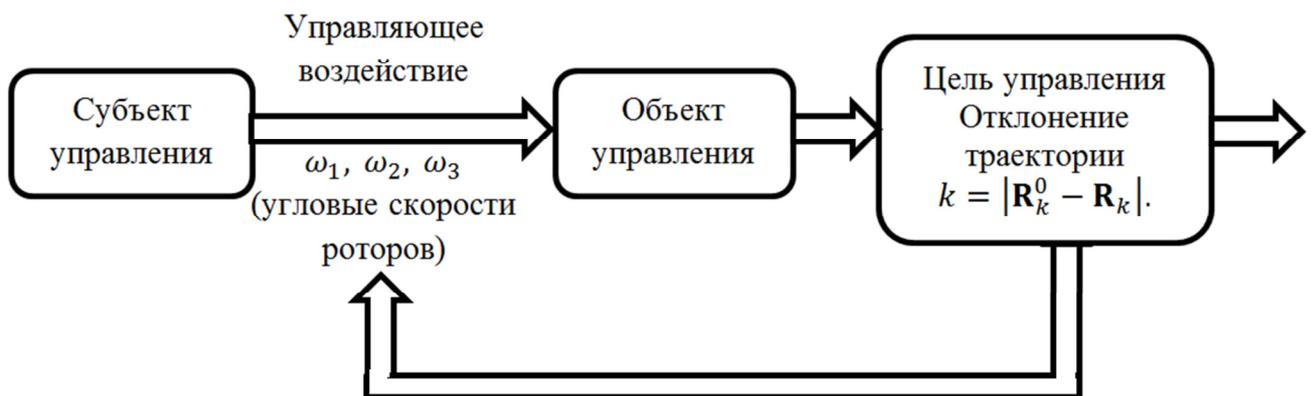


Рисунок 4.14 – Общая схема управления

Разработанный алгоритм управления движением жесткого винтообразного тела в вязкой жидкости посредством изменения скоростей вращения внутренних роторов позволяет осуществлять перемещение тела в заданную точку с минимальным отклонением от прямолинейного отрезка.

Заключение

В ходе диссертационного исследования построена зависимость вязких сил и моментов, действующих на тело со стороны жидкости, от кинематических и динамических показателей. Это стало возможным благодаря проведению серии расчетов для различных типов движения и аппроксимации полученных результатов с помощью нейронных сетей. Вязкие силы и моменты в данном случае необходимы для построения модели управления движением тела в вязкой жидкости. Установлено, что рассчитанные численно гидродинамические параметры движения тела в вязкой жидкости с приемлемой точностью аппроксимируются нейронными сетями. Такой подход может быть применен и для других прикладных задач, связанных с движением твердого тела в вязкой жидкости.

Впервые разработана модель управления движением тела с внутренними подвижными массами в вязкой жидкости путем развития известной модели для идеальной жидкости с учетом вязкого воздействия. Расчеты показали, что данный подход обеспечивает высокую точность движения вдоль заданной траектории. Тело совершает вращательное движение за счет роторов и поступательное за счет силы тяги. Возможность управления предложенной схемой движения имеет больше значения для проектирования и практического применения инерциоидов.

Выводы:

1. На основе обработки результатов численного эксперимента по движению винтового тела в вязкой жидкости с применением нейронных сетей построены зависимости сил и моментов, действующих на тело со стороны жидкости, от кинематических и динамических характеристик движения. Разброс на проверочной выборке в пределах 0.1-0.2%.

2. При движении в поле силы тяжести рассматриваемое винтовое тело, как показал анализ карты режимов при полученных характеристиках вязкого сопротивления, совершает либо сложное регулярное движение, либо хаотическое.

Все реализующиеся режимы для углов поворота лопастей 30-60 градусов являются асимптотически устойчивыми.

3. Разработан алгоритм управления движением тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости с помощью изменения скорости вращения 3-х внутренних роторов, установленных на главных осях.

4. С применением генетического алгоритма решена задача оптимального управления движением трехлопастного винтового тела в окрестности заданной траектории. Среднеквадратичное отклонение от заданной траектории от 2% до 5%.

5. Результаты исследования могут лечь в основу технических решений по управлению движением в жидкости винтообразных устройств, движущихся за счет вращения внутренних роторов.

Список сокращений и условных обозначений

\mathbf{P} – импульс	S – миделево сечение
\mathbf{M} – момент	C_D — коэффициент сопротивления
$\mu\gamma$ – сила тяжести в жидкости	\mathbf{W} – вектор переносной скорости
t – время	\mathbf{U} – вектор поступательной скорости тела
\mathbf{F} – сила	$\mathbf{\Omega}$ – вектор угловой скорости тела;
\mathbf{K} – кинетический момент	\mathbf{V} – вектор абсолютной скорости жидкости
ω_k – угловая скорость роторов	\mathbf{r} – радиус-вектор точки жидкости
$\mathbf{\Omega}$ – угловая скорость тела	ν – кинематическая вязкость.
p – давление	$\rho\vec{g}$ – сила тяжести
m_s – масса оболочки	μ – динамическая вязкость
\mathbf{I}_s –тензор инерции	μ_t – коэффициент турбулентной вязкости
m_R – масса 1-го ротора	ε – диссипация
T – кинетическая энергия	Γ_φ – коэффициент диффузии переменной φ
λ - Коэффициенты присоединенных масс	S_φ – источник переменной φ на единицу объема
ρ – плотность	ρ_f – плотность жидкости
ρ_s – плотность материала тела	
m – масса	
$\mathbf{K}(t)$ - вектор гиостатического момента	
J – момент инерции	

Список литературы

- 1 . Аксенов А. А., Шмелев В. В. Гидродинамический анализ судна в программном комплексе FlowVision / Автоматизация проектирования, компания ТЕСИС, Москва, 2008. – 156 с.
- 2 . Алферьев М.Я. Ходкость и управляемость судов. Сопротивление воды движению судов. М.: Транспорт, 1967. – 344 с.
- 3 . Алымов А.Г., Дормидонтов Д.В. Применение программного комплекса «FLOW VISION» для моделирования трехмерного течения жидкости при проектировании проточных частей насосов / ФГУП «ОКБМ им. И.И. Африкантова», Москва, 2014. – 3 с.
- 4 . Антоненко С.В. Судовые движители: учеб. пособие / Дальневосточный государственный технический университет. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. – 126 с.
- 5 . Артюшков Л. С., Ачкинадзе А. Ш., Русецкий А. А. Судовые движители / Л.:Судостроение, 1988. – 294 с.
- 6 . Бавин В.Ф., Завадовский Н.Ю., Левковский Ю.Л., Мишкевич В.Г. Гребные винты. Современные методы расчета / Л.: Судостроение, 1983. – 296 с.
- 7 . Борисов А. В., Мамаев И. С. Динамика твердого тела / М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. - 576 с.
- 8 . Борисов А. В., Мамаев И. С. Динамика твердого тела: Гамильтоновы методы, интегрируемость, хаос / М.–Ижевск: Инст. компьютерн. исслед., 2005. - 576 с.
- 9 . Борисов А. В., Мамаев И. С. Динамика шара Чаплыгина с полостью, заполненной жидкостью / Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 1. – 111 с.
- 10 . Ветчанин Е. В., Тененев В. А. Моделирование управления движением в вязкой жидкости тела с переменной геометрией масс / Компьютерные исследования и моделирование, 2011, т. 3, №4, с. 371–381.
- 11 . Ветчанин Е.В. Гидродинамика тел с переменной геометрией масс / Измерения, контроль и диагностика — 2012. – 5 с.
- 12 . Ветчанин Е.В., Тененев В.А., Шаура А.С. Управление движением жесткого тела в вязкой жидкости / Компьютерные исследования и моделирование. 2013 т. 5 .№ 4 с. 659-675.

- 13 . Воинов О. В. Инерциальное движение тела в идеальной жидкости из состояния покоя / Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49. – №. 4. – С. 214-220.
- 14 . Войткунский Я.И. / Справочник по теории корабля: в 3 т. Т. 1. Гидромеханика. Сопротивление движению судов. Судовые движители. - Л.: Судостроение, 1985. – 688 с.
- 15 . Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 368 с. - ISBN 978-5-9221-0920-8.
- 16 . Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н. Алгебраический многосеточный метод в задачах вычислительной физики / Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. – 196 с.
- 17 . Волкова Л. Ю., Яцун С. Ф. Управление движением трехмассового робота, перемещающегося в жидкой среде / Нелинейная динамика, 2011, т. 7, №4, с. 845–857.
- 18 . Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений / Министерство образования и науки Российской Федерации Санкт-Петербургский государственный политехнический университет Учебное пособие, 2012. – 88 с.
- 19 . Головкин В. А. Нейронные сети: обучение, организация и применение /М.: ИПР-ЖР, 2001. – 256 с.
- 20 . Гурьев Ю.В., Ткаченко И.В. Компьютерные технологии в корабельной гидромеханике / СПб.: Военно-морской инженерный институт (филиал) ВУНЦ ВМФ «Военно-морская академия им. Н.Г. Кузнецова», 2010. 326 с.
- 21 . Гуцин В. А., Матюшин П.В. Математическое моделирование пространственных течений несжимаемой жидкости / Матем. моделирование, 2006, т. 18, №5, с. 5–20.
- 22 . Дерябин М. В. Об устойчивости равноускоренных вращений тяжелого твердого тела в идеальной жидкости / Изв. РАН, МТТ, № 5, 2002. с. 30-34.
- 23 . Жинкин В.Б. Устройство и теория корабля. Л.: Судостроение, 1993. – 158 с.
- 24 . Иванова Т. Б., Пивоварова Е. Н. Динамика и управление сферическим роботом с осесимметричным маятниковым приводом / Нелинейная динамика, 2013, т. 9, №3, с. 507–520.
- 25 . Кирхгоф Г. Механика. Лекции по математической физике / М.: АН СССР, 1962. 404 с.

- 26 . Киселев Л. В., Медведев А. В. Сравнительный анализ и оптимизация динамических свойств автономных подводных роботов различных проектов и конфигураций / Подводные исследования и робототехника. – 2012. – №1. – С. 24-35
- 27 . Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958. – 475 с.
- 28 . Козелков А.С., Курулин В.В., Пучкова О.Л., Лашкин С.В. Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями / Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 40-51. Институт теоретической и математической физики РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская обл., РФ.
- 29 . Козлов В. В., Онищенко Д. А. О движении в идеальной жидкости тела, содержащего внутри себя подвижную сосредоточенную массу / ПММ. 2003. – Т. 67, №4. – С. 620–633.
- 30 . Козлов В. В., Онищенко Д.А. О движении тела с жесткой оболочкой и переменной геометрией масс в бесконечном объеме идеальной жидкости / М.: Физматлит, 2003. С. 465–476.
- 31 . Козлов В. В., Рамоданов С.М. О движении изменяемого тела в идеальной жидкости / ПММ, 2001, т. 65, №4, с. 592–601.
- 32 . Кондранин Т.В., Ткаченко Б.К. / Применение пакетов прикладных программ при изучении курсов механики жидкости и газа – М.: МФТИ, 2005г., - 104 с.
- 33 . Коньшин В.Н., Щеляев А.Е. Численное моделирование течения в погружном центробежном насосе для анализа расходно-напорной характеристики / Вычислительный центр РАН, ООО «ТЕСИС», 2013. – 8 с.
- 34 . Король Ю.М., Рудько О.Н. Технология моделирования работы судовых винто-рулевых комплексов в среде FLOWVISION / Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, 2015. – 6 с.
- 35 . Короткин А.И. Присоединенные массы судна / Справочник. - Л.: Судостроение, 1986, 312 с.
- 36 . Куликов С.В., Храшкин М.Ф. Водометные движители. Л.: Судостроение, 1980. – 311 с.
- 37 . Ламб Г. Гидродинамика. М.–Л.: ОГИЗ, Гостехиздат, 1947. 928 с.
- 38 . Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика / Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М. Наука. 1986. – 736 с.

- 39 . Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- 40 . Нагаев Р.Ф., Тамм Е.А. Вибрационное перемещение в среде с квадратичным сопротивлением движению / Машиноведение. 1980. №. 4. С. 3–8.
- 41 . Овсянников И.И. Об устойчивости движения шара Чаплыгина на плоскости с произвольным законом трения / Вестник Удмуртского университета «Математика. Механика. Компьютерные науки» 2012. Вып. 4, - 6 с.
- 42 . Рамоданов С.М., Тененев В. А. Движение тела с переменной геометрией масс в безграничной вязкой жидкости / Нелинейная динамика. — 2011. — Т. 7, №3. — С. 635–647.
- 43 . Рейнольдс О. Динамическая теория движения несжимаемой вязкой жидкости и определение критерия / Проблемы турбулентности. – М.; Л.: ОНТИ, 1936. – С. 135-227.
- 44 . Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
- 45 . Сизов В. Г. Теория корабля / Учебн. пособ. Одесская национальная морская академия Одесса ФЕНЖС, 2003. - 284 с.
- 46 . Соболев Н.А., Сорокин К.С. Экспериментальное исследование модели виброробота с вращающимися массами / Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 5. С. 161–170.
- 47 . Сорокин К. С. Динамика змееподобных и вибрационных роботов 01.02.01 – Теоретическая механика Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Москва, 2009. – 22 с.
- 48 . Станков Б., Печенюк А. Применение системы инженерного анализа FlowVision для решения прикладных задач гидродинамики судна / Инструменты АРМ, 2006. – 5 с.
- 49 . Тененев В. А., Ветчанин Е. В., Мамаев И. С. Движение тела с переменной геометрией масс в вязкой жидкости / Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 4 (Мобильные роботы). С. 815–836.
- 50 . Тененев В. А., Илалетдинов Л. Ф., Пономарев М. И. Планирование численного эксперимента для определения гидродинамических характеристик тела с винтовой симметрией / Интеллектуальные системы в производстве, 2014, №2. – С. 16–20.
- 51 . Тененев В.А., Ветчанин Е.В. Движение каплеобразного и сферического тел с переменной геометрией масс в вязкой жидкости / Интеллектуальные

системы в производстве №1 (19) 2012, с. 11–23

- 52 . Тененев В.А., Ветчанин Е.В., Илалетдинов Л. Ф. Аппроксимация управления движением в жидкости тела с винтовой симметрией с внутренними роторами / Интеллектуальные системы в производстве, 2014, №2– С. 143–147.
- 53 . Тененев В.А., Ветчанин Е.В., Илалетдинов Л.Ф. Хаотическая динамика в задаче о падении тела винтовой формы в жидкости / Нелинейная динамика. 2016. Т. 12. № 1. С. 99–120.
- 54 . Тененев В.А., Илалетдинов Л.Ф. Решение задачи управления движением тела с винтовой симметрией в вязкой жидкости / Интеллектуальные системы в производстве №2 2013. С. 16-21.
- 55 . Тененев В.А., Якимович Б.А. Генетические алгоритмы в моделировании систем / Ижевск: изд-во ИжГТУ. 2010г. 308с.
- 56 . Тимошенко В. Ф. Моделирование гидродинамики судов и подводных аппаратов с использованием комплекса flowvision и программы FREE!SHIP PLUS , канд. техн. наук, доцент Национальный университет кораблестроения, Николаев, Украина, 2009. – 9 с.
- 57 . Толчин В. Н. Инерциоид, силы инерции как источник движения / Пермь, 1977. – 293 с.
- 58 . Фарапонов В. В., Савкина Н. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. Расчет аэродинамического коэффициента лобового сопротивления тела с помощью пакета ANSYS / ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет», физико-технический факультет, компьютерные исследования и моделирование 2012 Т. 4 № 4 С. 845–853.
- 59 . Хейфец Л.Л. Гребные винты для катеров / Л.: Судостроение, 1980. – 200 с.
- 60 . Чаплыгин С.А. О катании шара по горизонтальной плоскости / Математический сборник. 1903. Т. XXIV. С. 76–101.
- 61 . Черноусько Ф. Л. О перемещении тела в жидкости за счет колебаний присоединенного звена / ДАН, 2010, т. 431, №1, с. 46–49.
- 62 . Черноусько Ф. Л. Оптимальное перемещение многозвенной системы в среде с сопротивлением / Тр. инст. матем. и механ. УрО РАН, 2011, т. 17, №2, с. 240–255.
- 63 . Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н. Мобильные роботы, управляемые движением внутренних тел / Тр. инст. матем. и механ. УрО РАН, 2010,

т.16, №5, с. 213–222.

- 64 . Черноусько Ф.Л. Оптимальное управление движением многозвенной системы в среде с сопротивлением / ПММ, 2012, т. 76, вып. 3, с. 355-373.
- 65 . Чижиумов, С. Д. Основы динамики судов на волнении / Учеб. Пособие. Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КНАГТУ», 2010. – 110 с.
- 66 . Шаура А. С., Кочурова Д. С. Решение задачи траекторного управления мобильными роботами с помощью параллельного генетического алгоритма / Интеллектуальные системы в производстве №1, 2013 г. С. 58-65.
- 67 . Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
- 68 . Яцун С. Ф., Безмен П. А., Сапронов К.А., Рублев С. Б. Динамика мобильного вибрационного робота с внутренней подвижной массой / Изв. Курск. гос. техн. ун-та, 2010, т. 31, №2, с. 21–31.
- 69 . Яцун С.Ф., Безмен П.А., Климов Г.В., и др. Математическое моделирование плавающего робота./ Управляемые вибрационные технологии и машины. Ч. 2. Курск: Курский гос. техн. ун-т, 2010. – С. 265 – 269.
- 70 . Чернышов В.Н. Теория систем и системный анализ : учеб. пособие – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. – 96 с. – 150 экз. – ISBN 978-5-8265-0766-7.
- 71 . Allen J. J., Jouanne Y., Shashikanth B.N. Vortex with a moving sphere / J. Fluid Mech., 2007, vol. 587, pp. 337–346.
- 72 . ANSYS. Theory Reference, Rel. 10.0 - ANSYS Inc., Houston, 2004. – 1286 p.
- 73 . Borisov A. V., Kozlov V.V., Mamaev I. S. Asymptotic stability and associated problems of dynamics of falling rigid body / Regul. Chaotic Dyn., 2007, vol. 12, no. 5, pp. 531–565
- 74 . Borbett, J.J.; Koehler, H.W. Updated Emissions from Ocean Shipping, Journal of Geophysical Research — Atmospheres, 108(D20), 2003; pp. 4650–4666.
- 75 . Borisov A.V., Mamaev I. S. On the motion of a heavy rigid body in an ideal fluid with circulation /Chaos, 2006, vol. 16, no. 1, 013118, 7 pp.
- 76 . Childress S. Mechanics of swimming and flying / Cambridge University Press, 1981, 165 p.

- 77 . Childress S., Spagnolie Saverio E., Tokieda T. A bug on a raft: recoil locomotion in a viscous fluid / J. Fluid Mech. — 2011. — Vol. 669. — Pp. 527–556.
- 78 . Deb K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms / Computer methods in applied mechanics and engineering, 186 (2000) .- pp.311-338.
- 79 . Flow Vision Версия 3.08.05 Руководство пользователя ООО ТЕСИС, 1999-2014. Все права зарегистрированы. Москва. – 1295 с.
- 80 . Galper A. R., Miloh T. Hydrodynamics and stability of a deformable body moving in the proximity of interfaces / Phys. Fluids, 1999, vol. 11, no. 4, pp. 795–806.
- 81 . Galper A. R., Miloh T. Motion stability of a deformable body in an ideal fluid with applications to the N spheres problem / Phys. Fluids, 1998, vol. 10, no. 1, pp. 119–130.
- 82 Ian C. Rust and H. Harry Asada. The Eyeball ROV: Design and Control of a Spherical Underwater Vehicle Steered by an Internal Eccentric Mass, Member, IEEE – 8 p.
- 83 James Biggs and William Holderbaum. Optimal Kinematic Control of an Autonomous Underwater Vehicle. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 54, NO. 7, JULY 2009 1623
- 84 . Johan Lundberg Моделирование гидродинамики гребного винта Rolls-Royce с учетом эффекта кавитации. Updated Emissions from Ocean Shipping, Journal of Geophysical Research – Atmospheres, 108(D20), 2003; pp. 4650–4666
- 85 . Kazakov A.O. Strange attractors and mixed dynamics in the unbalanced rubber ball on a plane problem / Regul. Chaotic Dyn., 2013, vol. 18, no. 5, pp. 508–520.
- 86 . Кесман V. New support vector machines algorithm for huge data sets / Лекции по нейроинформатике. По материалам Школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики», Москва 2007. с.97-176
- 87 . Kilin A.A., Ramodanov S.M., Tenenev V.A. The Motion of a Rigid Body Controlled by Means of Two Moving Internal Masses in an Ideal Fluid / Nonlin. Dyn. Mob. Robot., 2014, 2(1), pp. 115-130.
- 88 . Koiller J., Ehlers K., Montgomery R. Problems and progress in microswimming / J. Nonlinear Sci., 1996, vol. 6, pp. 507–541.
- 89 . Lighthill J. Mathematical Biofluidynamics. – Society for Industrial & Applied Mathematics, US, 1975. - 291 p

- 90 . Lighthill J. Artificial Intelligence: A General Survey / Artificial Intelligence: a paper symposium, Science Research Council, 1975. – 380 p.
- 91 . Lighthill M. J. On the squirting motion of nearly spherical deformable bodies through liquids at very small Reynolds numbers / Comm. Pure Appl. Math., 1952, vol. 5, no. 2, pp. 109–118.
- 92 . Lindgren E.R. The motion of a sphere in an incompressible viscous fluid at Reynolds number considerably less than one / Phys. Scripta, 1999, vol. 60, pp. 97–110.
- 93 . Menter F.R., Garbaruk A.V., Egorov Y. Explicit algebraic Reynolds stress models for anisotropic wall-bounded flows / Proc. of 3rd European Conference for Aero-Space Sciences (EUCASS), Versailles, July 6-9th, 2009. – 14 p.
- 94 . Rambaux N., Van Hoolst T., Dehant V. Inertial core-mantle coupling and libration of Mercury Astronomy & Astrophysics Royal Observatory of Belgium, 3 Avenue Circulaire, 1180 Brussels, Belgium. pp.711-719.
- 95 . Saffman P.G. The self-propulsion of a deformable body in a perfect fluid / J. Fluid Mech., 1967, vol. 28, no. 2. pp. 385–389.
- 96 . Shaura A. S., Tenenev V. A., Vetchanin E. V. Trajectory Control of a Self-propulsion Body, Nonlinear Dynamics & Mobile Robotics, 2013, Vol. 1, No. 1, pp. 51-69
- 97 . Tallapragada Ph., Kelly S. Dynamics and self-propulsion of a spherical body shedding coaxial vortex ring in an ideal fluid / Regul. Chaotic Dyn., 2012. pp. 21-32.
- 98 . Terada Y., Yamamoto I. An animatronic system including lifelike robotic fish / Proceedings of the IEEE. – 2004. – T. 92. – №11. – C. 1814-1820.
- 99 . Vetchanin E.V., Kilin A.A., Tenenev V.A., Shaura A.S. Numerical simulation of motion in the viscous fluid of a three-axial ellipsoid controlled by three rotors. / Fourth International Conference $\frac{3}{4}$ Geometry, Dynamics, Integrable Systems GDIS 2013: Book of abstracts. –Moscow-Izhevsk: Publishing Center $\frac{3}{4}$ Institute of Computer Scienc \grave{e} , 2013, pp.54-55.
100. Vetchanin E.V., Mamaev I.S., Tenenev V.A. The Self-propulsion of a Body with Moving Internal Masses in a Viscous Fluid / Regular and Chaotic Dynamics, 2013, 18 (1-2), pp.100 - 117
101. Vetchanin E.V., Tenenev V.A. Spatial hydrodynamics of bodies with variable mass center /IUTAM Symposium. Book of abstracts. 2012. P.66 — 67.
102. Yao Cai, Qiang Zhan and Caixia Yan Robotica. Twostate trajectory tracking control of a spherical robot using neurodynamics. March 2012, pp 195 203 DOI:

10.1017/S0263574711000518, Published online: 06 June 2011

103. Zenon Hendzel. An adaptive critic neural network for motion control of a wheeled mobile robot, *Nonlinear Dyn*, 2007. pp. 849- 855.
104. Патент US4631971 А 30 дек 1986г.
105. Патент СССР 10467, 1926 г.
106. <http://kosmopoisk.org> (дата обращения 20.09.2013г.).
107. www.ansys.com (дата обращения 23.02.2014г.).
108. <https://ru.wikipedia.org> (дата обращения 20.09.2013г.).
109. Решатель Kirchhoff Solver. Свидетельство о регистрации № 21342.

Приложение А

(справочное)

Свидетельство о регистрации решателя Kirchhoff Solver

