

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Ижевский государственный технический университет**

**имени М.Т. Калашникова»**

На правах рукописи



**Пономарева Наталья Владимировна**

**КОМПЬЮТЕРНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА  
СИГНАЛОВ В МУЗЫКАЛЬНОЙ АКУСТИКЕ  
НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ДИСКРЕТНОГО  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка  
информации (в науке и технике)

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель – доктор технических наук,  
профессор Хворенков Владимир Викторович

Ижевск – 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	5
<b>ГЛАВА 1. КОМПЬЮТЕРНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В МУЗЫКАЛЬНОЙ АКУСТИКЕ. ПОСТАНОВКА НАУЧНОЙ ЗАДАЧИ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ</b>	15
1.1. Задачи спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике. Понятие музыкально-акустического сигнала.....	15
1.2. Математические модели музыкально-акустических сигналов.....	21
1.3. Методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки музыкально-акустических сигналов. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ).....	32
1.4. Параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П).....	37
1.5. Постановка научной задачи разработки новых и совершенствования существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.....	43
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	46
<b>ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ МУЗЫКАЛЬНО-АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ДПФ-П. РАЗРАБОТКА БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ НА ОСНОВЕ ДПФ-П</b>	49
2.1. Обобщение понятия линейной инверсии дискретного времени для базисов параметрического дискретного преобразования Фурье.....	49
2.2. Метод и алгоритм локализации спектральных пиков.....	55
2.3. Метод и алгоритм компьютерной спектральной обработки сигналов в заданном диапазоне частот.....	60
2.4. Метод и алгоритм получения прореженных коэффициентов ДПФ – БПФ-П с предварительным суммированием.....	68

2.5. Метод расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки .....	74
2.6. Быстрый алгоритм вычисления дискретного преобразования Гильберта музыкально-акустических сигналов .....	82
2.7. Быстрый алгоритм измерения скользящего спектра Фурье музыкально-акустических сигналов.....	85
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	96
<b>ГЛАВА 3. ПРИЛОЖЕНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНОГО ТОНА МУЗЫКАЛЬНО-АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ</b>	<b>98</b>
3.1. Особенности определения основного тона музыкально-акустических сигналов.....	98
3.2. Нахождение значений ДВПФ на частотах музыкальных шкал .....	100
3.3. Нахождение автокорреляционной функции без наложений в корреляционной области .....	105
3.4. Нахождение огибающей обертонов с использование методов и алгоритмов на основе ДПФ-П .....	108
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	115
<b>ГЛАВА 4. ПРИЛОЖЕНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМБРА МУЗЫКАЛЬНО-АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ</b>	<b>117</b>
4.1. Особенности определения тембра музыкально-акустических сигналов .....	117
4.2. Анализ переходных процессов музыкально-акустических сигналов.....	119
4.3. Сравнение спектров разных музыкальных инструментов .....	125
4.4. Определение субъективных характеристик тембра .....	127
<b>ВЫВОДЫ</b> .....	129
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	130
<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ</b>	134
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b>	135

<b>Приложение 1. Результаты обработки тестовых музыкально-акустических сигналов</b>	151
Пианино – класс Фортепиано .....	151
Акустическая гитара, электрогитара – подкласс щипковых музыкальных инструментов .....	156
Скрипка, альт – смычковые музыкальные инструменты .....	161
Гобой, кларнет, флейта – язычковые музыкальные инструменты .....	167
Труба, тромбон – медные духовые музыкальные инструменты .....	178
<b>Приложение 2. Характеристики обобщенного семейства трапецеидальных дискретных временных окон</b>	184
<b>Приложение 3. Акты внедрения научных разработок, выполненных по результатам исследований в диссертации Пономаревой Н.В.</b>	186

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Компьютерная спектральная обработка сигналов (*Digital Spectral Signal Processing*) является одним из главных направлений компьютерной (цифровой) обработки сигналов - (ЦОС) (*Digital Signal Processing – DSP*) и играет важнейшую роль в информационных (компьютерных) технологиях (ИТ), в том числе в компьютерных музыкальных технологиях (*Music Technology – MT*), научные аспекты которых прорабатываются в музыкальной акустике.

Музыкальная акустика в настоящее время активно развивается, научные коллективы в России и за рубежом (Санкт-Петербургская государственная консерватория им. Римского-Корсакова, Санкт-Петербургский университет телекоммуникаций им. Бонч-Бруевича, Стенфордский университет, Гарвардский университет, университет Беркли, ИРКАМ и др.) ведут интенсивные исследования [1], выходит значительное количество статей и книг по вопросам создания, передачи, обработки, воспроизведения и восприятия музыкальных звуков, в том числе по вопросам компьютерной обработки оцифрованных музыкальных звуков – сигналов в музыкальной акустике [2]. При этом основные задачи обработки сигналов в музыкальной акустике – определение высоты тона и тембра, позволяющие судить о мелодии, гармонии, звучащем голосе и инструменте, – связаны со спектральной обработкой сигналов.

Проведенный анализ методов и алгоритмов, используемых при спектральной обработке сигналов в музыкальной акустике, показал широкое использование классических методов, основанных на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ) (*Discrete Fourier Transform – DFT*) и алгоритмах быстрого его вычисления – алгоритмах быстрого преобразования Фурье (БПФ) (*Fast Fourier Transform – FFT*). Что объясняется целым рядом причин, главная из которых – адекватность математического аппарата дискретного преобразования Фурье структуре сигналов в музыкальной акустике, поскольку позволяет получить наглядную физическую интерпретацию и толкование полученных результатов.

Однако практика применения классических методов спектральной обработки помимо существенных достоинств выявила и ряд их принципиальных недостатков, вытекающих из особенностей дискретного преобразования Фурье и проявляющихся в виде известных нежелательных эффектов наложения, частотола, утечки и гребешкового эффекта. При обработке сигналов в музыкальной акустике это, прежде всего, эффект частотола, затрудняющий обработку сигналов из-за несовпадения частот музыкальных звуков и их обертонов с частотами, получаемыми в результате применения дискретного преобразования Фурье.

Для решения задач проблематики классических методов спектральной обработки сигналов в 2016 году было предложено множество полных, ортогональных, параметрических экспоненциальных базисных систем и разработанное на их основе обобщение дискретного преобразования Фурье в виде параметрического дискретного преобразования Фурье (ДПФ-П) [35]. Данное преобразование существенно расширило функциональные возможности классических методов спектральной обработки, сохранив при этом возможность наглядной физической интерпретации и толкование получаемых результатов.

Предложенные в работе [35] базисные системы и разработанное на их основе параметрическое дискретное преобразование Фурье применимы к сигналам в разных областях, в том числе и к сигналам в музыкальной акустике (музыкально-акустическим сигналам – МАС), но готовых методов и алгоритмов, учитывающих специфику сигналов и задач музыкальной акустики в настоящее время нет.

В связи с изложенным – учитывая большой интерес к музыкальной акустике, особенности ее задач и применяемых методов, а также характеристики предложенного в 2016 году параметрического дискретного преобразования Фурье - решение научной задачи по разработке новых и совершенствованию существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье является важным, актуальным и своевременным шагом.

**Степень разработанности темы.** Значительный вклад в формирование ведущей роли классических спектральных методов обработки сигналов, расширении спектра их приложений в различных областях науки и техники внесли отечественные и зарубежные ученые: *в области аналоговой и цифровой спектральной обработки сигналов* – работы Котельникова В.А., Харкевича А.А., Хинчина А.Я., Пугачева В.С., М.Г., Рытова С.М., Виленкина Н.Я., Трахтмана А.М., Прохорова С.А., Wiener N., Gold B., Cooley D., Tjuki D., Rader C., Rabiner L.; *в области выявления спектральной структуры сигналов* – работы А.Я., Серебренникова, Батищева В.И., Ильина Г.И., Прохорова Ю.Н., Oppenheim A., Shafer R., Marpl L., S., Jenkins G., Watts D., Bendat J., Pirsol A., Randall R. B.; *в области обработки сигналов в музыкальной акустике* – работы Алдошиной И.А., Pritts R. и др.

Для спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике используются классические методы спектральной обработки, практическое применение которых, как известно, сопровождается проявлением ряда нежелательных эффектов, вытекающих из их основы – дискретного преобразования Фурье. Во всех трех указанных выше областях научных исследований данному вопросу уделялось и уделяется пристальное внимание. Однако следует признать, что к настоящему времени эффективность разработанных методов борьбы с влиянием нежелательных эффектов на результаты спектрального анализа сигналов в музыкальной акустике явно недостаточна, и вопросы борьбы с ними, в частности с эффектом частотола, являются важными и актуальными.

**Объект исследования** – система компьютерной обработки сигналов в музыкальной акустике.

**Предмет исследования** – методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.

**Цель диссертационного исследования** – разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной

спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье, повышающих эффективность и результативность обработки сигналов в музыкальной акустике.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решаются следующие **основные задачи**:

1. Анализ задач компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике с целью определения математических моделей сигналов и их спектральных особенностей.
2. Анализ классических методов и алгоритмов спектрального анализа, используемых при обработке сигналов в музыкальной акустике, с целью выявления их достоинств и недостатков, а также определения возможного их совершенствования за счет использования методов и алгоритмов параметрического дискретного преобразования Фурье.
3. Разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье в соответствии с требованиями обработки сигналов в музыкальной акустике. Разработка быстрых алгоритмов компьютерной спектральной обработки на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.
4. Проведение экспериментальных исследований разработанных методов и алгоритмов на тестовых МАС и модельных сигналах с целью выработки предложений по эффективному применению методов и алгоритмов в задачах спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике.

**Область исследования.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с пунктами «1. Теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации», «4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации», «5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки



информации» паспорта специальности 05.13.01 «Системный анализ, управления и обработки информации».

**Методы исследования.** При решении поставленных в диссертационной работе задач использовались методы теории цифровой обработки сигналов, теории цифрового векторного и спектрального анализа, теории музыкальных форм, теории музыкальной акустики, теории матриц, теории вероятностей, теории математического моделирования, теории дискретного преобразования Фурье, теории дискретного параметрического преобразования Фурье. При расчетах и моделировании использовались программная среда проектирования инженерных приложений MATLAB (*Matrix Laboratory*) и программа для профессиональной работы со звуком и звуковыми файлами – *Adobe Audition CS6*.

**Научная новизна.** Основными результатами диссертационной работы является разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки МАС на основе параметрического дискретного преобразования Фурье, которые обладают расширенными функциональными возможностями, сохраняя при этом возможность наглядной физической интерпретации и толкования получаемых результатов:

1. **Метод локализации спектральных пиков**, позволяющий анализировать частоты между частотами стандартного ДПФ без алгоритмических ограничений на шаг анализа и с меньшими вычислительными затратами, чем известная *операция дополнения нулями*.
2. **Метод компьютерной спектральной обработки в заданном диапазоне частот**, позволяющий находить коэффициенты стандартного ДПФ в заданном диапазоне частот путем вычисления нескольких ДПФ-П меньшего размера, с возможностью быстрого нахождения коэффициентов в других диапазонах без повторных вычислений ДПФ-П.
3. **Метод получения прореженных коэффициентов ДПФ** путем обобщения на основе ДПФ-П известного метода *взвешенного наложения-сложения* с

целью устранения главного недостатка этого метода – невозможности сдвига по частоте фильтров ДПФ проектируемого анализатора спектра.

4. **Метод расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки**, позволяющий анализировать частоты между частотами стандартного ДПФ, а также уменьшать погрешности измерений, возникающие из-за шума округления, за счет варьирования дополнительно введенного параметра.
5. **Быстрый алгоритм вычисления дискретного преобразования Гильберта музыкально-акустических сигналов**, позволяющий в два раза уменьшить объем используемой памяти и сократить вычислительные затраты за счет вычисления двух ДПФ в два раза меньшего размера.
6. **Быстрый алгоритм вычисления скользящего спектра Фурье музыкально-акустических сигналов** на основе ДПФ-П, позволяющий анализировать частоты между коэффициентами стандартного ДПФ и делать это за один такт дискретизации, что невозможно при использовании уже известных *методов и алгоритмов на основе ДПФ-П*, в том числе при использовании БПФ-П.
7. **Обобщение понятия линейной инверсии дискретного времени для базисов ДПФ-П**, которое позволяет осуществлять в компьютере фильтрацию музыкально-акустических сигналов методом блочной обработки на основе ДПФ-П с нулевым сдвигом фаз.

**Достоверность и обоснованность** полученных в диссертационной работе результатов и выводов подтверждены строгими математическими доказательствами свойств разработанных методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки МАС и существования быстрых процедур их реализации. Полученные научные и практические результаты подтверждаются также их представительным обсуждением в научных изданиях и выступлениях на международных и всероссийских научных конференциях.

**Практическая значимость результатов** диссертационного исследования заключается в том, что предложенные методы и алгоритмы компьютерной

спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье эффективно, с получением обладающих новизной результатов:

- использовались при выполнении НИР по Федеральной целевой программе «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы по теме «Принципы контроля оптических сред в биологии и экологии с использованием методов обработки результатов измерений на основе квантификационных моделей»;
- внедрены в учебном процессе в ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова» на кафедрах: «Радиотехника», «Приборы и методы измерений, контроля, диагностики»:
  - для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»,
  - для студентов специальности 12.03.01 «Приборостроение» специальности «Приборы и методы контроля качества и диагностики»,
  - для магистрантов по программам подготовки 12.04.01–1 «Приборы, системы и изделия биомедицинского назначения»;
- входят в ядро систем компьютерной обработки сигналов в музыкальной акустике, а также могут быть применены в системах компьютерной обработки виброакустических, речевых, биомедицинских, гидроакустических и многих других сигналов, имеющих структуру аналогичную сигналам в музыкальной акустике.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Методы компьютерной спектральной обработки МАС на основе ДПФ-П:
  - Метод локализации спектральных пиков;
  - Метод спектральной обработки в заданном диапазоне частот;
  - Метод получения прореженных коэффициентов ДПФ-П;
  - Метод расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки.

Разработанные методы существенно расширили функциональные возможности классических методов спектральной обработки МАС, дополнили их математический инструментарий, сохранив при этом возможность наглядной физической интерпретации и толкование получаемых результатов.

2. Быстрые алгоритмы:

- реализации дискретного преобразования Гильберта (ДПГ);
- скользящего ДПФ-П для спектрально – временной обработки сигналов.

Разработанные алгоритмы быстрой обработки сигналов позволяют эффективно (с получением обладающих новизной результатов) осуществлять преобразования ДПГ и ДПФ-П.

3. Обобщение понятия линейной инверсии дискретного времени для базисов ДПФ-П. Понятие значимо при рассмотрении теоретических и практических вопросов компьютерной спектральной обработки, при изучении математических основ ДПФ и ДПФ-П, при изложении теоретических основ цифровой фильтрации.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались на 11 международных и всероссийских научных конференциях: VIII Всероссийской научно-технической конференции «Приборостроение в XXI веке – 2012» с международным участием, посвященной 60-летию Ижевского государственного технического университета имени М.Т.Калашникова. Ижевск. 2012 г.; 15-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA –2013». Москва. 2013 г.; 7-й Международной научно-технической конференции «Приборостроение – 2014», Минск, Республика Беларусь, 2014 г.; 5-й международной научно-технической конференции «Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов». Могилев, 2014 г.; 16-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA –2014». Москва. 2014 г.; XI международной научно-технической конференции «Приборостроение в XXI

веке – 2015». Ижевск. 2016 г.; 17-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA – 2015». Москва. 2015г.; 8-й международной научно-технической конференции «Приборостроение – 2015». Минск. 2015 г.; 18-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. DSPA – 2016». Москва. 2016 г.; 19-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA – 2017». Москва. 2017 г.; 10-й Международной научно-технической конференции «Приборостроение – 2017», Минск, Республика Беларусь, 2017 г.

**Публикация результатов диссертации.** По материалам диссертационного исследования опубликовано 35 печатных работ [39- 73], из них 1 статья в журнале, входящем в международную реферативную базу данных и систему цитирования *Scopus*, 4 статьи в журналах, составляющих ядро коллекции Российского индекса научного цитирования *Science Index* (РИНЦ), которое размещено на платформе *Web of Science* как *Russian Science Citation Index* (RSCI), 5 статей опубликованы в зарубежных научных изданиях; 10 статей в журналах, входящих в перечень ВАК РФ рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, 6 научных работ выполнены соискателем лично [43, 58, 60, 63, 72, 73], остальные в соавторстве.

Научные и прикладные результаты, изложенные в диссертационном исследовании, получены соискателем лично.

В статьях по теме диссертации, опубликованных в журналах, входящих в перечень ВАК РФ рецензируемых научных изданий, в международную реферативную базу данных и систему цитирования *Web of Science* и выполненных в соавторстве [39-42, 44, 45, 46, 48, 71], соискателю принадлежит: разработка алгоритма скользящего однобинового параметрического дискретного преобразования Фурье [39] и разработка алгоритма и компьютерной программы, реализующей метод вычисления дискретного преобразования Фурье действительных сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье [40]; формализация построения обобщенного семейства

трапецеидальных временных окон, а также разработка метода и алгоритма построения огибающих поверхностей их амплитудно-частотных характеристик [41]; разработка метода линейной инверсии дискретного времени в базисе параметрического дискретного преобразования Фурье [42]; разработка метода и алгоритма измерения частоты сигналов на базе параметрического дискретного преобразования Фурье [44]; алгоритм компьютерной блочной обработки с накоплением [45]; разработка метода повышения точности цифровой обработки сигналов [46]; алгоритм однобинового скользящего ДПФ в виде скользящего однобинового скользящего ДПФ [48]; получение выражения огибающих ангармонических действительных сигналов в аналитической форме [71]. Остальные результаты в статьях, выполненных в соавторстве и опубликованных в журналах, входящих в перечень ВАК РФ рецензируемых научных изданий, принадлежат соавторам.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 141 источника и трех приложений, которые содержат результаты обработки тестовых музыкально-акустических сигналов и копии актов о внедрении результатов диссертационной работы. Общий объем работы 186 страниц, включая 107 рисунков и 10 таблиц.

Автор выражает благодарность научному руководителю, д.т.н., профессору, Заслуженному работнику Высшего образования РФ, Хворенкову Владимиру Викторовичу, а также сотрудникам кафедр «Радиотехника», «Приборы и методы измерений, контроля, диагностики» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Министерства образования и науки «Ижевский государственный технический университет им. М.Т.Калашникова» за помощь и поддержку.

**КОМПЬЮТЕРНАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА  
СИГНАЛОВ В МУЗЫКАЛЬНОЙ АКУСТИКЕ.  
ПОСТАНОВКА НАУЧНОЙ ЗАДАЧИ ДИССЕРТАЦИОННОГО  
ИССЛЕДОВАНИЯ**

**1.1. Задачи спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике.**

**Понятие музыкально-акустического сигнала**

Музыкальная акустика изучает музыкальные звуки<sup>1</sup> [1, 2, 26], которые, с одной стороны, имеют объективные физические характеристики, т.к. представляют собой объективный процесс передачи механических колебаний в упругой среде, а с другой, важны только благодаря субъективным характеристикам, т.к. создаются с целью эмоционального и эстетического воздействия на человека через его слуховые ощущения.

К объективным характеристикам звука относятся, например, частота, интенсивность, длительность, к субъективным – высота тона, громкость, тембр, гармония, интонационная составляющая музыки.

Вопросами соответствия между физическими характеристиками и слуховыми ощущениями занимается психоакустика. В настоящее время она активно развивается, делаются все новые открытия в части работы слуховой системы, выдвигаются новые гипотезы [2, 26, 114, 117, 118].

Слуховая система человека [3, 16, 26, 91, 96-98, 105, 111] имеет сложную организацию и принципы ее работы до конца не изучены, но известно, например, что субъективные характеристики звуков связаны с их объективными характеристиками *неоднозначно и нелинейно* [1, 2, 114, 117]. Так, громкость

---

<sup>1</sup> **Музыкальный звук** (греч. φθόγγος, лат. *vox, sonus*, нем. *Ton*, англ. *musical tone, musical pitch*) употребляется в двух значениях: *в специальном значении* – звук определённой высоты, используемый как материал для создания музыкальных сочинений, *в широком значении* – звуки, используемые в музыкальной практике.

зависит не только от интенсивности звука, но и от его частоты, и от формы спектра, а высота тона – не только от частоты основного тона, но и от формы волны. При этом связь между интуитивно близкими друг другу субъективными и объективными характеристиками – громкостью и интенсивностью, высотой тона и частотой – выражается не линейным, а логарифмическим законом (*закон Фехнера – «Ощущения слуховой системы человека пропорциональны отношению логарифмов стимула»*). Что в свою очередь применимо к частотам до 5000 Гц, а для более высоких частот в слуховой системе задействуются другие механизмы и для них наблюдаются другие закономерности.

Известно также, что важнейшим свойством слуховой системы, позволяющим выделять и классифицировать звуки в окружающем пространстве, в том числе воспринимать интонационную составляющую музыки, т.е. мелодию и гармонию, и отличать музыкальные звуки одной высоты и громкости, сыгранные на разных инструментах или спетые разными людьми, является *способность определять высоту звука и тембр*, цитируя [1, 115, 117, 121]:

- В соответствии с международным стандартом ANSI- 1994 "Высота (Pitch) – это *атрибут слухового ощущения* в терминах, в которых звуки можно расположить по шкале от низких к высоким. Высота *зависит главным образом от частоты звукового стимула*, но она также зависит от звукового давления и от формы волны".
- Американский стандарт ANSI-S3.20 дает ему (тембру, *timbre*, «качество тона», «окраска тона», «*tone quality*») такое определение: «Тембр – *атрибут слухового восприятия*, который позволяет определить, что два звука, имеющие одинаковую высоту и громкость, отличаются друг от друга.». А в 1973 г. к этому определению было добавлено «Тембр *зависит от спектра сигнала*, и он (тембр) также зависит от формы волны звукового давления, расположения частот в спектре и временных характеристик звука».

В целом, в отношении **определения высоты тона**, согласно работам [1, 2, 26, 114, 118], выделяются следующие ключевые моменты:



- слуховая система человека способна различать высоту тона только у звуков периодической структуры. слуховая система человека присваивает звуку высоту его основного тона, поскольку его спектр состоит из гармоник – обертонов, частоты которых находятся в целочисленных отношениях;
- у звука, для которого условие периодичности не выполняется, слуховая система человека не может определить высоту тона и воспринимает его как шумовой сигнал. Например, звуки таких музыкальных инструментов как тарелки, маракасы, щетки, гонги и др. не имеют определенной высоты и воспринимаются как шумовые;
- слуховая система человека может различить по высоте два звука, отличающихся по частоте всего на 0,2%. Такая высокая разрешающая способность слуха позволяет выделять примерно 140 градаций высоты тона ниже частоты 500 Гц, а в диапазоне от 500 Гц до 16 кГц – примерно 480 градаций высоты тона (всего 620 градаций);
- ощущение высоты чистого тона (одной частоты) связано не только с частотой, но и с интенсивностью звука и его длительностью; фазовые соотношения в звуковом сигнале оказывают существенное влияние на звуковысотные отношения (на мелодию и гармонию).

Таким образом, высота тона, являясь субъективной характеристикой, позволяет классифицировать звуки и служит в музыке основой мелодии, гармонии и интонации. Частота основного тона – объективная, физическая характеристика, от которой главным образом зависит высота тона.

В отношении **определения тембра** показательными являются основные этапы становления понятия «тембр» [2, 26, 33, 120]:

- Исследуя музыкальные звуки, Гельмгольц (1877 г.) пришел к выводу, что «разница в музыкальном качестве тона (тембре) зависит только от

присутствия и силы парциальных тонов (обертонов), и не зависит от разности фаз, с которой эти парциальные тоны вступают в композицию»<sup>2</sup>.

- Флетчер (1938г.) пришел к заключению, что тембр зависит от обертоновой структуры звука, но изменяется при изменении громкости и высоты тона, хотя обертоновая структура может при этом сохраняться.
- Ликлайдер (1951 г.) показал, что тембр является *многомерным объектом восприятия* и зависит от общей обертоновой структуры звука, которая также может меняться с изменением громкости и высоты тона.
- В стандарт США ANSI-60 (1973 г.) к существующему определению: «*Тембр – атрибут слухового восприятия, который позволяет слушателю судить, что два звука, имеющие одинаковую высоту и громкость, различаются друг от друга*» сделано следующее дополнение: «*Тембр зависит от спектра сигнала, и он (тембр) также зависит от формы волны, звукового давления расположения частот в спектре и временных характеристик звука*».
- Пломп (1976 г.) доказал, что восприятие тембра зависит как от амплитудного спектра – в первую очередь, от формы спектральной огибающей, так и от фазового спектра.
- Россинг (1990 г.) показал, что тембр зависит от временной огибающей звука и его длительности.
- Начиная с 1995 года происходит переход к изучению тембра с системных позиций, который основан на общих принципах *гештальт-психологии распознавания слуховых образов*, на базе временных, спектральных, и векторных описаний сигналов, а также огибающих в соответствующих областях.

Таким образом тембр является сложной субъективной характеристикой [1, 2, 3, 16, 26, 96-98, 114], которая зависит от многих объективных характеристик, в том числе от структуры обертонов.

---

<sup>2</sup> Данное заключение практически дословно воспроизводится в современных учебниках физики (см., например, элементарный учебник физики / под ред Ландсберга Г.С.– В 3 томах. Том 3. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика – М. : Физматгиз, 2015.- 662с.).

В то же время во многих исследованиях [1, 2, 26, 117] тембр выступает в роли объективной характеристики, подразумевая под собой не выводы о том, как именно будет восприниматься звук слуховой системой – яркий, сочный, бархатистый и т.п., но возможность объективного различения тембров разных инструментов и голосов, и учитывая в себе не только обертоновую структуру, но и характер их изменения во времени.

**С технической точки зрения**, согласно современной теории измерений [99, 108-110] звук, записанный на материальный носитель и подразумевающий обработку с целью извлечения информации, является *сигналом*, а разница между объективными и субъективными характеристиками отражается в понятиях *физических* и *внефизических* измерений.

*Физические измерения* имеют целью установление значений количественных (связанных с естественными эталонами) объективных характеристик исследуемого физического объекта таких, как, например, частота, амплитуда, спектр.

*Внефизические измерения* опираются на субъективные характеристики исследуемого объекта, которые связаны с его вербальными характеристиками, такими, например, как в случае исследования тембра: сухой, сочный, бархатистый, звонкий, мягкий, морозный и т.п.

Физические и внефизические измерения различаются между собой возможностью формализованного (математического) описания процедур измерения. Если физические измерения допускают исчерпывающую формализацию процедур измерения, то с внефизическими измерениями дело обстоит гораздо сложнее, поскольку последние, включают в себя наряду с формализуемыми процедурами измерений, которые могут и отсутствовать, и неформализуемые процедуры, выполняемые человеком, в нашем случае – его слуховой системой.

При таком подходе определение высоты тона и особенно тембра – это *внефизические* измерения, которые в настоящее время не формализованы до такой степени, чтобы ставить задачу компьютерной обработки, в частности, как

упоминалось выше, психоакустика, которая из-за востребованности в настоящее время активно развивается, испытывает недостаточность знаний о зависимостях между субъективными и объективными характеристиками звуков.

В то же время определение основного тона и тембра, в его понимании как объективной характеристики, позволяющей различать звуки разных инструментов и голосов на основе структуры обертонов и характера их развертывания во времени, – это *физические измерения*, связанные с компьютерной обработкой сигналов и важные уже сейчас для развития компьютерных музыкальных технологий, а в перспективе, по мере развития психоакустики, станут основой и внефизических измерений.

Таким образом, рассматривая компьютерную обработку сигналов в музыкальной акустике как систему определения объективных характеристик сигналов, от которых зависят важнейшие субъективные характеристики восприятия музыкальных звуков, мы имеем дело с базовой структурой обработки сигналов в музыкальной акустике – музыкально-акустических сигналов.

Дадим определение. Музыкально-акустические сигналы (МАС) – это сигналы, являющиеся записью звуков, используемых в музыке, с целью их последующей обработки, и представляющие собой подкласс семейства звуковых сигналов, способных вызвать слуховые ощущения.

Основными характеристиками МАС, как отмечалось выше, являются основной тон и тембр, в его понимании как объективной характеристики, позволяющей отличать МАС разных музыкальных инструментов и голосов на основе частотного и частотно-временного спектра.

Именно эти характеристики – основной тон и тембр, – позволяют выделять конкретные МАС из общего музыкально-акустического потока. Успешное решение этих задач является важным этапом решения многих прикладных задач в разных областях приложений музыкальных технологий: музыкальных редакторах, нотных редакторах, обучающих музыкальных программах.

## 1.2. Математические модели музыкально-акустических сигналов

Компьютерная обработка сигналов, заключающаяся в извлечении содержащейся в сигналах информации, в частности извлечение информации об основном тоне и тембре из музыкально-акустических сигналов, требует обобщенного математического представления исследуемых сигналов в виде тех или иных математических моделей, т.е. описания исследуемых сигналов на формальном языке математики с помощью математических объектов, позволяющем сделать выводы об особенностях этих сигналов.

Согласно [99, 114] музыкально-акустические сигналы (МАС) можно описать моделями следующего вида:

$$Z = f(X, A, B, C, \dots); \quad (1.1)$$

где  $Z$  — основной информативный параметр сигнала;  $X$  — независимый аргумент сигнала (может быть вектором);  $A, B, C, \dots$  - параметры сигнала.

Проведенный анализ показал, что в качестве независимого аргумента сигнала используется или время — тогда модели называются временными моделями, или частота — частотные модели, или частота и время одновременно — частотно-временные модели, что отражает область обработки сигнала: временную, частотную или частотно-временную.

При компьютерной обработке используются дискретизированные МАС, при этом на сигнал, исходя из теоремы Котельникова, накладывается ограничение о том, что он не должен содержать частот выше половины частоты дискретизации. Отметим, что в настоящее время стандартной частотой дискретизации для музыкально-акустических сигналов является частота 44.1 кГц, что в соответствии с теоремой Котельникова позволяет работать с частотами до 22кГц. Такого диапазона считается достаточно для передачи музыкально-акустических сигналов, т.к. слуховая система человека воспринимает частоты до 20кГц.

Чтобы представить музыкально-акустические сигналы математически, обратимся к структуре музыки и музыкальных звуков. Музыка состоит из

музыкальных звуков – звуков, издаваемых музыкальными инструментами и речевым аппаратом человека при пении, и осмысливаются они человеком или как тоновые, если есть периодическая составляющая определенной частоты, или как шумовые. При этом тоновые звуки – это не отдельные частоты, а наборы частот, связанных целочисленными отношениями, т.е. звуки определенной частоты с обертонами.

В работе [35] введено понятие *ангармонического сигнала*, как отдельного класса периодических сигналов, представляющего собой сумму основного гармонического сигнала (гармонического сигнала наименьшей частоты) и некоторых его гармоник (гармонических сигналов более высоких частот, кратных частоте основного гармонического сигнала).

Во избежание возможных неточностей в понимании этого термина, дадим пояснение относительно схожего понятия *полигармонического сигнала* и общего понятия *дискретных периодических сигналов*, а также логически связанного с ними понятия *почти периодических сигналов*.

*Полигармонический дискретный сигнал* – это сигнал, состоящий из  $2p$  гармоник с определенными амплитудами и частотами:

$$x(n) = a_0 / 2 + \sum_{i=1}^p x_i(n); \quad (1.2)$$

где  $x_i(n) = a_i \cos [2 \cdot \pi \cdot k_i \cdot n / N] + b_i \sin [2 \cdot \pi \cdot k_i \cdot n / N]$ ,  $a_i$ ,  $b_i$  – амплитуды  $i$  – й косинусоидальной и  $i$  – й синусоидальной гармоники  $k_i$  частоты,  $N$  – конечный интервал, на котором задан сигнал  $x(n)$ .

Возможно представление полигармонического дискретного сигнала  $x(n)$  также и в виде  $p$  гармонических компонент с определенными амплитудами –  $A_i$ , частотами –  $k_i$  и фазами –  $\varphi_i$ :

$$x_i(n) = A_0 + A_i \cos \left[ \frac{2\pi k_i n}{N} - \varphi_i \right], \quad (1.3)$$

где  $A_0 = a_0 / 2$ ,  $A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$ ,  $\varphi_i = \arctg (b_i / a_i)$ ,  $A_i$ ,  $k_i$ ,  $\varphi_i$  – соответственно амплитуда, частота и фаза  $i$  – гармонической компоненты.

В том случае, когда частоты  $k_i$  гармонических компонент полигармонического дискретного сигнала соизмеримы (т.е. отношения всех возможных пар частот  $k_i/k_j$ ,  $i, j \in p$  представляют рациональные числа), дискретные сигналы (1.2) и (1.3) являются *дискретными периодическими сигналами* с основным периодом  $N_p$ . Период  $N_p$  равен произведению интервала  $N$  на общий знаменатель  $d$  значений частот  $k_i$ ,  $i \in p$ . В этом случае дискретный сигнал  $x(n)$  точно повторяет свои значения через интервал  $N_p$ :

$$x(n) = \sum_{i=1}^p x_i(n) = x(n + m \cdot N_p); \quad (1.4)$$

$$m = \overline{1, \infty}; \quad N_p = N \cdot d.$$

Отметим, что период  $N_p$  совпадает с интервалом задания сигнала  $N$  тогда и только тогда, когда общий знаменатель  $d$  значений частот  $k_i$ ,  $i \in p$  равен единице. Для дискретных периодических сигналов с периодом  $N_p$  вводится понятие частоты  $k_1$  основной гармонической компоненты  $x_1(n)$  (основной частоты  $k_1$ ):

$$x_1(n) = a_1 \cos [2 \cdot \pi \cdot k_1 \cdot n / N_p] + b_1 \sin [2 \cdot \pi \cdot k_1 \cdot n / N_p]; \quad k_1 = 1. \quad (1.5)$$

*Дискретный ангармонический сигнал* – это дискретный периодический сигнал, представляющий собой сумму основной гармонической компоненты  $x_1(n)$  (гармонического сигнала наименьшей частоты в составе дискретного периодического сигнала) и некоторого набора ее гармоник (гармонических сигналов более высоких частот, кратных частоте основной гармонической компоненты  $x_1(n)$ ). На практике некоторые гармоники могут отсутствовать, в том числе и основная гармоническая компонента.

Следующим классом полигармонических дискретных сигналов являются *дискретные почти периодические сигналы*. В том случае, когда частоты  $k_i$  гармонических компонент, полигармонического дискретного сигнала

несоизмеримы (т.е. некоторые отношения из всех возможных пар частот  $k_i/k_j$ ,  $i, j \in p$  представляют иррациональные числа), дискретные сигналы (1.2) и (1.3) являются *дискретными почти периодическими сигналами*, которые математически описываются дискретными почти периодическими функциями<sup>3</sup>:

$$|x(n) - x(n + N_{p.p.})| < \varepsilon; \quad (1.6)$$

где  $N_{p.p.}$  – почти период дискретного почти периодического сигнала.

Из сравнения формул (1.4) и (1.6) можно сделать важный вывод о том, что период  $N_p$  является глобальной характеристикой *дискретного периодического сигнала*, в то время как почти период  $N_{p.p.}$  характеризует *дискретный почти периодический сигнал* лишь локально. Другими словами, основной период дискретного почти периодического сигнала равен бесконечности.

Несмотря на то, что в дальнейшем *полигармонические* и *почти периодические сигналы* в диссертационном исследовании практически не рассматриваются, определение данных классов сигналов дано, поскольку в технической литературе изложение вопросов или не обсуждается подробно (см., например, [99]), или даже содержит неточности (см., например, определение почти периодических сигналов, данное в работе [26]), а это, в свою очередь, может приводить к непониманию или неверным выводам относительно существенного для работы понятия *ангармонических сигналов*.

С введением понятия ангармонических сигналов изложенная выше информация о структуре музыкальных звуков представляется в виде

---

<sup>3</sup> **Почти периодическая функция** – это функция, значения которой при добавлении к аргументу надлежащим образом выбранных постоянных чисел (почти периодов) *приближённо* повторяются. Более точно: непрерывная функция  $x(t)$ , определённая для всех действительных значений  $t$ , называется почти периодической, если для каждого  $\varepsilon > 0$  можно указать такое  $l = l(\varepsilon)$ , что в каждом интервале оси  $t$  длины  $l$  найдётся, хотя бы одно число  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , для которого при любом  $t$  выполняется неравенство  $|x(t + \tau) - x(t)| < \varepsilon$ . Числа  $\tau$  называются **почти периодами** функции  $x(t)$ . Периодическая функция – является частным случаем почти периодической функции.



математической модели музыкально-акустических сигналов во временной области следующим образом:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^{N_1} X_i(t) + \sum_{j=1}^{N_2} Y_j(t) + \sum_k^{N_3} \xi_k(t); \quad (1.7)$$

где  $Z(t)$  – исследуемый музыкально-акустический сигнал;  $X_i(t)$  –  $i$  ангармонический сигнал, являющийся моделью  $i$  инструмента или вокала;  $Y_j(t)$  – сигнал, являющийся моделью  $j$  шумового музыкального инструмента;  $\xi_k(t)$  – сигнал, являющийся моделью  $k$  помехи.

Модель  $i$  инструмента или вокала  $X_i(t)$ , представляющая собой ангармонический сигнал, позволяет выявлять искомые объективные характеристики музыкальных звуков:

- задача определения частоты тона – это задача определения частоты основной гармонической компоненты  $i$  ангармонического сигнала  $X_i(t)$ ;
- задача определения тембра – это задача определения состава и характера проявления во времени гармоник  $i$  ангармонического сигнала  $X_i(t)$ .

Отдельно отметим, что в определении *ангармонических сигналов* не фигурируют требования к начальным фазам основной гармонической компоненты и ее гармоник, что делает модель более гибкой и адекватной задаче определения основного тона и, особенно, тембра.

Проиллюстрируем ангармоническую структуру музыкально-акустических сигналов на примере тестовых файлов музыкальных инструментов разных классов: *пианино*<sup>4</sup> и *валторны*<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> **Пианино** (итал. *Pianino*) – струнно-клавишный музыкальный инструмент с ударным способом звукоизвлечения, разновидность фортепиано с вертикальным расположением струн. Современный диапазон 7 1/3 октав, 88 клавиш-полутонов, от «ля» субконтроктавы до «до» 5-й октавы. Частотный диапазон пианино от 27,5 Гц до 4 186 Гц.

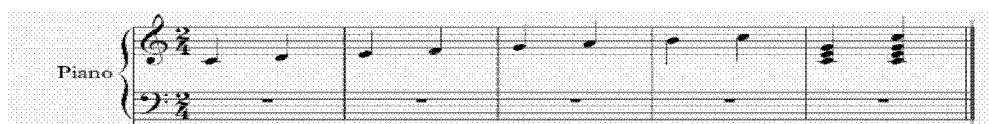
<sup>5</sup> **Валторна** (англ. *Horn in F*) – медный духовой музыкальный инструмент тенорового регистра. Диапазон валторны по действительному звучанию от «си» контроктавы до «фа» второй октавы, со всеми промежуточными звуками по хроматическому звукоряду. Частотный диапазон валторны от 61, 735 Гц до 698, 456 Гц.

Спектральный анализ был проведен с помощью компьютерных программ, написанных автором в программной среде проектирования инженерных приложений MATLAB (Matrix Laboratory), и компьютерной программы Adobe Audition CS6, предназначенной для профессиональной работы со звуком и звуковыми файлами.

Параметры спектрального анализа музыкальных файлов:

- частота квантования сигналов – 44100 Гц;
- число разрядов аналого-цифрового преобразователя (АЦП) – 16;
- число временных отсчетов сигнала для расчета спектров  $N = 1024$ .

В файлах сыграна гамма *C-dur* (до-мажор) в первой октаве:



На спектрограммах<sup>6</sup> тестовых файлов, полученных в программе Adobe Audition CS6 (рисунки 1.1, 1.3) отчетливо видны обертоновые структуры для каждой ноты, и это же видно на спектрах первой ноты «до», полученных в среде MATLAB (рисунки 1.2, 1.4)

---

<sup>6</sup> **Спектрограмма** – мгновенный (скользящий) амплитудный спектр сигнала, вычисляемый в скользящем (или «скачущем») временном окне. Спектрограмма представляет собой графическое изображение мгновенного (скользящего) амплитудного спектра в координатах (время-частота), отображая значения мгновенного амплитудного спектра в виде цвета.

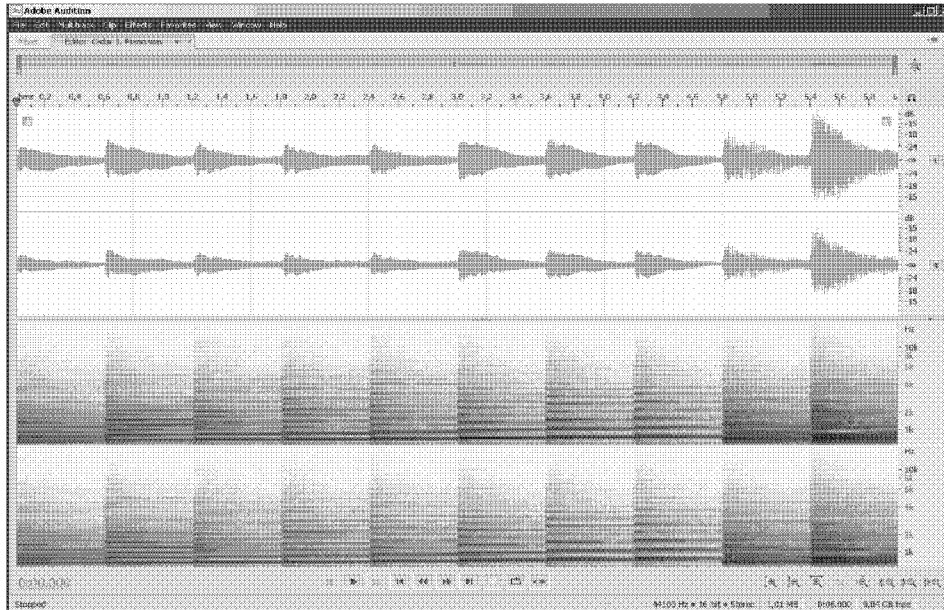


Рисунок 1.1 – Временные реализации ( $L$  – левый и  $R$  – правый каналы) тестового музыкального файла *пианино* и их спектрограммы

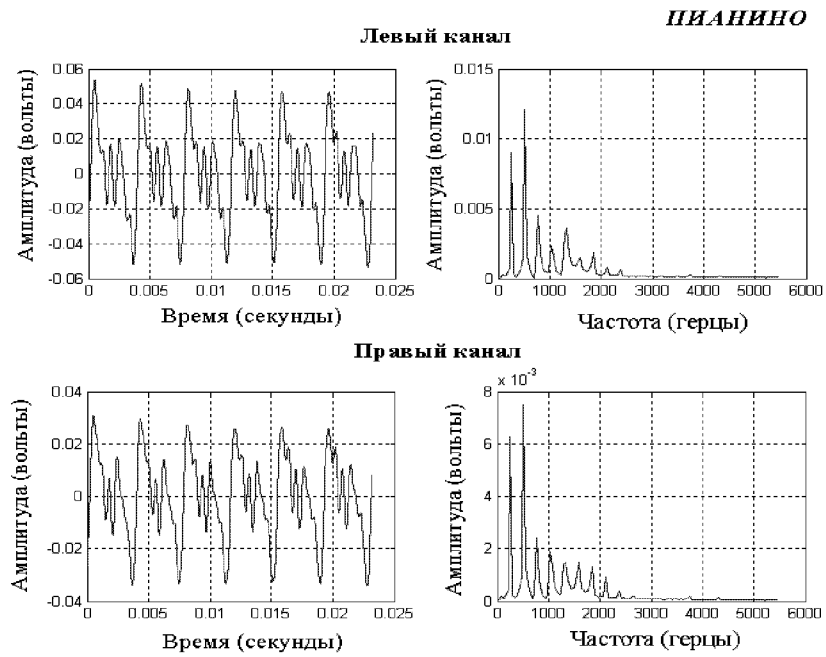


Рисунок 1.2 – Временные реализации (левый и правый каналы) ноты «до» тестового музыкального файла *пианино* и их спектры

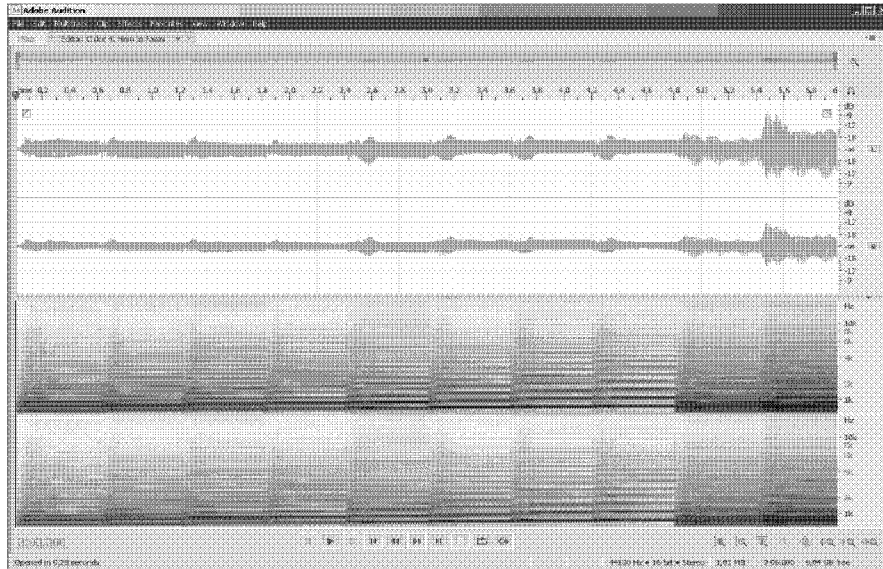


Рисунок 1.3 – Временные реализации ( $L$  – левый и  $R$  – правый каналы) тестового музыкального файла *валторны* и их спектрограммы

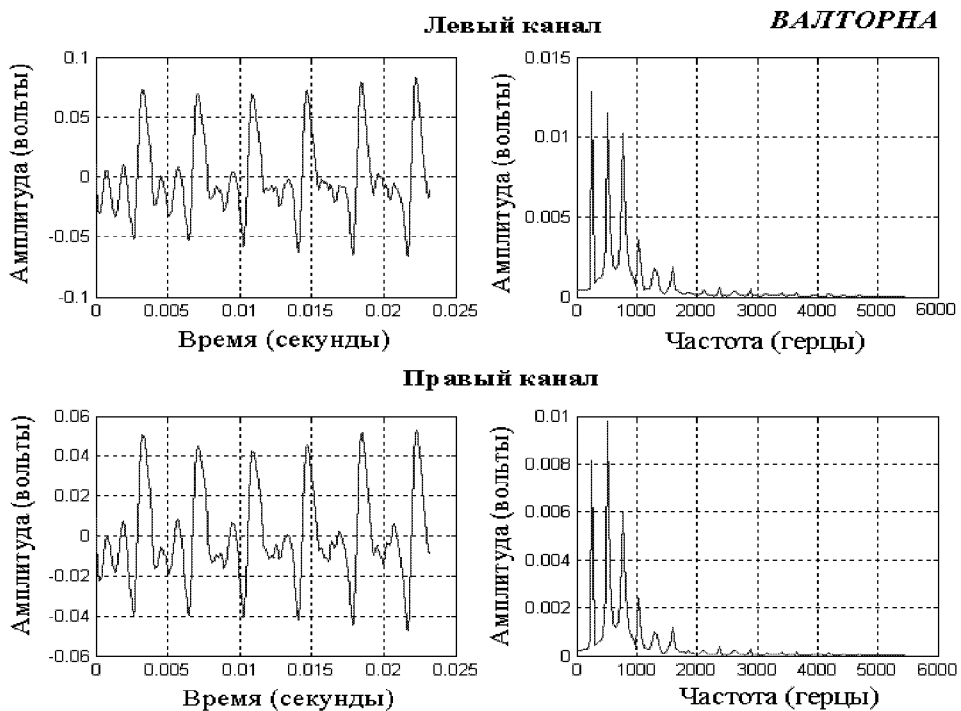


Рисунок 1.4 – Временные реализации (левый и правый каналы) ноты «до» тестового музыкального файла *валторны* и их спектры

При этом картина обертонов на спектрах разных инструментов (рисунки 1.2, 1.4) разный несмотря на то, что звучит одна и та же нота, т.е. звук одной и той же основной частоты.

Ситуация с аккордами, особенно при наличии в аккорде одноименных нот разных октав, для которых частота одной ноты кратна частоте другой и входит в ее обертоновую структуру, сложнее.

На рисунках 1.5, 1.6 приведены спектры аккордов, на которых видно, что при одновременном воспроизведении разных нот в аккордах обертона этих нот могут маскировать друг друга. При этом основные тоны разных нот на спектре видны.

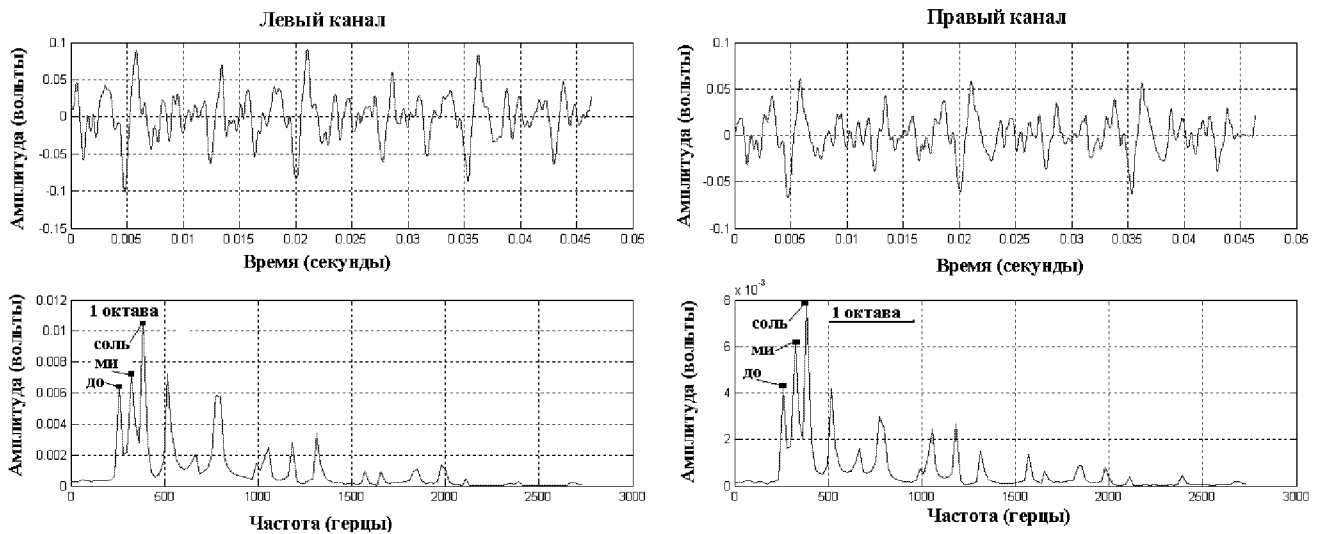


Рисунок 1.5 – Временные реализации (левый и правый каналы) трезвучия – из 3-х нот – тестового музыкального файла *пианино* и их спектры

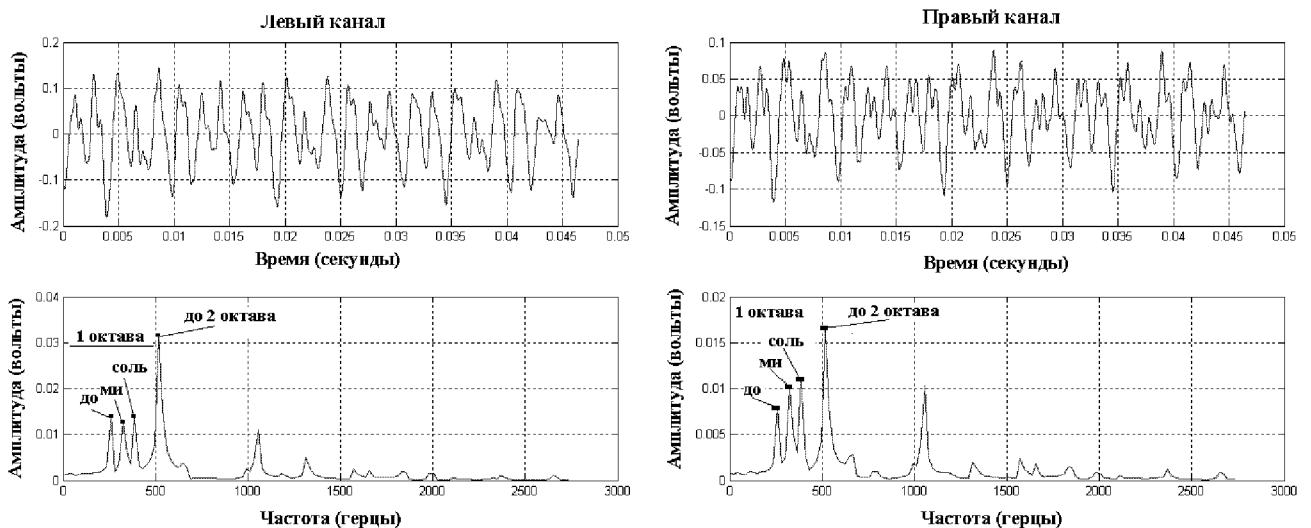


Рисунок 1.6 – Временные реализации (левый и правый каналы) развернутого трезвучия – из 4-х нот – тестового музыкального файла *пианино* и их спектры

При анализе голосового пения ангармоническая структура также видна, но основной тон и все обертона во времени могут меняться, как это видно на спектрограмме женского оперного пения высоких нот (рисунок 1.7) и спектре основной части (рисунок 1.8).

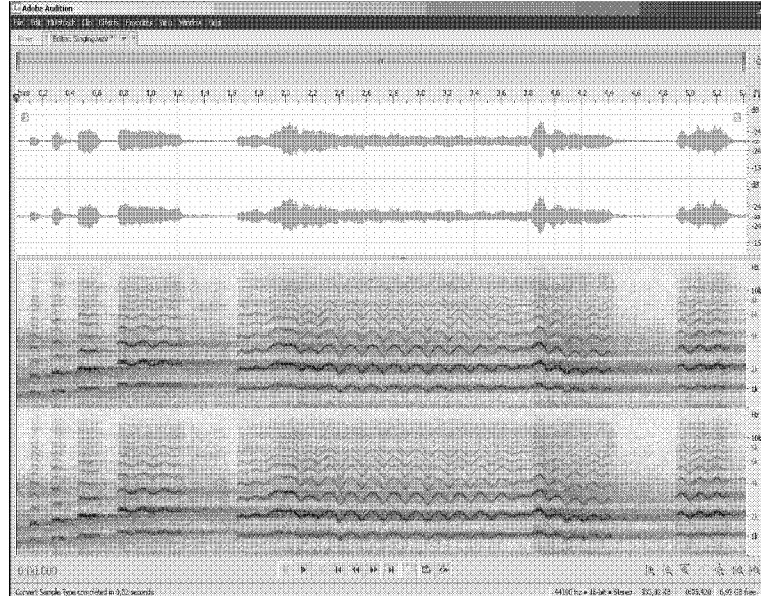


Рисунок 1.7 – Временные реализации ( $L$  – левый и  $R$  – правый каналы) тестового музыкального файла *вокал – сопрано* и их спектрограммы

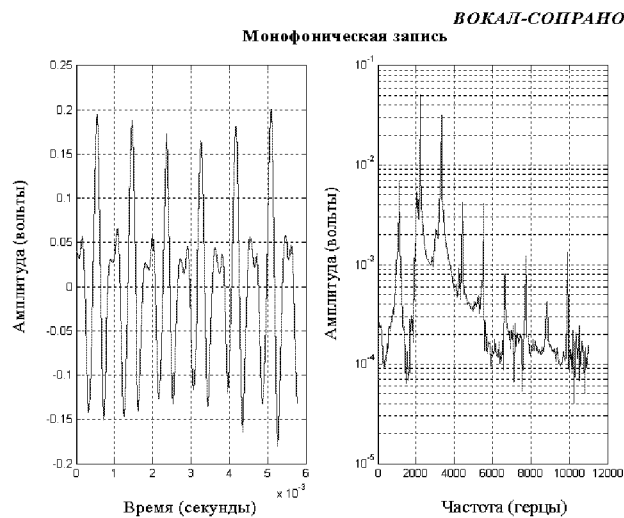


Рисунок 1.8 – Временная реализация (моно) тестового музыкального файла *вокал-сопрано* и его спектр

Таким образом, результаты спектрального анализа тестовых файлов *пианино* и *валторны*, приведенные на рисунках 1.2 и 1.4, подтверждают

обоснованность ангармонической структуры музыкально-акустических сигналов, лежащей в основе предложенной автором математической модели (1.7).

Также приведенные примеры показывают, что спектры разных инструментов для одной и той же ноты отличаются. И это же показывают результаты обработки других музыкальных инструментов, которые приведены в приложении 1, рисунки П1.2 б, П1.23 б, П1.35 б, П1.44 б, П1.55 б, П1.58 б. На рисунке 1.9 приведены фрагменты рисунков П1.2, П1.23, П1.32, П1.55.

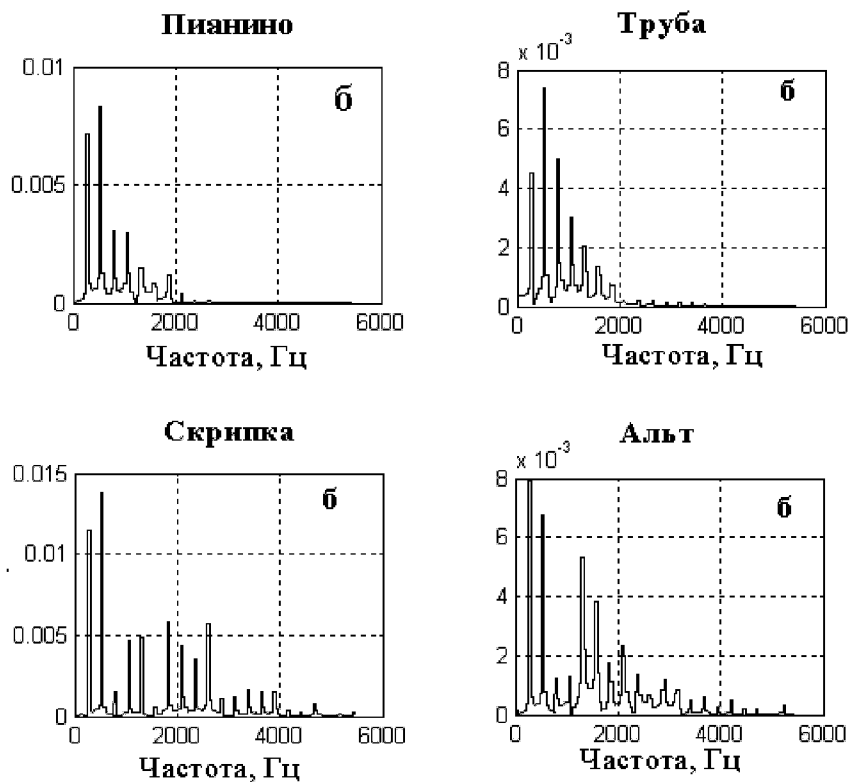


Рисунок 1.9– Энергетические спектры тестовых МАС инструментов разных классов для ноты «до» первой октавы.

Что подтверждает значимость анализа оберточной структуры в задачах определения основного тона и тембра музыкально-акустических сигналов.

Отметим, что особенности взаимодействия сигналов, проявляющиеся при одновременном звучании разных нот и разных инструментов, а также вопросы вокала, в дальнейшем не рассматриваются, поскольку выходят за рамки настоящего исследования.

### 1.3. Методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки музыкально-акустических сигналов. Дискретное преобразование Фурье (ДФФ)

Для спектральной обработки музыкально-акустических сигналов (МАС) используются классические методы спектральной обработки. Так, для определения частоты основного тона МАС используются те же методы, что и для определения частоты основного тона других сигналов, имеющих, подобно МАС, ангармоническую структуру, например, речевых сигналов (РС), виброакустических сигналов (ВАС) и гидроакустических сигналов (ГАС) [1, 2, 3, 4, 26, 32, 35, 39, 44, 49, 50, 51, 131, 132, 138].

На основе анализа литературных источников, а также результатов собственных исследований, сделан вывод о том, что множество методов и алгоритмов определения частоты основного тона *ангармонических сигналов* (МАС, РС, ВАС, ГАС и др.), в основе которых лежит спектральная обработка, можно разбить на семь групп, каждая из которых основана на некотором базовом подходе: 1) решении задачи выявления скрытых периодичностей [101]; 2) оценке разницы частот между выявленными обертонами; 3) вычислении наибольшего общего делителя (НОД) частот выявленных обертонов; 4) автокорреляционных методах обработки исходного сигнала; 5) кепстральном анализе; 6) анализе огибающей биений двух соседних обертонов; 7) методе произведения гармоник спектра [90].

В отношении методов и алгоритмов определения тембра МАС, основываясь на литературных источниках информации [1, 2, 26, 114-120] и на результатах собственных исследований, автор выделил следующие научные направления обработки МАС: 1) векторный анализ МАС в разных фазах с целью выявления фазовых и амплитудных соотношений обертонов во времени; 2) спектральный анализ МАС в начальной фазе с целью выявления порядка проявления обертонов; 3) скользящий спектральный анализ МАС во всех фазах с целью выявления изменений формы огибающей спектра; 4) анализ изменений



формы временной огибающей МАС во времени; 5) анализ изменений формы временной огибающей обертонов с целью выявления модуляций.

Не останавливаясь на рассмотрении каждой из вышеназванных групп и направлений – они подробно рассмотрены в главах 3 и 4, – заметим, что все они на той или другой стадии используют дискретное преобразование Фурье (ДПФ), которое представимо в двух формах: алгебраической и матричной [35,40].

#### Алгебраическая форма ДПФ:

$$S_N(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}; \quad (1.8)$$

где  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$  – дискретизированный по времени МАС (ДМАС);

$S_N(k)$ ,  $k = \overline{0, (N-1)}$  – коэффициенты – или, по-другому, бины<sup>7</sup> – ДПФ, совокупность которых определяет амплитудно-частотный и фазово-частотный спектры ДМАС;

$W_N^{kn} = \exp(-j \frac{2\pi}{N} kn)$  – дискретные экспоненциальные функции (ДЭФ).

#### Матричная форма ДПФ:

$$S_N = \frac{1}{N} F_N X_N; \quad (1.9)$$

где  $X_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – ДМАС  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , представленный в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_N = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $X_N$  по системе ДЭФ, которая задается матрицей  $F_N$ :

---

<sup>7</sup> Отдельные коэффициенты (отсчеты) ДПФ называют также **бинами** от англ. «Bin» – «хранилище», «ларь», подчеркивая, что энергия сигнала под кривой  $\frac{\sin(N \cdot x/2)}{N \sin(x/2)}$ , являющейся передаточной характеристикой фильтра ДПФ, попадает в «хранилище» данного коэффициента ДПФ.



**Матричная форма СДФ:**

$$S_N^r = \frac{1}{N} F_N X_N^r; \quad (1.12)$$

где  $X_N^r = [x(0+r), x(1+r), \dots, x(N-1+r)]^T$  - ДМАС  $x(n+r)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , представленный в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_N^r = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  - вектор разложения  $X_N^r$  по системе ДЭФ.

Отметим также, что при решении многих задач компьютерной обработки дискретных сигналов, в том числе и в обработке МАС, применяют временные окна – неотрицательные вещественные весовые функции (weighting functions)  $\omega(n)$ , на которые умножается исходный сигнал  $x(n)$  перед выполнением ДПФ с целью уменьшения эффекта утечки. Применение временного окна приводит к следующему видоизменению формул (1.8–1.11):

**Алгебраическая форма ДПФ с учетом применения окна  $\omega(n)$ :**

$$S_{N,\omega}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \omega(n) W_N^{kn}; \quad (1.13)$$

где  $S_{N,\omega}(k)$  – коэффициенты ДПФ (бины) ДМАС  $x(n)$ , взвешенного окном  $\omega(n)$ .

**Матричная форма ДПФ с учетом применения окна  $\omega(n)$ :**

$$S_{N,\omega} = \frac{1}{N} F_N X_{N,\omega}; \quad (1.14)$$

где  $X_{N,\omega} = [x(0) \cdot \omega(0), x(1) \cdot \omega(1), \dots, x(N-1) \cdot \omega(N-1)]^T$  – ДМАС  $x(n)$ , взвешенный окном  $\omega(n)$  и представленный в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_{N,\omega} = [s_\omega(0), s_\omega(1), \dots, s_\omega(N-1)]^T$  – вектор разложения  $X_{N,\omega}$  по системе ДЭФ.

### Алгебраическая форма СДПФ с учетом применения окна $\omega(n)$ :

$$S_{N,\omega}^r(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n+r) \omega(n) W_N^{kn}; \quad (1.15)$$

где  $S_{N,\omega}^r(k)$  – коэффициенты ДПФ (бины) ДМАС  $x(n+r)$ , взвешенного окном  $\omega(n)$ .

### Матричная форма СДПФ с учетом применения окна $\omega(n)$ :

$$S_{N,\omega}^r = \frac{1}{N} F_N X_{N,\omega}^r; \quad (1.16)$$

где  $X_{N,\omega}^r = [x(0+r) \cdot \omega(0), x(1+r) \cdot \omega(1), \dots, x(N-1+r) \cdot \omega(N-1)]^T$  – ДМАС  $x(n+r)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$  взвешенный окном  $\omega(n)$  и представленный в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_{N,\omega}^r = [s_{\omega}^r(0), s_{\omega}^r(1), \dots, s_{\omega}^r(N-1)]^T$  – вектор разложения  $X_{N,\omega}^r$  по системе ДЭФ.

Таким образом, говоря о том, что методы спектральной обработки МАС на том или другом этапе используют ДПФ, подразумевается использование собственно ДПФ, если имеется ввиду обработка в *частотной области* (1.9, 1.10), скользящего ДПФ – в *частотно-временной области* (1.11, 1.12) или их использование в этих областях с применением временных окон (1.13–1.16).

В заключение отметим, что дискретные временные окна имеют широкое применение, поскольку позволяют бороться с нежелательными эффектами ДПФ, в существенной степени влияя на результаты спектрального анализа сложных сигналов [100, 140, 138].

Однако практическое применение известных дискретных временных окон в спектральном и векторном анализе требует либо обращения к сложным математическим функциям (тригонометрическим, гиперболическим, модифицированным функциям Бесселя и т.п.), либо дополнительной памяти для их хранения.

Соискателем совместно с соавторами [41] проведено исследование обобщенного семейства трапецеидальных дискретных временных окон, задаваемых как равнобедренные трапеции числом отсчетов нижнего основания  $N$  и числом отсчетов верхнего основания  $m$ . Проведенные исследования семейства трапецеидальных временных окон позволяют сделать вывод о том, что окна данного семейства имеют хорошие количественные характеристики (см. приложение 2), не требуя при этом значительных вычислительных затрат на их формирование (см., например, трапецеидальное окно при  $m = 6$ , представленное в таблице П2.1 и рисунках П2.1, П2.2).

Использование временных окон позволяет бороться с некоторыми проявлениями нежелательных эффектов ДПФ наложения, частотола, утечки и гребешкового эффекта, но в полной мере проблем классических методов спектральной обработки сигналов, основанных на ДПФ, не решает.

#### 1.4. Параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П)

Для решения проблематики классических методов спектральной цифровой обработки (ЦОС) сигналов [35, 36, 40] в работе [38] предложено множество полных, ортогональных, параметрических экспоненциальных базисных систем, на основе которых разработано обобщение ДПФ в виде параметрического ДПФ (ДПФ-П). Данное преобразование существенно расширило функциональные возможности классических методов ЦОС, дополнило их математический инструментарий, сохранив при этом возможность наглядной физической интерпретации и толкование получаемых результатов.

ДПФ-П, аналогично ДПФ, представимо в двух формах [38, 40].

**Алгебраическая форма ДПФ-П:**

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}, \quad 0 \leq \theta < 1 \quad (1.17)$$

где  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$  – дискретизированный во времени МАС (ДМАС);

$\theta$  – параметр ДПФ-П;

$S_N(k, \theta)$ ,  $k = \overline{0, N-1}$  – коэффициенты ДПФ-П, совокупность которых определяет амплитудно-частотный и фазово-частотный спектры ДМАС и которые также, как и коэффициенты ДПФ, называют бинами;

$W_N^{(k+\theta)n} = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N}(k+\theta)n\right]$  – параметрические дискретные экспоненциальные функции (ДЭФ-П).

### Матричная форма ДПФ-П:

$$S_{N,\theta} = \frac{1}{N} F_{N,\theta} X_N; 0 \leq \theta < 1; \quad (1.18)$$

где  $X_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – ДМАС  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , представленный в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_{N,\theta} = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $X_N$  по системе

ДЭФ-П:  $def_p(k, n, \theta) = W_N^{(k+\theta)n}$ , которая задается матрицей:

$$F_{N,\theta} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^\theta & \dots & W_N^{\theta(N-1)} \\ 1 & W_N^{(1+\theta)} & \dots & W_N^{(1+\theta)(N-1)} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & W_N^{(N-1+\theta)} & \dots & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1.19)$$

Заметим, что в отличие от базиса ДПФ (1.10), который единственен, базис ДПФ-П (1.19) принимает конкретный вид только после определения параметра  $\theta$ , т.е. при каждом значении параметра  $\theta$  базис ДПФ-П свой. Следовательно, в строгом смысле следует говорить о базисах ДПФ-П во множественном числе. Однако в научной литературе, посвященной ДПФ-П, в настоящее время, принято говорить о ДПФ-П как о едином преобразовании, базис которого зависит от параметра  $\theta$ . Поэтому в дальнейшем, когда это не вызывает путаницы, будем

придерживаться принятой терминологии, учитывая при этом сделанное выше замечание.

Базис ДЭФ-П является обобщением базиса ДЭФ и совпадает с ним при  $\theta = 0$ , т.е. ДПФ-П при значении параметра  $\theta = 0$  переходит в ДПФ, но свойства у них разные. Так, матрица  $F_{N,\theta}$  (1.19), в отличие от матрицы  $F_N$  (1.10), не симметрическая, но, как и  $F_N$ , – унитарная.

Приведем основные свойства ДЭФ-П [35, 36, 38, 39]:

- ДЭФ-П, в отличие от ДЭФ, не являются функциями двух равноправных переменных  $k$  и  $n$ ;
- ДЭФ-П являются *периодическими функциями* по переменной  $k$  и *параметрическими периодическими функциями* по переменной  $n$  с периодом  $N$ :

$$\begin{aligned} def_p(k \pm pN, n, \theta) &= def_p(k, n, \theta), \\ def_p(k, n \pm pN, \theta) &= def_p(k, n, \theta) W_N^{\pm \theta \cdot N \cdot p}; \end{aligned} \quad (1.20)$$

- среднее значение ДЭФ-П по переменной  $k$  равно нулю при  $n \neq 0$ , а по переменной  $n$  не равно нулю;
- система ДЭФ-П не мультипликативна по переменной  $k$  и мультипликативна по переменной  $n$ :

$$def_p(k, n, \theta) def_p(l, n, \theta) \neq def_p((k+l), n, \theta), \quad k, l = \overline{0, N-1}; \quad k \neq l, \quad (1.21)$$

$$def_p(k, n, \theta) def_p(k, m, \theta) = def_p(k, (n+m), \theta), \quad n, m = \overline{0, N-1}; \quad n \neq m$$

- система ДЭФ-П ортогональна по обоим переменным;
- система ДЭФ-П является *полной системой*.

Перечислим основные свойства ДПФ-П [35, 36, 38, 39].

**Во-первых,** ДПФ-П является *собственным преобразованием параметрической циркулянтной матрицы*  $C_\theta$ :

$$F_{N,\theta} C_\theta F_{N,\theta}^{-1} = \text{diag} S_{N,\theta}^*; \quad (1.22)$$

где \* – символ комплексного сопряжения;

$$C_\theta = \begin{matrix} & & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & (N-1) \\ & 0 & \left[ \begin{array}{cccccc} x(0) & x(1) & \cdot & \cdot & \cdot & x(N-1) \\ x(N-1)W_N^{N\theta} & x(0) & \cdot & \cdot & \cdot & x(N-2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (N-1) & x(1)W_N^{N\theta} & x(2)W_N^{N\theta} & \cdot & \cdot & \cdot & x(0) \end{array} \right] & & & & & & \end{matrix}; \quad (1.23)$$

**Во-вторых,** энергетический спектр  $G_N(k, \theta)$  параметрической  $N$ -периодической последовательности  $x_\theta(n) = x(n \bmod N)W_N^{\theta N \text{ent}[n/N]}$ , где  $\text{ent}[\cdot]$  – символ взятия целой части:

$$G_N(k, \theta) = N|S_N(k, \theta)|^2; \quad (1.24)$$

где  $S_N(k, \theta)$  – коэффициенты ДПФ-П параметрической  $N$ -периодической последовательности

$$x_\theta(n); \quad (1.25)$$

*инвариантен к ее временному сдвигу.*

**И, в-третьих,** для ДПФ-П справедливы следующие теоремы.

- Теорема линейности:

$$\begin{aligned} \text{Если } x_\theta(n) \Leftrightarrow S_N(k, \theta) \text{ и } y_\theta(n) \Leftrightarrow Q_N(k, \theta), \\ \text{то } \lambda_1 \cdot x_\theta(n) + \lambda_2 \cdot y_\theta(n) = \lambda_1 \cdot S_N(k, \theta) + \lambda_2 \cdot Q_N(k, \theta); \end{aligned} \quad (1.26)$$

- Теорема сдвига:

$$\begin{aligned} \text{Если } x_\theta(n) \Leftrightarrow S_N(k, \theta), \\ \text{то } x_\theta(n+m) \Leftrightarrow W_N^{-(k+\theta)m} S_N(k, \theta); \end{aligned} \quad (1.27)$$

- Теорема корреляции:



Если  $x_\theta(n) \Leftrightarrow S_N(k, \theta)$  и  $y_\theta(n) \Leftrightarrow Q_N(k, \theta)$ , то ДПФ-П круговой (циклической) корреляции, определяемой соотношением

$$z_\theta(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_\theta(m) \cdot y_\theta(n+m) \quad (1.28)$$

равно:

$$U_N(k, \theta) = S_N^*(k, \theta) Q_N(k, \theta); \text{ где } z_\theta(n) \Leftrightarrow U_N(k, \theta); \quad (1.29)$$

- Теорема Парсеваля:

$$\text{если } x_\theta(n) \Leftrightarrow S_N(k, \theta), \text{ то } \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_\theta^2(n) = \sum_{k=0}^{N-1} |S_N(k, \theta)|^2; \quad (1.30)$$

Таким образом, несмотря на серьезные отличия в свойствах ДЭФ-П от ДЭФ, связанные с неравноправностью переменных  $k$  и  $n$ , основные теоремы для ДПФ-П, важные при практическом применении преобразования и интерпретации полученных результатов, оказываются справедливы. В частности, благодаря мультипликативности ДЭФ-П по переменной  $n$  для ДПФ-П существует быстрый алгоритм вычисления БПФ-П.

Ключевой особенностью ДПФ-П в сравнении с ДПФ является возможность получать частотные коэффициенты между коэффициентами ДПФ, что находит применение при решении многих задач спектрального анализа.

Проиллюстрируем это на модельном гармоническом сигнале  $x(n)$ , параметры которого взяты с таким расчетом, чтобы частоты находились между бинами ДПФ:

$$x(n) = \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N} \cdot 5.5 \cdot n\right) + 0.3 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N} \cdot 16.5 \cdot n\right) + 0.15 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N} \cdot 27.5 \cdot n\right); N = 64. \quad (1.31)$$

На рисунке 1.10 приведены спектры сигнала (1.31): а – полученный методом ДПФ, б, в, г – полученные методом ДПФ-П при различных значениях параметра  $\theta$ .

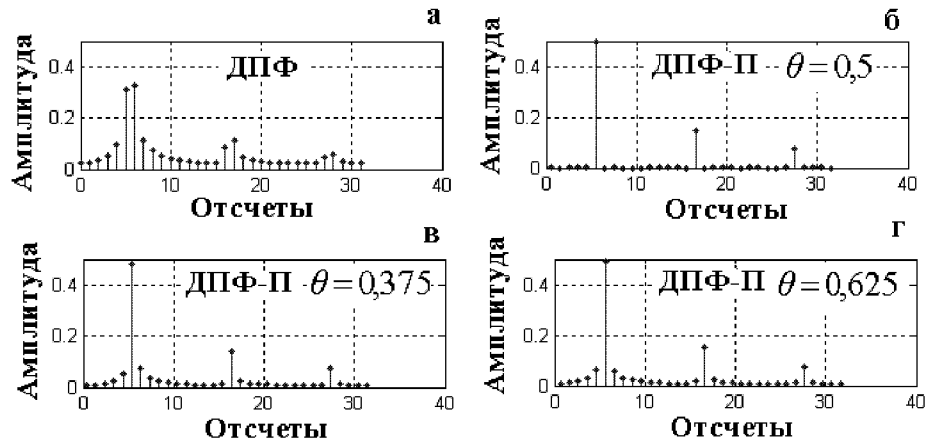


Рисунок 1.10 – Амплитудные спектры сигнала (1.31)

Сравнивая спектры, полученные с применением ДПФ и ДПФ-П при разных значениях параметра  $\theta$ , хорошо видно, что по мере приближения коэффициентов ДПФ-П к частотам составляющих сигналов, спектры проявляются наиболее отчетливо.

Можно показать, что указанный результат сохраняется и при наличии помех. На рисунке 1.11 это проиллюстрировано на примере добавления к сигналу (1.31) помехи  $\xi(n)$  в виде случайного сигнала с нормальной плотностью распределения, математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратичным отклонением равным 0,2.

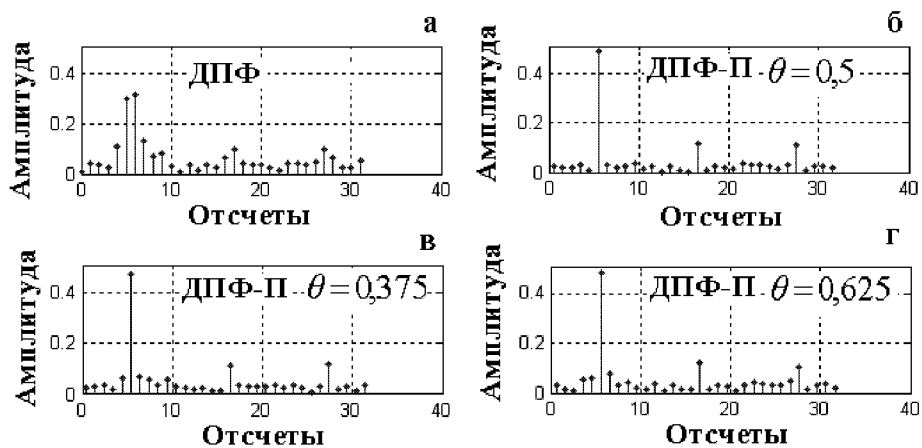


Рисунок 1.11 – Амплитудные спектры сигнала (1.30) с помехой  $\xi(n)$

Таким образом, спектры, полученные с использованием ДПФ-П, оказываются более детализированными, что позволяет эффективнее решать многие задачи спектральной обработки, например, задачу локализации частотных пиков, рассмотренную в главе 2, в разделе 2.2.

Второй важной особенностью ДПФ-П является его применимость при изучении математических основ ДПФ и ДПФ-П, что создает теоретические предпосылки для разработки новых и совершенствования существующих методов и алгоритмов ЦОС. Так, в работе [40], выполненной в соавторстве, автором предложен быстрый алгоритм вычисления ДПФ с использованием ДПФ-П, дающий выигрыш в количестве операций в сравнении с существующими алгоритмами, а в главе 3, в разделе 3.3 предложено более эффективное вычисление автокорреляционной функции с использованием ДПФ-П.

### **1.5. Постановка научной задачи разработки новых и совершенствования существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье**

Целью настоящей диссертационной работы является разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье, повышающих эффективность и результативность обработки сигналов в музыкальной акустике, а также разработка быстрых процедур их реализации. Решение данной научной задачи имеет существенное значение для развития информационных технологий и цифровой обработки сигналов в различных предметных областях, в том числе и в компьютерных музыкальных технологиях.

Опираясь на результаты и выводы проведенного анализа задач компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике (раздел 1.1) и выдвинутую математическую модель (раздел 1.2), а также анализ методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки МАС (раздел 1.3) и свойств параметрического дискретного преобразования Фурье (раздел 1.4), автором диссертационного исследования была выдвинута, в качестве рабочей, следующая гипотеза решения, поставленной в диссертации научной задачи:

важная и актуальная научная задача разработки новых и совершенствования существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов, повышающих эффективность и результативность обработки сигналов в музыкальной акустике, а также разработки быстрых процедур их реализации может быть эффективно (то есть с получением обладающих новизной результатов) и успешно решена на основе параметрического дискретного преобразования Фурье (ДПФ-П).

Данная гипотеза решения поставленной в диссертации научной задачи реализуется в виде следующей системы компьютерной обработки сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье (рисунок 1.12).

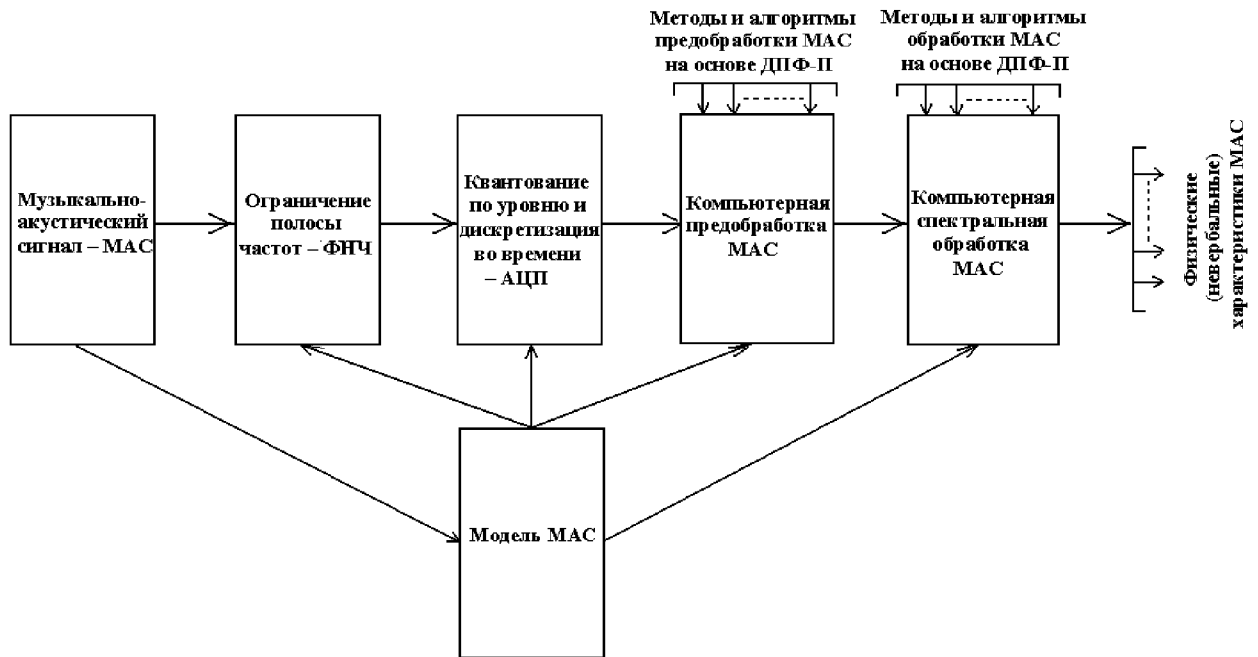


Рисунок 1.12 – Система компьютерной обработки сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье

Учитывая, что ДПФ-П является обобщением ДПФ – ДПФ является частным случаем ДПФ-П, – а разработанные к настоящему времени методы и алгоритмы обработки сигналов во временной, частотной и частотно-временной областях на основе ДПФ недостаточно эффективны, представляется важным и актуальным их совершенствование на базе ДПФ-П, а также разработка новых методов и

алгоритмов обработки сигналов во временной, частотной и частотно-временной областях, основанных на ДПФ-П.

Рассмотрение сформулированной научной задачи диссертационного исследования с системных позиций и в рамках выдвинутой гипотезы ее решения, позволяет представить ее как совокупность взаимоувязанных решений следующих основных задач:

1. Анализ задач компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике с целью определения математических моделей сигналов и их спектральных особенностей.
2. Анализ классических методов и алгоритмов спектрального анализа, используемых при обработке сигналов в музыкальной акустике, с целью выявления их достоинств и недостатков, а также определения возможного их совершенствования за счет использования методов и алгоритмов параметрического дискретного преобразования Фурье.
3. Разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье в соответствии с требованиями обработки сигналов в музыкальной акустике. Разработка быстрых алгоритмов компьютерной спектральной обработки на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.
4. Проведение экспериментальных исследований разработанных методов и алгоритмов на тестовых МАС и модельных сигналах с целью выработки предложений по эффективному применению методов и алгоритмов в задачах спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике.

Отметим, что решение части подзадач из сформулированных выше задач (п. 1 и п. 2) рассмотрено в предыдущих разделах диссертационной работы.

## ВЫВОДЫ

1. Специфика компьютерной обработки сигналов в музыкальной акустике является многоплановой и во многом определяется тем, что сами сигналы являются следствием объективного физического процесса и имеют объективные характеристики, но решение о качестве звучания (воспроизведении) таких сигналов принимается слушателями (экспертами) на основе их индивидуального восприятия звуков и, следовательно, носит заведомо субъективный и качественный характер.
2. Для решения проблемы определения объективных характеристик звуковых сигналов, влияющих на их восприятие органами слуха человека, определения параметров различных преобразователей звуковых сигналов в звуковой технике, широкое применение получили психоакустические методы, разрабатываемые в рамках психоакустики – науки, изучающей восприятие звука человеком.
3. Согласно современному представлению о работе слуховой системы человека, важнейшими субъективными характеристиками являются высота тона и тембр, позволяющие выделять и классифицировать звуки в окружающем пространстве, в том числе воспринимать интонационную составляющую музыки, т.е. мелодию и гармонию, и отличать музыкальные звуки одной высоты и громкости, сыгранные на разных инструментах или спетые разными людьми.
4. Основными объективными характеристиками, связанными с важнейшими субъективными характеристиками музыкально-акустических сигналов, являются частота тона и тембр, понимаемый как объективная характеристика, т.е. подразумевающая под собой не выводы о том, как именно будет восприниматься звук слуховой системой – яркий, сочный, бархатистый и т.п., но возможность объективного различения тембров разных инструментов и голосов на основе анализа структуры обертонов и характера их развертывания во времени.

5. Музыкально-акустические сигналы могут быть представлены математическими моделями в виде трех сумм: суммы ангармонических сигналов, описывающих голосовое пение, звуки различных музыкальных инструментов, суммы шумовых сигналов, описывающих звуки шумовых музыкальных инструменты и суммы сигналов, описывающих помехи.
6. Задачи музыкальной акустики определения основного тона и тембра в контексте представленных математических моделей музыкально-акустических сигналов ставятся как определение основного тона и структуры и характера изменения обертонов ангармонических сигналов, соответствующих голосовому пению и звукам музыкальных инструментов, входящих в состав музыкально-акустического сигнала.
7. Для решения задач компьютерной обработки музыкально-акустических сигналов широко применяются аналитические методы, к которым относятся классические спектральные методы обработки сигналов. Данный класс компьютерных методов основан на дискретном преобразовании Фурье и алгоритмах быстрого преобразования Фурье.
8. Частотные спектры музыкально-акустических сигналов изменяются во времени, для характеристики которых вводится понятие частотно-временной спектр (мгновенный спектр, скользящий спектр). Измерение данного вида спектров эффективно проводить методом скользящего параметрического преобразования Фурье.
9. Рассмотрение сформулированной научной задачи диссертационного исследования с системных позиций и в рамках выдвинутой гипотезы ее решения, позволило представить ее как совокупность взаимоувязанных решений следующих основных задач:
  - Анализ задач компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике с целью определения математических моделей сигналов и их спектральных особенностей.
  - Анализ классических методов и алгоритмов спектрального анализа, используемых при обработке сигналов в музыкальной акустике, с

целью выявления их достоинств и недостатков, а также определения возможного их совершенствования за счет использования методов и алгоритмов параметрического дискретного преобразования Фурье.

- Разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье в соответствии с требованиями обработки сигналов в музыкальной акустике. Разработка быстрых алгоритмов компьютерной спектральной обработки на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.
- Проведение экспериментальных исследований разработанных методов и алгоритмов на тестовых МАС и модельных сигналах с целью выработки предложений по эффективному применению методов и алгоритмов в задачах спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике.

Рассмотрим вопросы разработки методов компьютерной спектральной обработки МАС на основе ДПФ-П.



## **РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ МУЗЫКАЛЬНО-АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ДПФ-П. РАЗРАБОТКА БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ НА ОСНОВЕ ДПФ-П**

### **2.1. Обобщение понятия линейной инверсии дискретного времени для базисов параметрического дискретного преобразования Фурье**

В задачах компьютерной спектральной обработки работа ведется с дискретизированными во времени МАС, которые имеют глубокие различия с непрерывными сигналами, одно из которых связано с понятием инверсии дискретного времени [28, 42].

Понятие инверсии дискретного времени широко используется при рассмотрении теоретических и практических вопросов в разных разделах ЦОС, например, при изучении математических основ ДПФ, ДПФ-П и других дискретных преобразований, при изложении теоретических основ цифровой фильтрации, устранении нелинейности фазово-частотной характеристики фильтров (ФЧХ) и т.п.

Для ДПФ понятие инверсии линейного времени рассмотрено в [28], однако, как уже было отмечено в главе 1 в разделе 1.4 свойства параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П), на которых основано ДПФ-П, существенно отличаются от свойств дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), на которых основано ДПФ, и поэтому для ДПФ-П требуется отдельное рассмотрение свойств и разработка методов.

Рассмотрим понятие инверсии линейного времени для базисов ДПФ-П.

Пусть задана действительная последовательность  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (N-1)}$ . В ДПФ данная последовательность интерпретируется как один период  $N$ -периодической последовательности  $x_p(n)$ <sup>8</sup>:

$$x_p(n) = x_p(n \pm m \cdot N) = x(n); n = \overline{0, N-1}; m = \overline{1, \infty}; \quad (2.1)$$

$$x(n) = x(0), x(1), x(2), \dots, x(N-2), x(N-1). \quad (2.2)$$

Последовательность  $x_p(n)$  (2.1) можно представить в линейной форме в виде отсчетов периодической последовательности  $x_p(n)$  (рисунок 2.11).

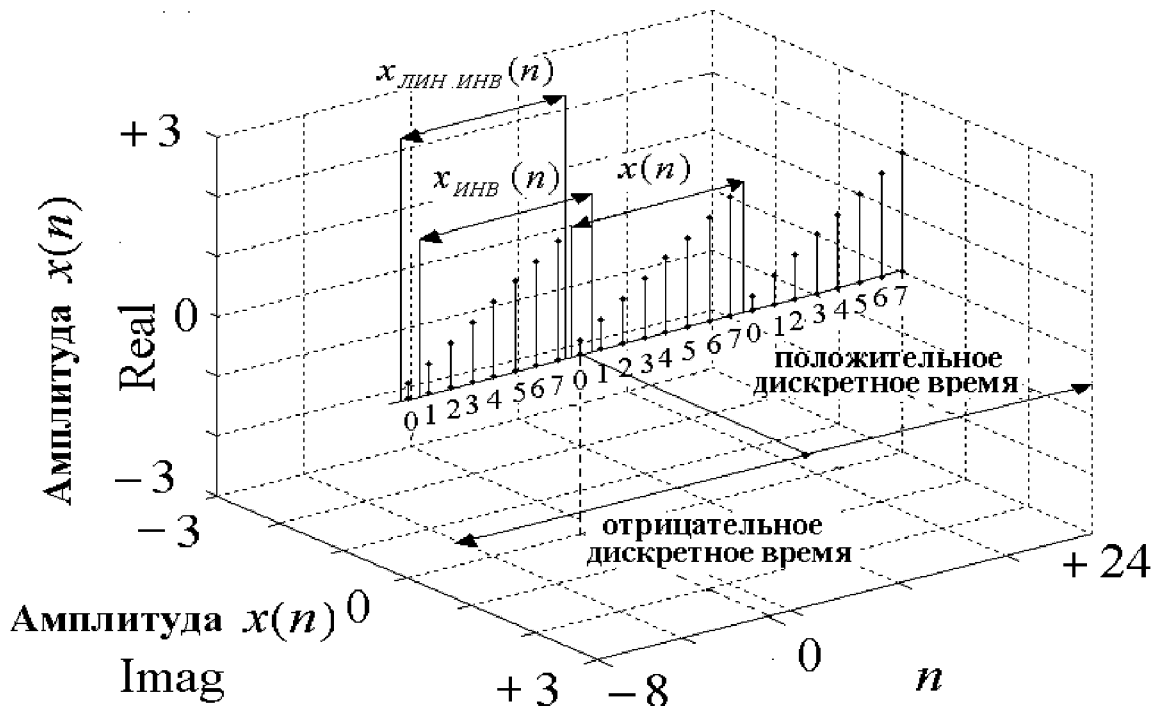


Рисунок 2.1 – Линейная форма представления временной последовательности в случае применения ДПФ

При таком представлении исходной последовательности за положительное направление дискретного времени в теории ЦОС принято принимать движение *слева направо* относительно нулевого отсчета (рисунок 2.1). Как следствие,

<sup>8</sup> Периодические последовательности отмечены индексом  $p$

*инверсия дискретного времени* (отрицательное дискретное время) при линейной форме представления понимается как движение *справа налево* относительно нулевого отсчета.

В ЦОС различают два вида инверсии дискретного времени действительной периодической последовательности  $x_p(n)$ , порождаемой последовательностью  $x(n)$  (2.2): *циклическую инверсию* и *линейную инверсию*, периоды которых, соответственно,  $x_{INB}$  и  $x_{LIN.INB}$  описываются следующими соотношениями [28]:

$$x_{INB}(n) = x(0), x(N-1), x(N-2), \dots, x(3), x(2), x(1); \quad (2.3)$$

$$x_{LIN.INB}(n) = x(N-1), x(N-2), \dots, x(3), x(2), x(1), x(0). \quad (2.4)$$

На рисунке 2.1 представлены последовательности  $x(n)$  и  $x_{INB}(n)$  для  $n = \overline{0,7}$ .

Отметим, что поскольку последовательность  $x(n)$  есть действительная последовательность, то  $x_{INB}(n)$  и  $x_{LIN.INB}(n)$  в случае ДПФ, являются также действительными последовательностями, т.к. ДПФ обладает свойствами периодичности.

В [28] показано, что ДПФ действительных последовательностей  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (N-1)}$  (2.2) и  $x_{INB}(n)$  (2.3),  $x_{LIN.INB}(n)$  (2.4) находятся между собой в следующих соотношениях:

$$S_{INB,N}(k) = S_N^*(k); S_{LIN.INB,N}(k) = S_N^*(k) \cdot \exp^{-j2\pi k(N-1)/N}; \quad (2.5)$$

где \* – символ комплексного сопряжения.

Прежде, чем перейти к рассмотрению ДПФ-П действительных последовательностей  $x(n)$  с ДПФ-П соответствующих им последовательностей с линейной инверсией дискретного времени  $x_{INB}(n)$  и  $x_{LIN.INB}(n)$ , отметим несколько особенностей обработки дискретных сигналов.

В теории спектрального и векторного анализа изучение дискретных сигналов проводят как во *временной области*  $x(n)$  – область дискретной переменной  $n$ , так и в *частотной области*  $S_N(k)$  – область переменной  $k$ . В данной теории [44] доказаны следующие положения:

- определение дискретного сигнала на конечном интервале (*операция взвешивания*) в одной из областей приводит к *свертке* (фильтрации) в другой области с функцией вида  $\sin(N \cdot x / 2) / (N \sin(x / 2))$ ;
- выполнение операции дискретизации сигнала в одной из областей приводит к операции периодизации (периодического продолжения) в другой области;

Таким образом, т.к. при компьютерной обработке сигналы всегда заданы на конечных интервалах и дискретны, то ДПФ «навязывают», путем циклического сдвига последовательностей в частотной области их периодическое продолжение.

Рассмотрим вопрос периодизации действительных временных последовательностей при применении ДПФ-П и связанный с ним вопрос инверсии дискретного времени.

В разделе 1.3 главы 1 было показано, что ДПФ-П в матричной форме задается следующим соотношением:

$$\text{прямое ДПФ-П: } S_{N,\theta} = \frac{1}{N} F_{N,\theta} X_{N,\theta,(+)}, \quad (2.6)$$

где  $X_{N,\theta,(+)} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – действительная последовательность (дискретный сигнал)  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , взятая в положительном направлении дискретного времени и представленная в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;

$S_{N,\theta} = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  – вектор разложения  $X_{N,(+)}$  по системе ДЭФ-П.

Для ДПФ-П матрица сдвигов исходного сигнала  $X_{N,(+)}$  в положительном направлении дискретного времени является *параметрической циркулянтной матрицей* [42] и определяется следующим образом:

$$C_{N,\theta,(+)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (N-1) \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccc} x(0) & x(1) & \dots & x(N-1) \\ x(N-1)W_N^{N\theta} & x(0) & \dots & x(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(1)W_N^{N\theta} & x(2)W_N^{N\theta} & \dots & x(0) \end{array} \right] \end{matrix}. \quad (2.7)$$

В силу того, что теория спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в любом дискретном, полном и ортогональном базисе определяет сдвиг сигнала как некоторую операцию перестановки его отсчетов, то этот сдвиг, в свою очередь, определяет и некоторую операцию периодического продолжения исходного сигнала. Другими словами, любая базисная система ДЭФ-П при определенном  $\theta$  задает продолжение исходного сигнала в виде *параметрической  $N$ -периодической последовательности*:

$$x_\theta(n) = x(n \bmod N)W_N^{-\theta N \text{ent}[n/N]}, \quad (2.8)$$

где  $\text{ent}[\cdot]$  – операция взятия целой части.

Таким образом, описать *циклическую инверсию* и *линейную инверсию* в случае применения ДПФ-П при  $\theta \neq 0$  соотношениями, аналогичными соотношениям (2.5), нельзя, поскольку сдвиг последовательности при ДПФ-П представляет собой не просто перестановку отсчетов, как в случае ДПФ, а *перестановку отсчетов с фазовым поворотом на угол  $\varphi = -j2\pi\theta$*  при каждом сдвиге последовательности. Сказанное проиллюстрировано на рисунке 2.2.

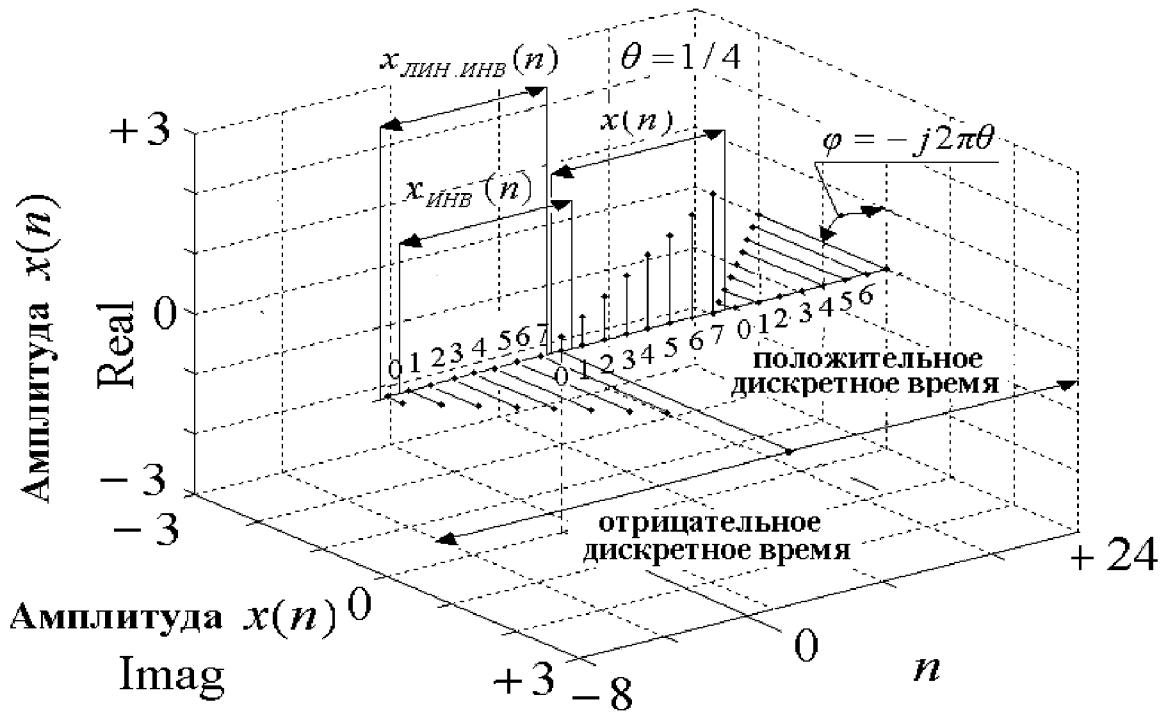


Рисунок 2.2 – Линейная форма представления временной последовательности в случае применения ДПФ-П

Последовательность (дискретный сигнал)  $x(n)$  в отрицательном направлении дискретного времени представим в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства:  $X_{N,\theta,(-)} = [x(N-1) \cdot W_N^{-N\theta}, \dots, x(0) \cdot W_N^{-N\theta}]^T$  (рисунок 2.2), матрица сдвигов которого также является *параметрической циркулянтной матрицей*  $C_{N,\theta,(-)}$  и определяется следующим образом:

$$C_{N,\theta,(-)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \begin{bmatrix} x(N-1)W_N^{-N\theta} & x(N-2)W_N^{-N\theta} & \dots & x(0)W_N^{-N\theta} \\ x(N-2)W_N^{-N\theta} & x(N-3)W_N^{-N\theta} & \dots & x(N-1)W_N^{-N\theta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(0)W_N^{-N\theta} & x(N-1)W_N^{-N\theta} & \dots & x(1)W_N^{-N\theta} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.9)$$

Матрицами  $C_{N,\theta(+)}$  (2.7) и  $C_{N,\theta(-)}$  (2.9) задаются сдвиги параметрических периодических последовательностей  $x_{p,\theta}(n)$  и  $x_{p,\theta,LIN.INB}(n)$ .

Несложно видеть, что вектор  $X_{N,\theta,+} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  задает один период периодической последовательности  $x_{p,\theta}(n)$ , а вектор  $X_{N,\theta,-} = [x(N-1), \dots, x(0)]^T$  – один период периодической последовательности  $x_{p,\theta,LIN.INB}(n)$  (рисунок 2.2).

Если обозначить ДПФ-П параметрической периодической последовательности  $x_{p,\theta}(n)$  через  $S_{N,\theta,+}$ , а ДПФ-П параметрической периодической последовательности  $x_{p,\theta,LIN.INB}(n)$  через  $S_{N,\theta,LIN.INB}$ , то связь между ДПФ-П этих последовательностей выразится следующим образом:

$$S_{N,\theta,LIN.INB} = S_{N,\theta,+}^* \cdot W_N^{(N-1+\theta)}. \quad (2.10)$$

Результаты исследований по выявлению взаимосвязи ДПФ-П действительной последовательности  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (N-1)}$  с ДПФ-П соответствующей ей последовательности с линейной инверсией дискретного времени могут быть использованы при рассмотрении как теоретических, так и практических вопросов компьютерной спектральной обработки сигналов в различных предметных областях, например, осуществлять компьютерную фильтрацию музыкально-акустических сигналов методом блочной обработки на основе ДПФ-П с нулевым сдвигом фаз [42].

## 2.2. Метод и алгоритм локализации спектральных пиков

Одним из основных вопросов спектральной обработки сигналов, актуальных и для обработки сигналов в музыкальной акустике, является вопрос определения спектральных максимумов, осложненный при применении классических методов эффектами частотола и утечки ДПФ. Для музыкально-

акустических сигналов это особенно актуально, потому что в силу принятых в настоящее время музыкальных шкал, определяющих нотные частоты, спектральные максимумы, соответствующие конкретным нотам, не попадают в коэффициенты ДПФ и спектральная картина оказывается смазанной.

Рассмотрим вопрос получения спектральной картины сигналов и связанной с ней задачи локализации спектральных пиков подробнее.

Как уже отмечалось в разделе 2.1., в теории спектрального и векторного анализа изучение дискретных сигналов проводят как во *временной области*  $x(n)$  – область дискретной переменной  $n$ , так и в *частотной области*  $S_N(k)$  – область переменной  $k$ . В данной теории [44] доказаны следующие положения:

- определение дискретного сигнала на конечном интервале (*операция взвешивания*) в одной из областей приводит к *свертке* (фильтрации) в другой области с функцией вида  $\sin(N \cdot x / 2) / (N \sin(x / 2))$ ;
- выполнение операции дискретизации сигнала в одной области приводит к операции периодизации (периодического продолжения) в другой области.

Отметим также, что в рамках рассматриваемой теории вводится и используется для описания многих понятий ЦОС, так называемое *дискретно-временное преобразование Фурье* (ДВПФ), которое ставит в соответствие некоторой последовательности  $y(n)$ ,  $n = \overline{-\infty, +\infty}$  непрерывное преобразование Фурье:

$$S_y(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) \cdot \exp(-j2\pi \cdot f \cdot n), -\infty \leq f \leq \infty. \quad (2.11)$$

ДПФ некоторой последовательности  $x(n)$ , заданной на интервале  $n = \overline{0, (N-1)}$  и *взвешенной временным окном*  $\omega(n)$  (1.13), позволяет находить *взвешенное ДВПФ* в дискретном множестве точек  $2\pi \cdot k / N$ ,  $k = \overline{0, (N-1)}$ .

За счет дополнения исходной последовательности  $x(n)$  нулевыми отсчетами (*операция дополнения нулями во временной области* – ОДНВ) и



выполнения ДПФ полученной последовательности  $x_{Dop.}(n)$ , можно увеличить частоту дискретизации в частной области, т.е. увеличить количество точек, в которых будет найдено *взвешенное* ДВПФ:

$$S_{N,\omega}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N \cdot 2^m - 1} \omega(n) \cdot x_{Dop.}(n) W_{N \cdot 2^m}^{kn} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \omega(n) \cdot x(n) W_{N \cdot 2^m}^{kn}; \quad (2.12)$$

$$W_{N \cdot 2^m} = \exp(-j2\pi/(N \cdot 2^m)), \quad k = 0, (N \cdot 2^m - 1).$$

В формуле (2.12) учтено, что для выполнения ДПФ обычно применяют алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ) по основанию 2, т.е. ( $N = 2^p$ ;  $p = 3, 4, \dots$ ), поскольку такие алгоритмы очень эффективны.

Задача локализации спектральных пиков формулируется как задача измерения частоты гармонического сигнала, которая, как правило, находится между центральными частотами бинов БПФ. В результате, вследствие дискретности измерения спектра [4, 5, 17, 18, 27, 90], частота синусоидального сигнала измеряется с погрешностью, равной половине частотного интервала  $\Delta f$  между бинами ДПФ ( $\Delta f = f_{kv} / N$  – частотный интервал между бинами ДПФ;  $f_{kv}$  – частота квантования (дискретизации) сигнала,  $N$  – размерность ДПФ)<sup>9</sup>.

Известный метод измерения частоты сигнала, основанный на ОДНВ исходного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (N-1)}$ , где число добавляемых нулей определяется соотношением  $N \cdot (2^m - 1)$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots$ , позволяет за счет уменьшения частотного интервала  $\Delta f_{ODNV}$  между бинами ДПФ сигнала  $x_{Dop.}(n)$ ;  $n = \overline{0, (2^m - 1)}$ :  $\Delta f_{ODNV} = \Delta f / 2^m$ , уменьшить погрешность измерения частоты исходного синусоидального сигнала.

Однако данный метод имеет *существенные недостатки*:

<sup>9</sup> В том случае, если частота гармонической компоненты совпадает с центральной частотой одного из бинов ДПФ, проблемы, связанные с проявлением эффекта утечки, отсутствуют, и частота синусоидального сигнала измеряется с погрешностью, стремящейся к нулю.

- необходимость существенного расширения оперативной памяти для хранения нулевых значений сигнала;
- проведение непроизводительных операций с нулевыми значениями сигнала;
- фиксированность шага дискретизации по частоте при измерении спектров;
- число операций возрастает в  $v = 2^m \cdot (m + p) / p$  раз.

Предлагаемый метод локализации спектральных пиков – измерения частоты гармонических сигналов – разработан автором на основе ДПФ-П (1.17).

Пусть задан сигнал  $x(n) = \cos(2\pi/32 \cdot k \cdot n)$ ;  $n = \overline{0, 31}$ ;  $k = 5.750$ ; и сигнал  $x_{Dop.}(n)$ ;  $n = \overline{0, 255}$ , модули спектров, которых приведены на рисунке 2.3, **а** и рисунке 2.3, **б**, соответственно.

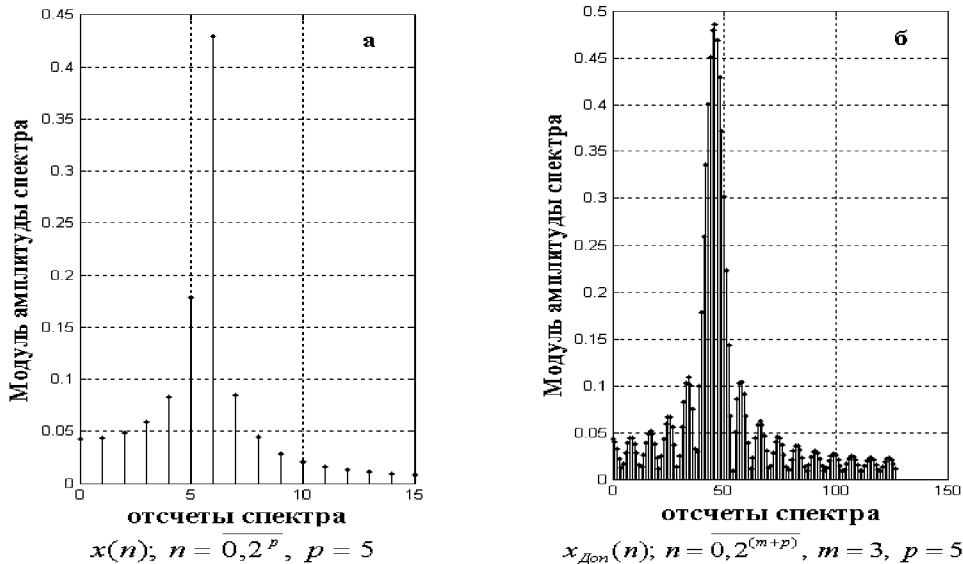


Рисунок 2.3 – Модули спектров сигналов  $x(n)$  и  $x_{Dop.}(n)$

**Математическая формулировка задачи.** Задана передаточная характеристика фильтра ДПФ:  $F(x) = \sin(N \cdot x/2)/(N \sin(x/2))$  и два ее отсчета  $n_1$  и  $n_2$ , между которыми находится  $\max F(x)$ . Необходимо найти значение  $x_1$ , доставляющее максимум функции  $F(x)$  на интервале  $[n_1, n_2]$  с заданной точностью, т.е. найти:

$$x_1 = \arg \max F(x), x_1 \in [n_1, n_2] \quad (2.13)$$

**Алгоритм метода локализации спектральных пиков.** В силу структуры функции  $F(x)$  из рисунка 2.3, а следует, что  $\max F(x)$  находится между пятым и шестым отсчетами, а из рисунка 2.4 – между сороковым и сорок восьмым отсчетами (жирные линии).

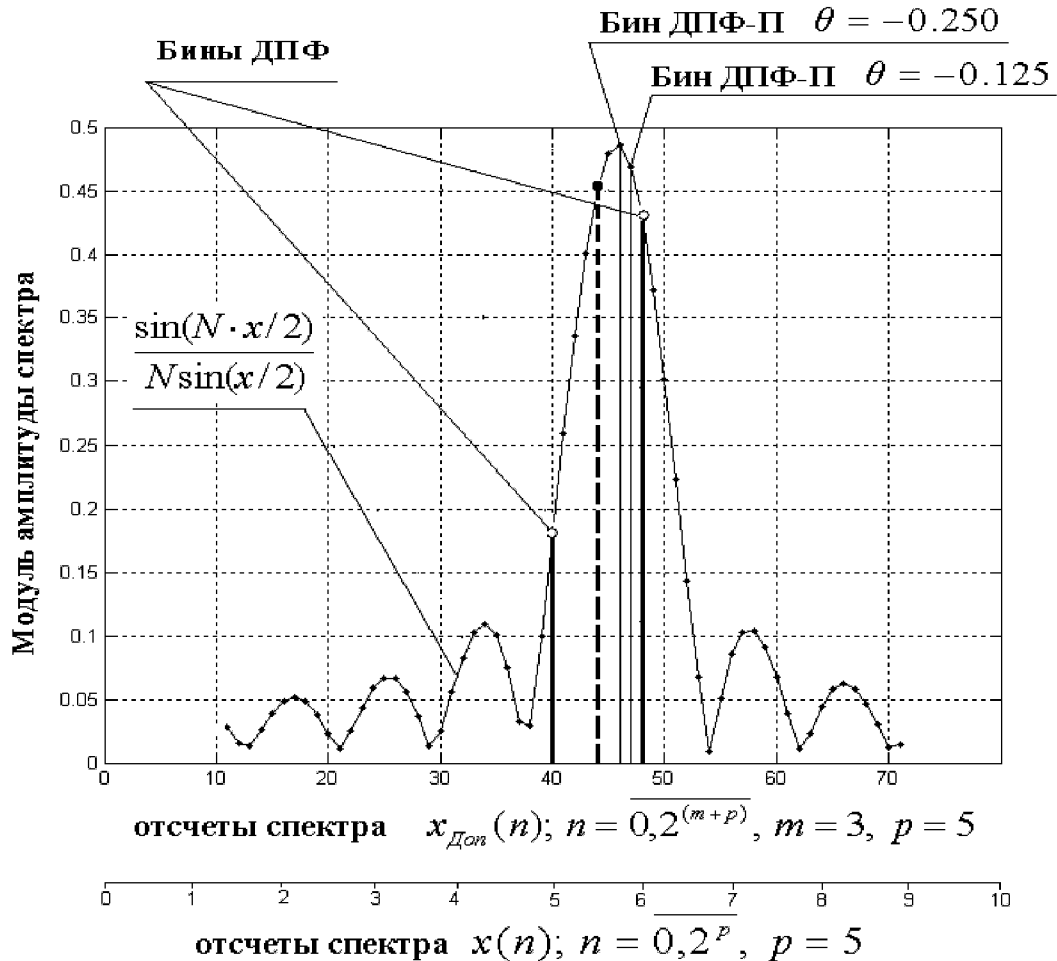


Рисунок 2.4 – Иллюстрация работы алгоритма измерения частоты сигналов на базе параметрического дискретного преобразования

Поскольку амплитуда шестого бина больше пятого (рисунки 2.3, а) и сорок восьмой отсчет ДПФ больше сорокового (рисунки 2.4 а), делаем вывод, что частота гармонического сигнала находится между  $5.5f_{kv}/32$  Гц и  $6f_{kv}/32$  Гц (пунктирная линия на рисунке 2.4). Следовательно, погрешность измерения частоты гармонического сигнала равна  $0.5f_{kv}/32$  Гц. Используя метод ОДНВ, за счет дополнения 32-точечного сигнала 224 нулевыми отсчетами, можно уменьшить погрешность измерения в 4 раза, но этот подход имеет существенные недостатки, которые приведены выше.

В предлагаемом методе, выполнив всего два измерения частотного спектра *взвешенного* ДВПФ МАС методом ДПФ-П при  $\theta = 0.125$  и  $\theta = 0.250$  (тонкие линии на рисунке 2.4), мы получаем тот же результат – уменьшение погрешности измерения в 4 раза, – сократив при этом время измерения частоты гармонического сигнала, в сравнении с методом ОДНВ, в  $\gamma = 2^{m-1}(p+m)/p$  раз. Отметим, что применив в предлагаемом методе локализации спектральных пиков метод однопараметрической безусловной оптимизации на основе методов половинного деления и хорд, можно повысить сходимость предлагаемого алгоритма.

В заключение данного раздела, подчеркнем, что разработанный метод локализации спектральных пиков кроме компьютерной спектральной обработки МАС может найти свои приложения и в таких предметных областях, как анализ речевых сигналов в кибернетике и связи, анализ биомедицинских сигналов в компьютерной медицинской диагностике и в целом ряде других областей научных исследований.

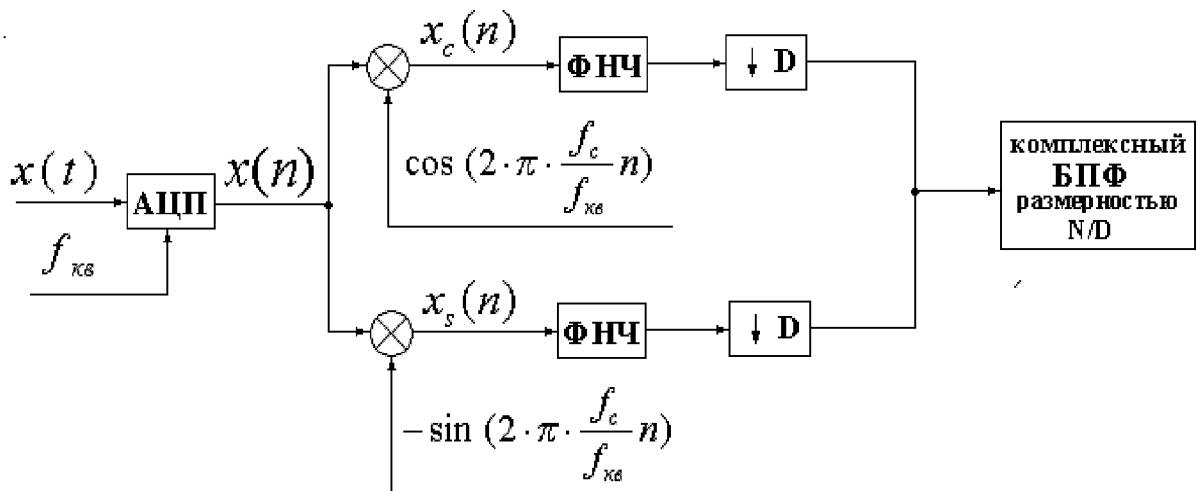
### **2.3. Метод и алгоритм компьютерной спектральной обработки сигналов в заданном диапазоне частот**

При обработке музыкально-акустических сигналов довольно часто требуется проводить спектральный анализ в заданном диапазоне частот, например, в диапазоне частот мужских и женских певческих голосов или в диапазоне частот конкретных музыкальных инструментов, а также в диапазонах звучания мелодии и аккомпанемента конкретных музыкальных произведений.

Задачи такого рода, в силу структуры музыкально-акустических сигналов (1.7), относятся к области анализа сигналов со скрытыми ангармоническими компонентами [48]. Отметим, что подобные задачи, требующие спектральной обработки в заданном частотном диапазоне, сталкиваются во многих предметных областях, среди которых можно назвать виброакустическое функциональное диагностирование объектов, медицинскую диагностику, активную и пассивную

гидролокацию, распознавание речи и изображений, сейсмологию, геофизику и т.п.

В настоящее время известны три метода спектрального анализа таких сигналов. Первый из них – это решение задачи путем выполнения ДПФ с помощью БПФ, с последующим «отбрасыванием» коэффициентов (бинов) ДПФ, не попадающих в анализируемый частотный диапазон. В связи с явной неэффективностью данного подхода, Р. Лайонсом в [28] рассмотрен метод «увеличение масштаба БПФ по частоте» или «растянутое БПФ» (рисунок 2.5).



$D$  – число, равное уменьшению размера БПФ,  $f_{kv}$  – частота квантования,  $f_c$  – центральная частота сигнала в требуемом диапазоне частот.

Рисунок 2.5 – Структура обработки сигнала  $x(t)$  в методе увеличения масштаба БПФ по частоте.

Не останавливаясь подробно на «подводных камнях» этого метода, они приведены в литературе при описании метода, отметим следующее.

Во-первых, существенную структурную сложность метода, который характеризуется необходимостью выполнения следующих процедур:

- преобразования частоты исходного сигнала с помощью комплексного понижающего преобразования;
- низкочастотной фильтрации;
- прореживания;

- вычисления БПФ уменьшенного размера.

И во-вторых, уменьшение числа операций при выполнении БПФ в рассматриваемом методе сопровождается увеличением числа выполняемых операций при реализации других процедур алгоритма, а выбор компромисса «выигрыш – потери», как отмечено при описании метода, представляет весьма непростую задачу.

Третий метод спектрального анализа такого рода сигналов рассмотрен в работе автора [60] и назван им «методом спектрального анализа узкополосных сигналов с высоким разрешением по частоте».

Преобразование ДПФ МАС  $x(n)$   $n = \overline{0, N \cdot r - 1}$  в матричной форме задается следующим соотношением:

$$S_{Nr} = \frac{1}{N \cdot r} F_{Nr} X_{Nr} \quad (2.14)$$

где  $X_{Nr} = [x(0), x(1), \dots, x(N \cdot r - 1)]^T$  – представление дискретного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N \cdot r - 1}$  в виде вектора  $N \cdot r$ -мерного линейного пространства;  $T$  – знак транспонирования;  $S_{Nr} = [s(0), s(1), \dots, s(N \cdot r - 1)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $X_{Nr}$  по системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), которая задается матрицей  $F_{Nr}$  (2.15):

$$\{def(k, n)\} = F_{Nr} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N \cdot r - 1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ \dots \\ (N - 1) \\ k \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccc} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_{Nr}^1 & \dots & W_{Nr}^{(N \cdot r - 1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & W_{Nr}^{(N \cdot r - 1)} & \dots & W_{Nr}^{(N \cdot r - 1)(N \cdot r - 1)} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (2.15)$$

где  $W_{Nr} = \exp(-j \frac{2\pi}{N \cdot r})$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$



$$= \begin{matrix} & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & (r-1) \\ 0 & \left[ \begin{array}{cccccc} A_{11} & A_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & A_{1r} \\ A_{11} & W_r^{-1} A_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & W_r^{(r-1)} A_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (r-1) & A_{11} & W_r^{(r-1)} A_{12} & \cdot & \cdot & W_r^{(r-1) \cdot (r-1)} A_{1r} \end{array} \right] \end{matrix},$$

где  $A_{1j}$ ,  $j = \overline{1, r}$  – матрицы размерности  $N$ , номера столбцов которых являются классами вычетов по модулю  $r$ :

$$A_{1j} = \begin{matrix} & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & (N-1) \\ 0 & \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ W_N^{(i-1)/r} & W_N^{1+\frac{(i-1)}{r}} & \cdot & \cdot & \cdot & W_N^{\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right]} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (N-1) & W_N^{\frac{(i-1)}{r}(N-1)} & W_N^{\left[1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)} & \cdot & \cdot & W_N^{\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (2.18)$$

В таком представлении видно, что матрицы  $A_{1j}$ ,  $j = \overline{1, r}$ , при  $\theta = (i-1)/r$  являются матрицами ДПФ-П и задают разложение по базисным функциям вида:

$$F_{\theta, N} = \begin{matrix} & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & (N-1) & n \\ 1 & \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ W_N^{\theta} & W_N^{(1+\theta)} & \cdot & \cdot & \cdot & W_N^{(N-1+\theta)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (N-1) & W_N^{\theta(N-1)} & W_N^{(1+\theta)(N-1)} & \cdot & \cdot & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (2.19)$$

$k$

**Метод и алгоритм спектрального анализа сигналов в заданном диапазоне частот.** Пусть нас интересует спектр входного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N \cdot r - 1}$ , только в том частотном диапазоне, в который попадают, например, первые  $N$  коэффициентов ДПФ.





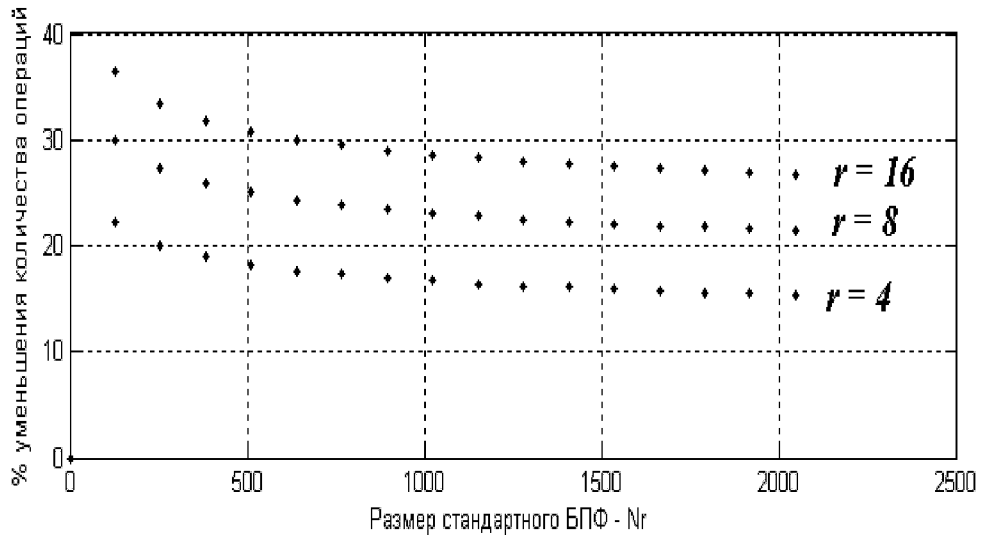


Рисунок 2.6 – Процентное снижение объема вычислений по сравнению со стандартным  $N \cdot r$ -точечным БПФ.

Недостатком разработанного метода спектрального анализа сигналов с высоким в заданном диапазоне частот являются жесткие ограничения на диапазон анализа исследуемого сигнала. Поясним сказанное.

Если задан МАС длительностью в  $Nr$  отсчетов, то предложенный в [60] быстрый алгоритм позволяет находить либо первые  $N$  коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ), либо следующие  $i \cdot N$  отсчетов, где  $i = \overline{2, r}$ . В то время как на практике бывает необходимо получение  $N$  коэффициентов ДПФ сигналов из диапазона частотных бинов  $[(p + N), (p + 2 \cdot N)]$ , где  $p = \overline{0, (r - 1) \cdot N}$ .

Рассмотрим разработанный автором еще один метод и алгоритм спектрального анализа сигналов в заданном диапазоне частот, который свободен от указанных недостатков [58, 63].

Пусть нас интересует спектр МАС  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N \cdot r - 1}$  только в частотном диапазоне, за который отвечают  $N$  коэффициентов ДПФ МАС из диапазона частотных бинов  $[p, (p + N)]$ , где  $p = \overline{0, (r - 1) \cdot M}$ .

Исходя из структуры матрицы  $B_{bl}$  (2.17), можно предложить следующий эффективный метод спектрального анализа сигналов с высоким разрешением в заданном диапазоне частот  $[p, (p + N)]$ .

Обратимся к матрице  $A_{bl}$  (2.17). Мы видим, что каждый столбец матрицы  $A_{bl}$  состоит из равных матриц, при этом результаты спектрального анализа могут быть получены двумя способами:

1. Взвешиванием последовательностей  $m_i, i = \overline{0, (r-1)}$  (2.20) на коэффициенты матрицы  $W$  (2.17).
2. Взвешиванием последовательностей, полученных в результате выполнения ДПФ-П,  $\theta = \overline{0, (r-1)/r}$  (2.19) последовательностей  $m_i, i = \overline{0, (r-1)}$ , на коэффициенты матрицы  $W$ .

Из второго способа непосредственно следует вывод о том, что недостаток метода спектрального анализа сигналов в заданном диапазоне частот [60] устраняется следующим алгоритмом [63]:

1. Разбиваем множество номеров отсчетов входного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N \cdot r - 1}$ , на  $r$  классов вычетов по модулю  $r$  (2.20).
2. Находим преобразования (2.19) полученных последовательностей  $m_i, i = \overline{0, (r-1)}$ .
3. Представляем число  $p$ , которое определяет положение заданного диапазона частот в спектральной области, в следующем виде:

$$p = q \cdot N + t; \text{ где } q \text{ и } t - \text{ целые числа.}$$

4. В соответствии со значениями  $q$  и  $t$  осуществляем циклические сдвиги столбцов матрицы  $W$  и последовательностей, полученных в результате выполнения ДПФ-П  $\theta = \overline{0, (r-1)/r}$  (2.19) последовательностей  $m_i, i = \overline{0, (r-1)}$ .
5. Суммируем полученные результаты.

Процентное уменьшение числа вычислений в предлагаемом алгоритме, обладающем большими функциональными возможностями по сравнению со стандартным  $N \cdot r$ -точечным БПФ и предыдущим алгоритмом, определяется также соотношением (2.21).

#### **2.4. Метод и алгоритм получения прореженных коэффициентов ДПФ – БПФ-П с предварительным суммированием.**

Рассмотрим эффективный метод и алгоритм быстрого получения прореженных коэффициентов ДПФ МАС. Метод базируется на предварительном сжатии исходного дискретного сигнала в целое число раз и реализации ДПФ-П алгоритмами БПФ-П при различных значениях параметра  $\theta$ .

В приложениях компьютерной спектральной обработки сигналов, в том числе при обработке МАС, часто сталкиваются с необходимостью быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье. Например, получение прореженных коэффициентов ДПФ лежит в основе оригинального приема реализации практического анализатора спектра путем модификации данных во временной области перед вычислением БПФ [28]. Для этого метода в зарубежной литературе используется два названия: *«метод взвешенного наложения- сложения»*, и *«метод БПФ с предварительным суммированием»*.

Рассмотрим кратко суть метода, столь привлекательного, как справедливо отмечено при его описании в литературе, своей простотой и остроумием.

В основе метода БПФ с предварительным суммированием (а как следствие, и метода взвешенного наложения-сложения) лежат четыре основные процедуры:

- проектирование (с помощью, например, метода замен Ремеза, которое также называют методом Паркса-Маклеллана или оптимальным методом) временного  $M$ -точечного временного окна  $\omega(n)$ ,  $n = \overline{0, (M-1)}$ ,  $M = 2^p \cdot r$ , где  $p = 1, 2, \dots, r = 1, 2, \dots$ . Проектирование проводят, исходя из

требуемых амплитудно-частотных характеристик фильтров (бинов ДПФ) реализуемого анализатора спектра;

- взвешивание исходного сигнала (исходной последовательности)  $x(n), n = \overline{0, (M-1)}$  временным окном  $\omega(n), n = \overline{0, (M-1)}$ , и получение последовательности  $x_1(n) = x(n) \cdot \omega(n), n = \overline{0, (M-1)}$ ;
- получение новой последовательности  $y(n), n = \overline{0, (N-1)}$  в  $N$  отсчетов путем разбиения последовательности  $x_1(n)$  на  $p$  подпоследовательностей размером  $N$  отсчетов каждая и последующем их поэлементном сложении;
- осуществление БПФ последовательности  $y(n), n = \overline{0, (N-1)}$ .

Несложно убедиться, что коэффициенты ДПФ последовательности  $y(n)$  представляют собой прореженную версию бинов ДПФ последовательности  $x(n)$ . Остроумность метода взвешенного наложения-сложения основана на том, что если бины последовательности  $x(n)$ , имея АЧХ близкую к прямоугольной форме, сильно перекрываются, то бины последовательности  $y(n)$ , имея ту же АЧХ, перекрываются незначительно.

Недостатком метода БПФ с предварительным суммированием является фиксированность центральных частот бинов ДПФ последовательности  $y(n)$ . Другими словами, используя этот метод, мы не имеем возможности сдвига частот фильтров (бинов ДПФ) проектируемого анализатора спектра.

Рассмотрим решение указанной проблемы путем обобщения метода БПФ с предварительным суммированием (метода взвешенного наложения-сложения).

В работах [34–37] разработана теория спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисах ДЭФ-П, исследованы аналитические и стохастические свойства предложенного ДПФ-П. Система ДЭФ для сигнала длительностью  $Nr$  отсчетов задается матрицей  $F_{Nr}$ :



$$\begin{array}{c}
0 \\
1 \\
2 \\
\vdots \\
(r-1) \\
k
\end{array}
\left[ \begin{array}{cccc}
\frac{2\pi \cdot 0 \cdot 0}{r} \cdot F_N & \frac{2\pi \cdot 0 \cdot 1}{r} \cdot F_N & \frac{2\pi \cdot 0 \cdot 2}{r} \cdot F_N & \dots & \frac{2\pi \cdot 0 \cdot (r-1)}{r} \cdot F_N \\
\frac{2\pi \cdot 1 \cdot 0}{r} \cdot F_{N/r} & \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 1}{r} \cdot F_{N/r} & \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 2}{r} \cdot F_{N/r} & \dots & \frac{2\pi \cdot 1 \cdot (r-1)}{r} \cdot F_{N/r} \\
\frac{2\pi \cdot 2 \cdot 0}{r} \cdot F_{N/2r} & \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 1}{r} \cdot F_{N/2r} & \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 2}{r} \cdot F_{N/2r} & \dots & \frac{2\pi \cdot 2 \cdot (r-1)}{r} \cdot F_{N/2r} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
\frac{2\pi \cdot (r-1) \cdot 0}{r} \cdot F_{N \frac{(r-1)}{r}} & \frac{2\pi \cdot (r-1) \cdot 1}{r} \cdot F_{N \frac{(r-1)}{r}} & \frac{2\pi \cdot (r-1) \cdot 2}{r} \cdot F_{N \frac{(r-1)}{r}} & \dots & \frac{2\pi \cdot (r-1) \cdot (r-1)}{r} \cdot F_{N \frac{(r-1)}{r}}
\end{array} \right] n$$

где

$$F_{N,\theta} = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (N-1) \\ k \end{array} \left[ \begin{array}{cccc}
0 & 1 & \dots & (N-1) \\
1 & W_N^\theta & \dots & W_N^{\theta(N-1)} \\
1 & W_N^{(1+\theta)} & \dots & W_N^{(1+\theta)(N-1)} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
1 & W_N^{(N-1+\theta)} & \dots & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)}
\end{array} \right], \quad (2.25)$$

$$W_N^{(k+\theta)n} = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N} (k + \theta)n\right], \quad (2.26)$$

$\theta = 0, 1/r, 2/r, \dots, (r-1)/r.$

Анализ блочной матрицы  $F_{Nr}^{Bl}$  (2.24) позволяет вскрыть сущность метода «БПФ с предварительным суммированием» и найти пути решения проблемы, сформулированной выше.

Действительно, первая строка блочной матрицы  $F_{Nr}^{Bl}$  представляет собой  $r$  матриц вида (2.25) размерностью  $N$  с единичными взвешивающими коэффициентами. Так как число  $N$  является степенью двух, то возможно применение алгоритма БПФ (по основанию 2) для получения бинов  $N$ -мерного ДПФ, а в силу того, что ДПФ линейно, то для сокращения числа операций возможно, перед выполнением БПФ, проведение предварительного суммирования сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (Nr-1)}$  согласно следующим соотношениям:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{r-1} x_i(n); \quad n = \overline{0, (N-1)}; \quad x_i(n) = x(n+i \cdot N). \quad (2.27)$$

Для проверки полученных результатов было проведено моделирование в программной среде проектирования инженерных приложений *MATLAB*.

В качестве исходного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (Nr-1)}$ ,  $Nr = 32$ ;  $N = 8$ ;  $r = 4$  была выбрана случайная последовательность с нормальным законом распределения, математическим ожиданием равным нулю и единичной дисперсией (таблица 2.1). Модули значений бинов ДПФ последовательности  $x(n)$  приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.1 – случайная последовательность  $x(n)$  с нормальным законом распределения, математическим ожиданием равным нулю и единичной дисперсией

<b><math>n</math></b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
$x(n)$	2.0211	0.5018	-1.9983	0.2723	0.3368	0.1378	-1.6106	-1.0075
<b><math>n</math></b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$x(n)$	-0.5144	-2.0889	1.0461	0.2153	-0.1624	-0.1758	1.1022	0.5150
<b><math>n</math></b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>
$x(n)$	0.1770	0.2505	1.5957	0.7204	0.9246	1.5985	0.7592	0.1563
<b><math>n</math></b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
$x(n)$	-0.6127	1.2769	1.4401	0.9483	-0.6553	0.6555	0.5042	1.1161

Дадим некоторые пояснения. В силу того, что исходная последовательность действительна, модули значений бинов ДПФ последовательности  $x(n)$  симметричны относительно  $k = 16$ . Поскольку  $N = 8$ , а  $p = 4$ , то реализация первой строки блочной матрицы  $F_{Nr}^{Bl}$  должна дать прореженную последовательность  $S_8(p)$ ;  $p = \{0, 4, \dots, 4(N-1)\}$  последовательности бинов  $S_{32}(k)$ , которая приведена в таблице 2.2.



Таблица 2.2 – Модули значений бинов ДПФ последовательности  $x(n)$ 

<b><math>k</math></b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
$S_{32}(k)$	0.2477	0.2963	0.2372	0.0516	0.0922	0.1984	0.3071	0.0945
<b><math>k</math></b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
$S_{32}(k)$	0.0251	0.2622	0.1774	0.0733	0.1480	0.1418	0.1107	0.1978
<b><math>k</math></b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>
$S_{32}(k)$	0.0706	0.1978	0.1107	0.1418	0.1480	0.0733	0.1774	0.2622
<b><math>k</math></b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
$S_{32}(k)$	0.0251	0.0945	0.3071	0.1984	0.0922	0.0516	0.2372	0.2963

Результаты моделирования, подтверждающие это теоретическое предположение, приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Результаты моделирования, первая строка таблицы 2.2

<b><math>p</math></b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>28</b>
$S_{32}(p)$	0.2477	0.0922	0.0251	0.1480	0.0706	0.1480	0.0251	0.0922

Анализ блочной матрицы  $F_{Nr}^{Bl}$  (2.24) позволяет также наметить пути устранения недостатка метода взвешенного наложения- сложения (метода БПФ с предварительным суммированием), а именно фиксированности центральных частот бинов ДПФ последовательности  $y(n)$ . Действительно, реализация второй (таблица 2.4), третьей (таблица 2.5) и четвертой (таблица 2.6) строк блочной матрицы  $F_{Nr}^{Bl}$  (включая операцию предварительного суммирования сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, (Nr-1)}$  перед выполнением соответствующего параметрического БПФ-П согласно следующим соотношениям:

$$y(n) = \sum_{i=0}^3 x_i(n); \quad n = \overline{0, 7}; \quad x_i(n) = \frac{\pi \cdot n}{2} x(n+i \cdot 8) \quad (2.28)$$

дает возможность получения всех прореженных последовательностей:

$$S_{8,1/4}(p); \quad p = \{ 1, 5, \dots, 4(N-1)+1 \}; \quad (2.29)$$

$$S_{8,1/2}(p); \quad p = \{ 2, 6, \dots, 4(N-1) + 2 \}; \quad (2.30)$$

$$S_{8,3/4}(p); \quad p = \{ 3, 7, \dots, 4(N-1) + 3 \}; \quad (2.31)$$

последовательности бинов  $S_{32}(k)$ , которая приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.4 – Результаты моделирования, вторая строка таблицы 2.2

$p$	1	5	9	13	17	21	25	29
$S_{32}(p)$	0.2963	0.1984	0.2622	0.1418	0.1978	0.0733	0.0945	0.0516

Таблица 2.5 – Результаты моделирования, третья строка таблицы 2.2

$p$	2	6	10	14	18	22	26	30
$S_{32}(p)$	0.2372	0.3071	0.1774	0.1107	0.1107	0.1774	0.3071	0.2372

Таблица 2.6 – Результаты моделирования, четвертая строка таблицы 2.2

$p$	3	7	11	15	19	23	27	31
$S_{32}(p)$	0.0516	0.0945	0.0733	0.1978	0.1418	0.2622	0.1984	0.2963

В заключение отметим, что полученные результаты позволяют устранить основной недостаток оригинального метода практической реализации анализатора спектра, получившего название «БПФ с предварительным суммированием», а именно, фиксированность центральных частот бинов ДПФ.

Разработанный метод и алгоритм быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье на основе параметрических дискретных экспоненциальных базисов автор назвал «БПФ-П с предварительным суммированием».

## **2.5. Метод расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки**

Рассмотрим метод расширения множества анализируемых частот цифровыми фильтрами на основе частотной выборки и повышения точности

измерения этим классом фильтров спектров. В основе предложенного подхода лежит согласованное обобщение структур фильтров на основе частотной выборки и стандартного нерекурсивного гребенчатого фильтра.

Характерной особенностью развития современной теории цифровой фильтрации является постоянно меняющаяся оценка эффективности применения в задачах анализа сигналов фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтров) и фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров).

Пример – ситуация, сложившаяся с фильтрами на основе частотной выборки (ФОЧВ). В 1970-е гг. в связи с появлением перспективного метода проектирования нерекурсивных КИХ-фильтров – метода Паркса-Маклеллана - ФОЧВ были, как выясняется незаслуженно, забыты более чем на три десятилетия. Даже в курсах лекций и учебниках по цифровой обработке сигналов они упоминались вскользь или не упоминались вообще [28, 89].

Однако в последнее время доказано [28, 32], что ФОЧВ имеют ряд преимуществ перед фильтрами Паркса-Маклеллана. В частности, в тех приложениях, где требуемая ширина полосы пропускания проектируемого фильтра должна быть меньше одной пятой частоты дискретизации.

Класс фильтров на основе частотной выборки [46] основан на том, что трансверсальный фильтр (фильтр с многоотводной линией задержки, (рисунок 2.7), являясь фильтром без полюсов, может быть представлен в виде последовательной структуры, приведенной на рисунке 2.8.

Отметим, что нормирующий множитель  $1/N$  для простоты опущен. Влияние этого коэффициента и места его размещения при реализации ФОЧВ, как с использованием чисел в формате с плавающей запятой, так и с фиксированной запятой, достаточно подробно рассмотрено в [28].

Следует заметить, что фильтры на основе частотной выборки эффективны не только при узкополосной фильтрации. Например, эффективность применения фильтров этого класса для скользящих спектральных измерений также весьма высока [28, 32, 89].

Действительно, структура ФОЧВ дает возможность рекуррентного расчета значений отсчетов на выходе  $k$ -го комплексного резонатора. В результате, после выхода фильтра на установившийся режим, для получения каждого значения скользящего спектрального измерения на  $k$ -й частоте необходимо выполнить всего два комплексных умножения на входной отсчет.

В то же время следует признать, что ФОЧВ имеют и *серьезные недостатки*, что ограничивает их применение во многих приложениях [28, 46, 48, 56].

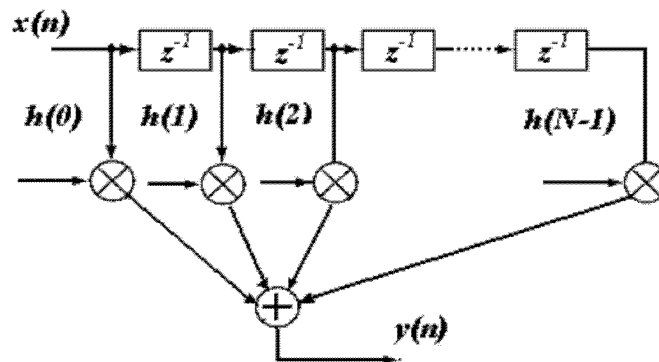


Рисунок 2.7 – Нерекурсивный фильтр с конечной импульсной характеристикой с  $N$  ответвлениями – трансверсальный фильтр.

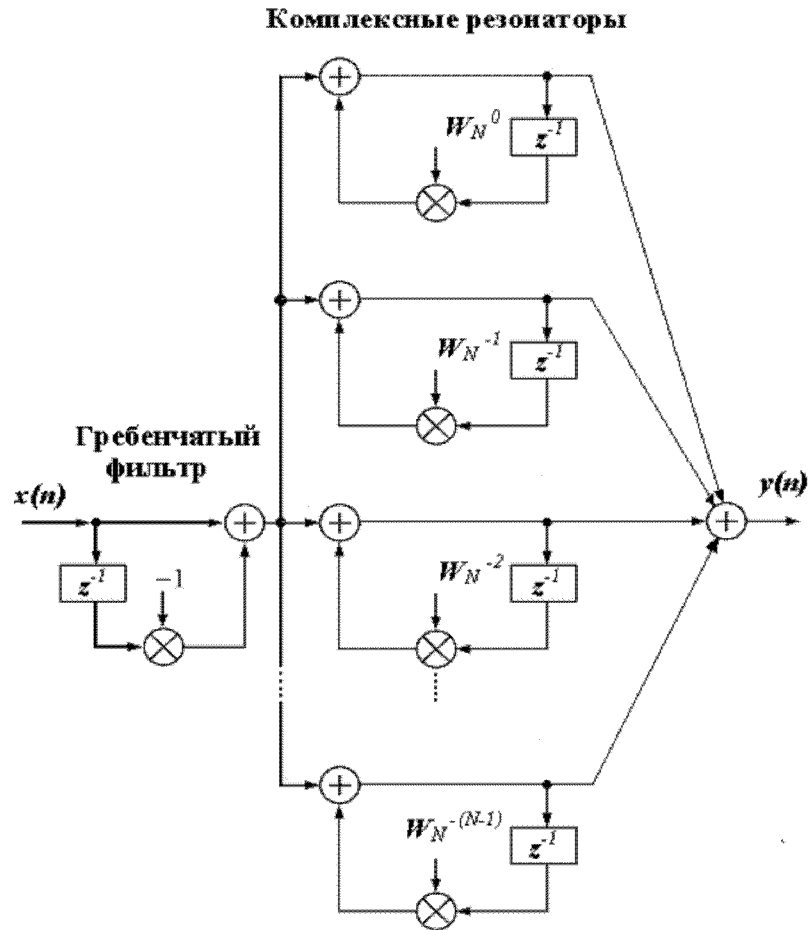


Рисунок 2.8 – Структурная схема фильтра на основе частотной выборки, где

$$W_N^k = \exp[-j2\pi / N]k .$$

**Первый недостаток** – это фиксированность множества анализируемых частот [46]:  $\{(-j2\pi / N)k\}$ , где  $k = \overline{0, N-1}$ ;  $N$  – число отсчетов импульсной характеристики гребенчатого фильтра. Этот недостаток является следствием фундаментального свойства амплитудно–частотной характеристики (АЧХ) гребенчатого фильтра, которая имеет  $N$  нулей, равномерно распределенных на единичной окружности в  $Z$ -плоскости с шагом  $2\pi / N$  (рисунок 2.9). При этом полюс каждого из комплексных резонаторов ФОЧВ для компенсации должен совпадать с одним из нулей амплитудно-частотной характеристики гребенчатого фильтра (рисунок 2.10).

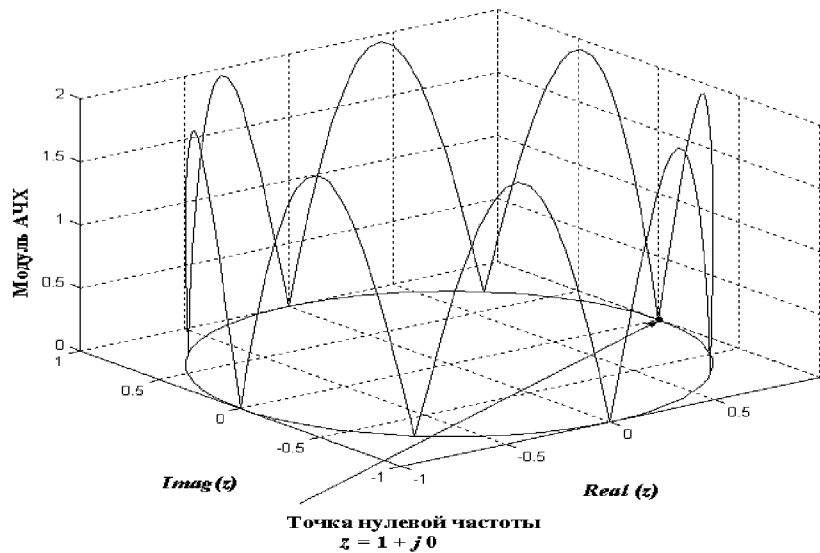


Рисунок 2.9 – Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра в  $z$ -плоскости вдоль единичной окружности,  $N = 8$

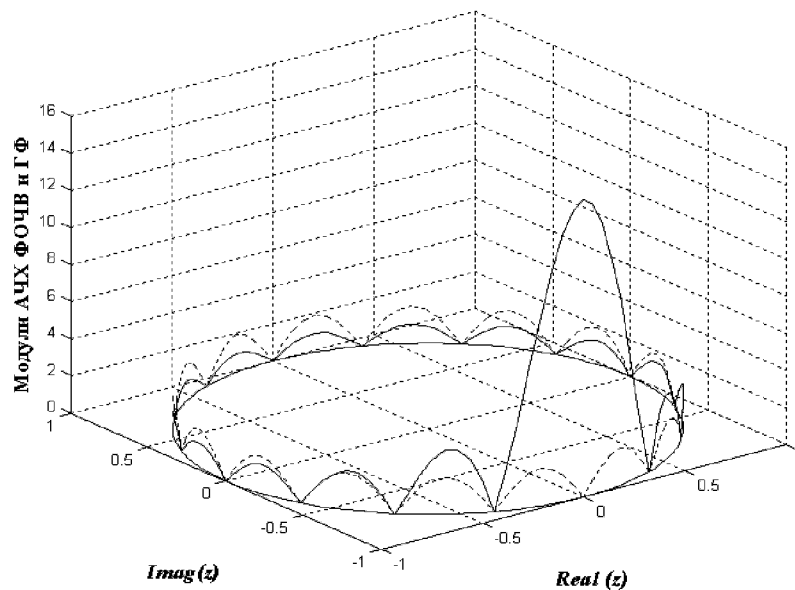


Рисунок 2.10 – Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра (пунктирная линия) и фильтра на основе частотной выборки (сплошная линия) в  $z$ -плоскости вдоль единичной окружности,  $N = 16$

**Второй недостаток ФОЧВ** связан с тем, что операции в параллельной части структуры (рисунок 2.8) выполняются с конечной точностью [89]. Вследствие этого полностью скомпенсировать нули гребенчатого фильтра полюсами комплексных резонаторов не удастся (рисунок 2.11), и ФОЧВ имеет как нули, так и полюса, а его импульсная характеристика становится неограниченной. В

результате шум округления со временем нарастает [46], искажая выходные отсчеты фильтра, и соответственно растет погрешность измерения спектра сигналов.

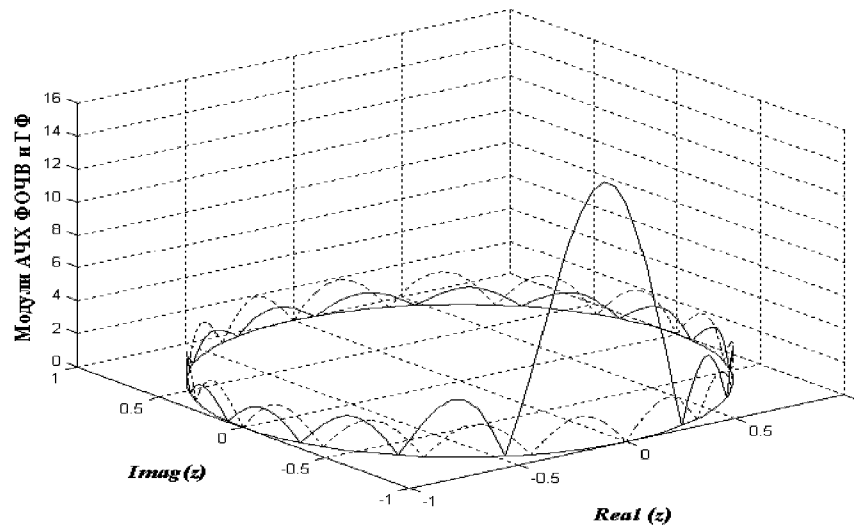


Рисунок 2.11 – Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра (пунктирная линия) и фильтра на основе частотной выборки (сплошная линия) в  $z$ -плоскости вдоль единичной окружности,  $N = 16$ , рассогласование –  $1/4$ .

В работе [46] для борьбы с этим недостатком приведена модификация метода частотной выборки: в структуре, приведенной на рисунке 2.8, между гребенчатым фильтром и комплексными резонаторами дополнительно применялась процедура трансформации спектра сигнала. Проблема неточного представления весовых коэффициентов при такой модификации снимается, но появляется другая проблема, связанная с необходимостью увеличения памяти для обеспечения хранения промежуточных переменных [46,48].

В работах [46, 48] авторами проведено обобщение разностного уравнения нерекурсивного гребенчатого фильтра с целью разработки метода устранения указанных выше недостатков ФОЧВ.

Разностное уравнение обобщенного нерекурсивного гребенчатого фильтра имеет вид:

$$y_1(n) = x(n) - e^{-j2\pi\theta} x(n - N), \text{ где } 0 \leq \theta < 1,$$

и доказано, что:

- частотная характеристика обобщенного нерекурсивного гребенчатого фильтра равна:

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(N\cdot\omega+2\pi\theta-\pi)/2} \{2j \sin[(\omega N + 2\pi\theta)/2]\}; \quad (2.33)$$

- импульсная характеристика обобщенного нерекурсивного гребенчатого фильтра равна:

$$\begin{aligned} h(n) &= 1, \text{ при } n = 0; h(n) = 0, \text{ при } n = \overline{1, N-1}; \\ h(n) &= -\exp(-j2\pi\theta), \text{ при } h(n) = N. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Импульсные характеристики обобщенного (при различных значениях параметра  $\theta$ ) и стандартного (параметр  $\theta$  равен нулю) нерекурсивного гребенчатого фильтра приведены на рисунке 2.12.

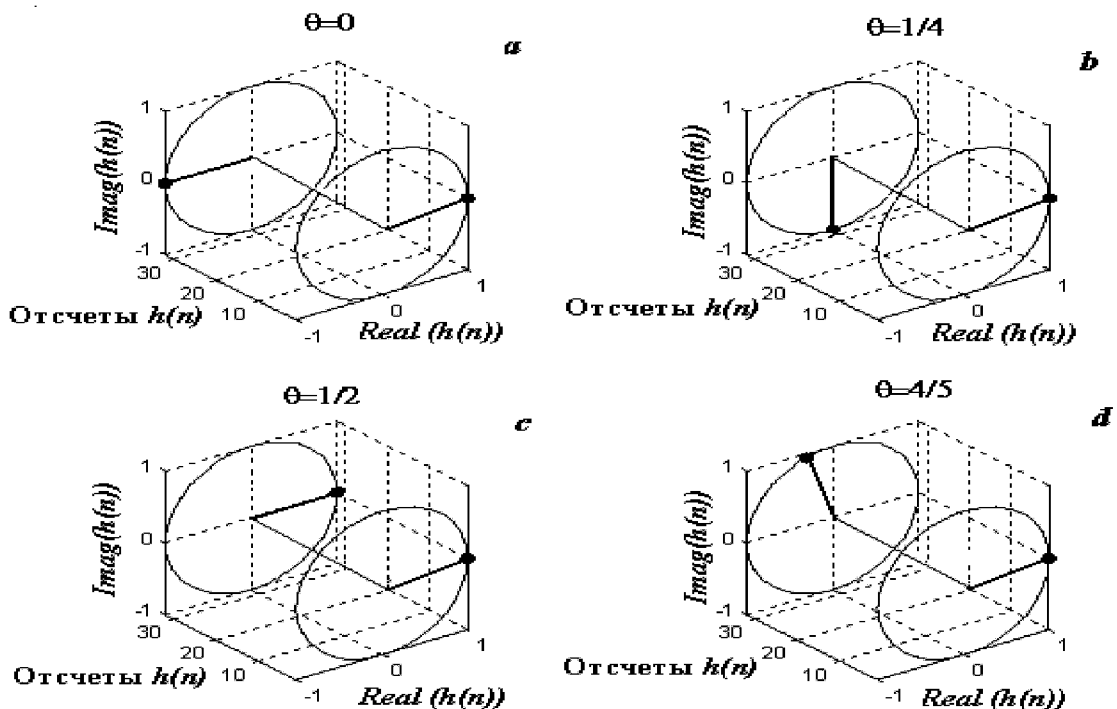


Рисунок 2.12 – Импульсные характеристики длительностью в 32 отсчета стандартного гребенчатого фильтра (*a*) и обобщенного гребенчатого фильтра (*b*, *c*, *d*) – при различных значениях параметра  $\theta$



Амплитудно-частотные характеристики обобщенного гребенчатого фильтра, соответствующие импульсным характеристикам, приведенным на рисунке 2.12, для  $\theta = 1/2, 1/4$  даны на рисунке 2.13.

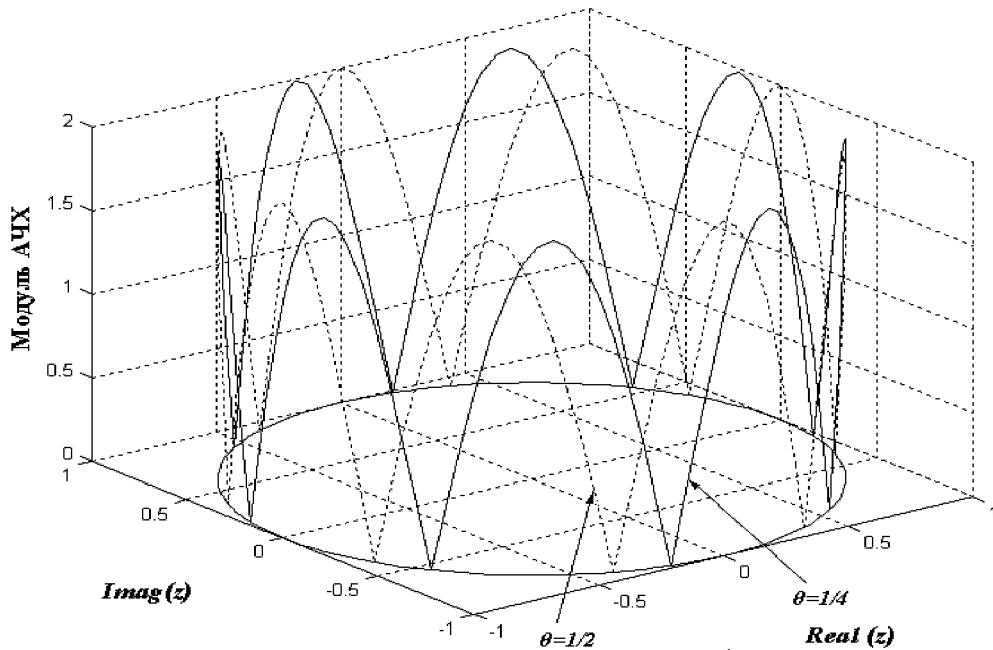


Рисунок 2.13 – Амплитудно-частотная характеристика обобщенного гребенчатого фильтра: пунктирная линия –  $\theta = 1/2$ , сплошная линия –  $\theta = 1/4$ .

На рисунке 2.14 приведена структурная схема одной из модифицированных секций такого обобщенного ФОЧВ.

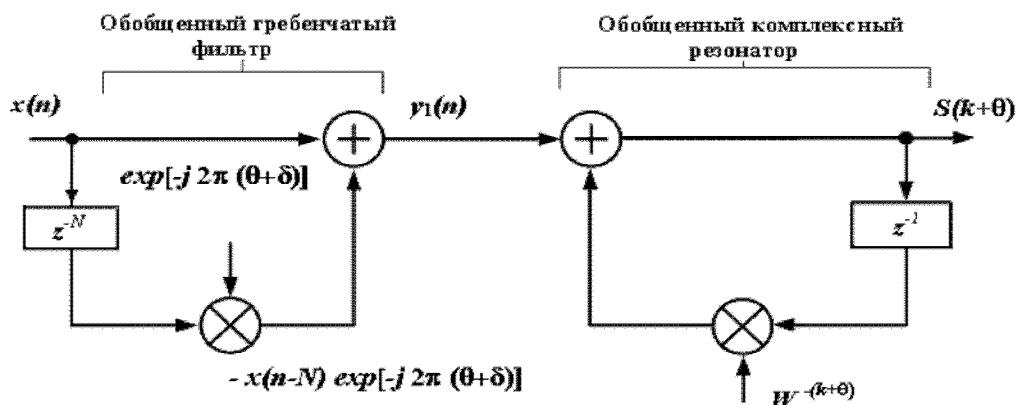


Рисунок 2.14 – Одна секция обобщенного фильтра на основе частотной выборки.

В структурной схеме обобщенного гребенчатого фильтра, приведенной на рисунке 2.14, кроме параметра  $\theta$  присутствует и дополнительный параметр  $\delta$ . Введение данного параметра позволяет «подстраивать» нули обобщенного гребенчатого фильтра для компенсации полюсов комплексных резонаторов. При этом, как отмечалось выше, появляется возможность уменьшить погрешности измерения спектра сигналов, возникающие из-за шума округления при выполнении операций с конечной точностью в параллельной части структуры обобщенного ФОЧВ.

Таким образом, «согласованное» обобщение структур фильтра на основе частотной выборки и стандартного нерекурсивного гребенчатого фильтра позволило разрешить проблему фиксированности множества частот фильтра на основе частотной выборки, что как неоднократно отмечалось, имеет большое значения для обработки музыкально-акустических сигналов.

Предложенный подход может найти самое широкое применение и в других предметных областях научных исследований. Прежде всего, в приложениях, где приходится сталкиваться с компьютерной спектральной обработкой сигналов, содержащих «скрытые» ангармонические сигналы (решение задач выявления скрытых ангармонических периодичностей). Например, в пассивной гидролокации при решении задачи обнаружения и классификации надводных и подводных судов, в машиностроении при виброакустическом функциональном диагностировании объектов [46].

## **2.6. Быстрый алгоритм вычисления дискретного преобразования Гильберта музыкально-акустических сигналов**

Дискретное преобразование Гильберта (ДПГ) находит самое широкое применение при цифровой обработке сигналов различной структуры и вида во многих областях научно-практических исследований. Среди приложений ДПГ, помимо анализа музыкально-акустических сигналов, следует назвать такие области как [1, 2, 28]:

- анализ нелинейных и нестационарных систем;
- квадратурная модуляция и демодуляция;
- обработка и анализ сигналов в радарх/сонарах;
- разработка приемников телевидения высокой четкости (*High Definition TV - HDTV*);
- сжатие аудиосигналов и цветных изображений;
- измерение мгновенных значений огибающей модулированных сигналов.

ДПГ может быть реализовано как во временной, так и в частотной областях. Частотный подход получения ДПГ, благодаря ряду преимуществ, а также существованию алгоритмов быстрого преобразования Фурье, считается более предпочтительным.

Алгоритм ДПГ в частотной области заключается в следующем [50]:

- выполнение прямого ДПФ методом БПФ:

$$S_N = \frac{1}{N} F_N X_N; \quad (2.35)$$

- формирование нового спектра:  $Y_N$ , путем обнуления на отрицательных частотах коэффициентов  $S_N$ ;
- выполнение обратного ДПФ методом обратного БПФ:

$$X_N^{AC} = \frac{1}{N} F_N^* Y_N; \quad (2.36)$$

где \* – знак комплексного сопряжения,  $X_N = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$  – представление дискретного сигнала  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , в виде вектора  $N$ -мерного линейного пространства;  $T$  – знак транспонирования;  $S_N = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$  – вектор коэффициентов разложения  $X_N$  по системе ДЭФ, задаваемой матрицей  $F_N$ ,  $X_N^{AC}$  – аналитический сигнал, соответствующий  $x(n)$ ,

$$F_N = \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & (N-1) & n \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & \\ 1 & W_N^1 & \dots & \dots & W_N^{(N-1)} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} & \end{array} \right] & ; \end{matrix} \quad (2.37)$$

$k$

$$W_N^{k \cdot n} = \exp(-j \frac{2\pi}{N} k \cdot n), k, n = \overline{0, N-1};$$

$$F_N^* = \begin{matrix} & 0 & 1 & \dots & (N-1) & k \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N-1) \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & \\ 1 & W_N^{-1} & \dots & \dots & W_N^{-(N-1)} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & \dots & \dots & W_N^{-(N-1)(N-1)} & \end{array} \right] & ; \end{matrix} \quad (2.38)$$

$n$

Однако, у данного алгоритма имеется и *существенный недостаток*. Данный метод требует обнуления на отрицательных частотах коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) входного сигнала. В результате алгоритм обратного ДПФ работает неэффективно: половина памяти тратится на хранение нулевых значений и выполняются операции с нулевыми отсчетами, которые бесполезны.

Рассмотрим разработанный в статье [50] алгоритм быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта свободный от указанных недостатков.

При выполнении обратного ДПФ (2.36) происходит усечение столбцов матрицы  $F_N^*$  (2.38), и матрица из квадратной превращается в прямоугольную матрицу размером  $N \times (N/2 + 1)$ .

Применив к множеству номеров строк матрицы  $F_N^*$  отношение сравнимости по модулю 2, согласно соотношениям (2.16), получим два подмножества классов вычетов по модулю 2, мощность каждого из которых равна  $M$ .

Используя полученное разбиение, переупорядочим множество строк матрицы  $F_N^*$  и представим ее в виде двух блочных матриц  $H$ ,  $M = N/2$ ,  $\theta = 0, 1/2$ :

$$H_{[M \times (M+1)], \theta} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & M & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (M-1) \\ k \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & W_M^{-\theta} & \dots & W_M^{-\theta M} & \\ 1 & W_M^{-(1+\theta)} & \dots & W_M^{-(1+\theta)M} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 1 & W_M^{-(M-1+\theta)} & \dots & W_M^{-(M-1+\theta)M} & \end{array} \right] \end{matrix} ; \quad (2.39)$$

$$\text{где } W_M^{k \cdot n} = \exp(-j \frac{2\pi}{M} (k + \theta) \cdot n).$$

Матрицы  $H_{[M \times (M+1)], 0}$  и  $H_{[M \times (M+1)], 1/2}$  без учета  $M$ -го столбца (его учет легко реализовать либо во временной, либо в частотной области) с точностью до знака совпадает с параметрическим дискретным преобразованием Фурье (ДПФ-П), свойства которого подробно исследованы в работах [35, 36, 38, 39] и для вычисления которого существуют быстрые алгоритмы [52, 63, 71, 72].

В предлагаемом алгоритме на последнем этапе алгоритма ДПГ в частотной области (2.36) необходимо выполнять не обратное БПФ размером  $N$ , а два параметрических БПФ (БПФ-П) размером  $N/2$ .

Предлагаемый метод дает экономию оперативной памяти в два раза, позволяет распараллеливать процесс и уменьшает число вычислений по сравнению со стандартным методом ДПГ в  $[\log_2(M)/\log_2(N)]$  раз.

## 2.7. Быстрый алгоритм измерения скользящего спектра Фурье музыкально-акустических сигналов

Рассмотрим быстрый алгоритм измерения скользящего параметрического дискретного преобразования Фурье ангармонических сигналов

При цифровой обработке сигналов в различных областях научных исследований часто приходится сталкиваться с задачами обнаружения и измерения параметров во времени, как отдельных тональных компонент, так и ангармонических сигналов (задачи выявления скрытых периодичностей и гармонических рядов (звукорядов)).

Например, при обработке музыкально-акустических сигналов ангармонические сигналы, характеризующие тембр того или иного музыкального инструмента или исполнителя, используются для выделения их звуковых сигналов из музыкального сигнала. В пассивной гидролокации анализ структуры звукорядов, возникающих в спектрах за счет работы механизмов судна, применяется при обнаружении и классификации кораблей. При решении задач виброакустической функциональной диагностики машин и механизмов широко используется факт того, что акустические сигналы машин и механизмов характеризуются наличием гармонических рядов из гармоник оборотной, зубцовой и модуляционных частот [32, 35, 39, 45].

Методы компьютерной спектральной обработки отдельных гармонических компонент (тональных компонент) во времени достаточно подробно рассмотрены в работах [39, 45].

Среди них отметим два метода: метод использования одной секции ФОЧВ (рисунок 2.8) и метод однобинового скользящего ДПФ (СДПФ).

Разностное уравнение СДПФ имеет вид [28]:

$$S_{N,m}(n) = W_N^{-m} [S_{N,m}(n-1) + x(n) - x(n-N)]; \quad (2.40)$$

где  $S_{N,m}(n)$ -значение  $m$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ в момент времени  $n$ . Его реализация приводит к структуре фильтра, приведенного на рисунке 2.15.

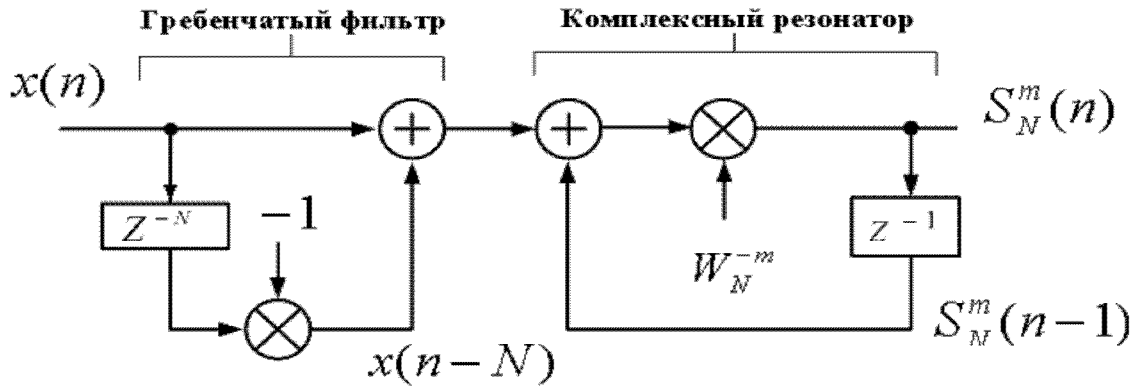


Рисунок 2.15 – Структура фильтра однобинового СДФФ на  $m$ -й частоте

Во второй главе (раздел 2.4) отмечалось, что в основе ФОЧВ лежит возможность реализации КИХ-фильтра с  $N$  ответвлениями в виде последовательного соединения гребенчатого фильтра и банка из  $N$  комплексных резонаторов, одна секция которого приведена на рисунке 2.16.

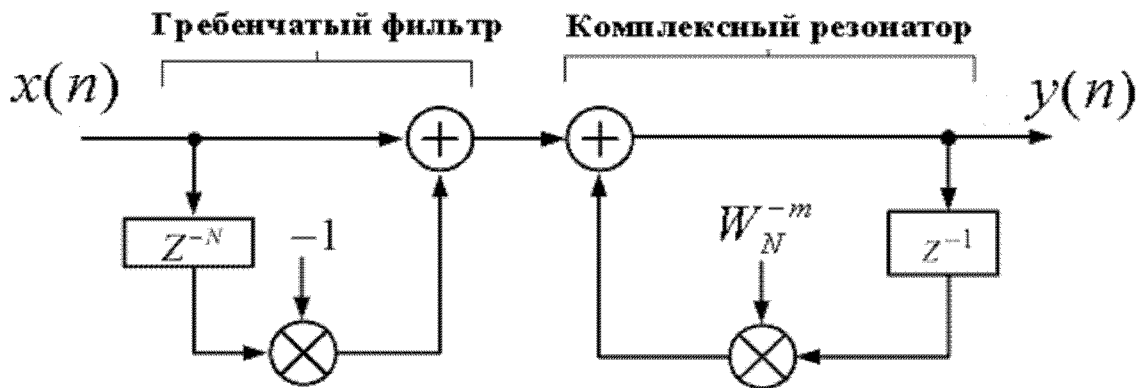


Рисунок 2.16 – Структура комплексного ФОЧВ на  $m$ -й частоте

Структура, изображенная на рисунке 2.15, позволяет эффективно измерять спектр на фиксированном множестве частот:

$$\{2\pi k/N\};$$

где:  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $N$  – число отсчетов сигнала задержки входной последовательности  $x(n)$  в гребенчатом фильтре.

Сравнивая структуры фильтров, приведенных на рисунках 2.15 и 2.16, нетрудно видеть их принципиальную эквивалентность, а некоторые отличия

объясняются различиями в способе вывода, проведенного либо на основе метода частотной выборки, либо метода ДПФ.

Общим недостатками указанных методов компьютерной спектральной обработки являются:

- фиксированность множества частот фильтров ФОЧВ и СДПФ, на которых можно осуществлять скользящее однобиновое измерение спектра;
- фильтры находятся на грани устойчивости, так как их единственный полюс, подавляющий ноль гребенчатого фильтра в точке  $z = \exp(j2\pi k / N)$  расположен на единичной окружности  $z$ - плоскости. Если в результате округления коэффициентов фильтра полюс выйдет за пределы единичной окружности СДПФ становится неустойчивым. Предложенный в [28] метод борьбы с указанным недостатком – введение затухания для смещения нулей и полюса внутрь единичной окружности  $z$ - плоскости решает указанную проблему.

Рассмотрим совершенствование метода СДПФ на основе ДПФ-П [39, 45, 46, 48].

Предварительно рассмотрим алгоритм работы обобщенного комплексного резонатора (рисунок 2.17).

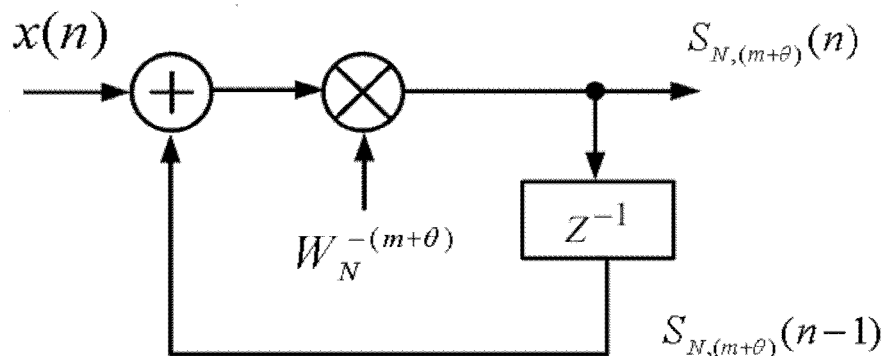


Рисунок 2.17 – Структура обобщенного комплексного резонатора на  $(m + \theta)$ -й частоте

Значение  $m$ -го бина ДПФ-П задается следующим соотношением:



$$S_N(k, \theta) = x(0) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot 0} + x(1) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot 1} \dots \\ + \dots x(N-2) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot (N-2)} + x(N-1) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot (N-1)} \quad (2.41)$$

Обобщенный комплексный резонатор является БИХ-фильтром, разностное уравнение которого имеет вид:

$$S_{N,(m+\theta)}(n) = W_N^{-(m+\theta)} [x(n) + S_{N,(m+\theta)}(n-1)]; \quad (2.42)$$

где  $n$  - номер шага;  $n=0,1,\dots$ .

Обозначив  $z$ -преобразование  $x(n)$  и  $S_{N,(m+\theta)}(n)$  соответственно через  $X(z)$  и  $Y(z)$ , выражение (2.42) представим в следующем виде:

$$Y(z) = W_N^{-(k+\theta)} \cdot (X(z) + z^{-1} \cdot Y(z)). \quad (2.43)$$

Тогда передаточную функцию БИХ-фильтра (рисунок 2.17) можно представить в виде следующего соотношения:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W_N^{-(m+\theta)}}{1 - z^{-1} \cdot W_N^{-(m+\theta)}}. \quad (2.44)$$

На  $N$ -ом шаге, т.е. при  $n = (N-1)$  значение выходного отсчета комплексного резонатора описывается следующим соотношением:

$$S_{N,(m+\theta)}(N-1) = x(0) \cdot W_N^{-(m+\theta) \cdot N} + x(1) \cdot W_N^{-(m+\theta) \cdot (N-1)} \dots \\ + \dots x(N-2) \cdot W_N^{-(m+\theta) \cdot (2)} + x(N-1) \cdot W_N^{-(m+\theta) \cdot (1)}. \quad (2.45)$$

Вынося в выражении (2.45)  $W_N^{-(m+\theta) \cdot N}$  за скобки, а также учитывая, что  $W_N^{-m \cdot N} = 1$  и  $W_N^{-\theta \cdot N} = \exp(j2\pi\theta)$ , получим:

$$S_{N,(m+\theta)}(N-1) = \exp(j2\pi\theta) [x(0) + x(1) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot 1} \dots \\ + \dots x(N-2) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot (N-2)} + x(N-1) \cdot W_N^{(m+\theta) \cdot (N-1)}]. \quad (2.46)$$

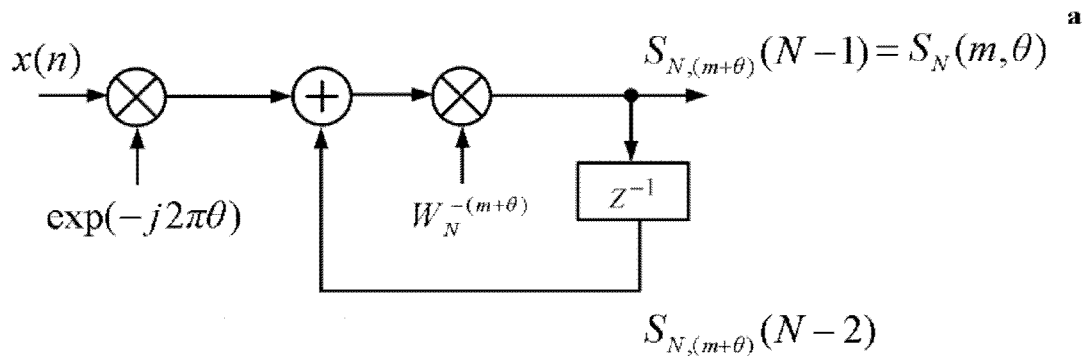
Сравнивая полученное выражение (2.46) с соотношением (2.41), устанавливаем, что на шаге  $n = (N - 1)$  значение выходного отсчета рассматриваемого резонатора равно:

$$S_{N,(m+\theta)}(N-1) = \exp(j2\pi\theta) S_N(k, \theta). \quad (2.47)$$

Таким образом, доказано, что выходной отсчет на шаге  $n = (N - 1)$  обобщенного комплексного резонатора отличается от  $(m + \theta)$  коэффициента ДПФ-П приращением фазы на величину  $\varphi = (j2\pi\theta)$  и, следовательно, не равен коэффициенту ДПФ-П, как утверждается в работе [28].

Для того, чтобы выходной отсчет на шаге  $n = (N - 1)$  обобщенного комплексного резонатора на шаге  $n = (N - 1)$  был равен  $(m + \theta)$  коэффициенту ДПФ-П необходимо:

- либо умножить каждый входной отсчет обобщенного комплексного резонатора на  $\exp(-j2\pi\theta)$  (рисунок 2.18, а);
- либо на шаге  $n = (N - 1)$  выходной отсчет один раз умножить на  $\exp(-j2\pi\theta)$  (рисунок 2.18, б).



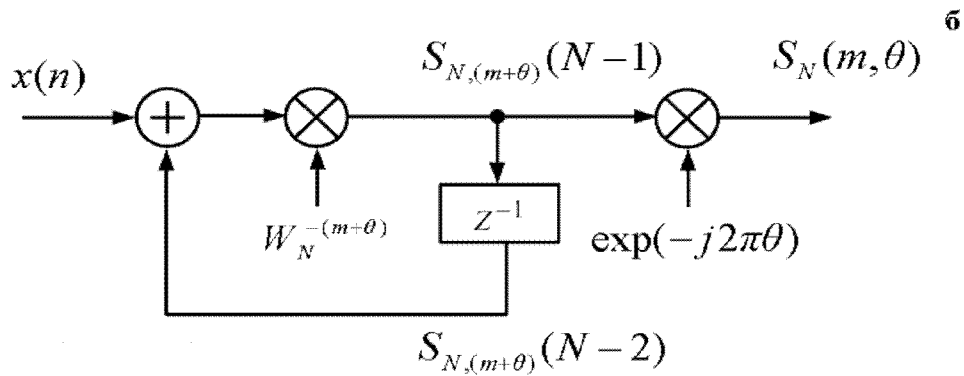


Рисунок 2.18 – Структуры модификаций обобщенного комплексного резонатора на  $(m + \theta)$  частоте

Найдем рекуррентное соотношение для вычисления однобинового параметрического скользящего дискретного преобразования Фурье (СДПФ-П).

Исходя из алгебраической формы ДПФ-П (1.17):

$$S_N(k, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}, \quad k = \overline{0, N-1}; \quad 0 \leq \theta < 1;$$

вычисление  $m$ -го бина ДПФ-П в начальный момент времени  $p = 0$  следует проводить согласно следующему соотношению:

$$S_{N,(m+\theta)}(0) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{(m+\theta)n}; \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (2.47)$$

При сдвиге прямоугольного временного окна на один отсчет вправо, расчет  $m$ -го бина ДПФ-П в момент времени  $p = 1$  необходимо осуществлять согласно следующему соотношению:

$$\begin{aligned} S_{N,(m+\theta)}(1) &= x(N) \cdot W_N^{(N-1)(m+\theta)} + \sum_{n=1}^{N-1} x(n) W_N^{(m+\theta)(n-1)} = \\ &= x(N) \cdot W_N^{Nm} \cdot W_N^{-(m+\theta)} \cdot W_N^{N\theta} + W_N^{-(m+\theta)} \sum_{n=1}^{N-1} x(n) W_N^{(m+\theta)n}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Учитывая, что:

$$\begin{aligned}
 W_N^{Nm} &= 1; \\
 \sum_{n=1}^{N-1} x(n)W_N^{(m+\theta)} &= S_{N,(m+\theta)} - x(0); \\
 W_N^{N\theta} &= \exp(-j2\pi\theta);
 \end{aligned}$$

и вынося общий член  $W_N^{-(m+\theta)}$  за скобки, получим:

$$S_{N,(m+\theta)}(1) = W_N^{-(m+\theta)} [S_{N,(m+\theta)}(0) + x(N) \cdot \exp(-j2\pi\theta) - x(0)]. \quad (2.49)$$

Рекуррентное соотношение (2.49) представляет собой, по сути, разностное уравнение БИХ-фильтра, реализующего СДПФ-П:

$$S_{N,(m+\theta)}(p) = W_N^{-(m+\theta)} [S_{N,(m+\theta)}(p-1) + x(p) \cdot \exp(-j2\pi\theta) - x(p-N)]. \quad (2.50)$$

Структура фильтра однобинового СДПФ на  $m$ -й частоте в виде БИХ-фильтра представлена на рисунке 2.19.

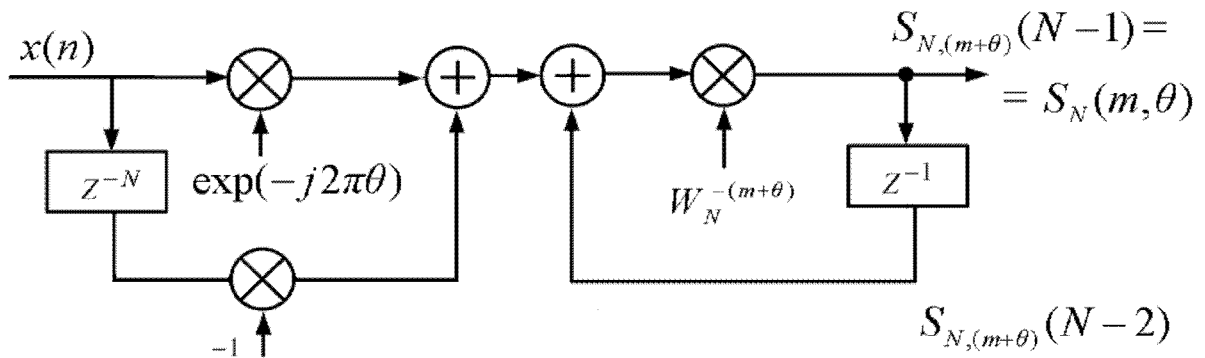


Рисунок 2.19 – Структура фильтра однобинового СДПФ-П на  $(m + \theta)$ -й частоте

Однобиновое СДПФ-П позволяет рекуррентно вычислять значения спектра  $S_{N,(m+\theta)}(p)$  из скользящего окна длиной в  $N$  отсчетов на  $p$ -ом шаге, при сдвиге сигнала в окне на один отсчет влево.

Алгоритм СДПФ-П, в отличие от алгоритма СДПФ, обеспечивает полный контроль над резонансной частотой фильтра ДПФ-П. Отметим, что переходная

характеристика фильтра СДПФ-П, как и переходная характеристика фильтра СДПФ, имеет длину в  $N$ -отсчетов.

Используя разработанный быстрый алгоритм измерения однобинового скользящего ДПФ-П, несложно построить и быстрый алгоритм измерения скользящего спектра музыкально- акустического сигнала.

Действительно, учитывая ангармоническую структуру (1.7) математических моделей МАС, быстрый алгоритм измерения их скользящих спектров представляет собой множество однобиновых СДПФ-П, настроенных на основной тон и обертоны того или иного музыкального инструмента или вокала.

В заключение, проведем сравнение эффективности применения ДПФ-П и СДПФ-П для компьютерной спектральной обработки музыкально- акустического сигнала.

**Постановка задачи сравнения эффективности применения ДПФ-П и СДПФ-П.** Задан ангармонический сигнал  $y(n)$ ,  $n = \overline{0, (M-1)}$  и интервал скользящего измерения спектров сигналов  $x_r(n)$ , получаемых сдвигом вправо временного окна по сигналу  $y(n)$  на один отсчет:

$$x_r(n) = y(n+r), \quad n = \overline{0, (N-1)}, \quad r = \overline{0, (M-N)}, \quad (2.51)$$

и задана частота основного тона  $(m + \theta_1)$ .

Необходимо найти скользящий спектр сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ ,  $p = \overline{1, \text{ent}[N/(2(m + \theta_1))]}$ ,  $\text{ent}[\cdot]$  – операция взятия целой части числа. При этом желательно измерение скользящего спектра сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ ,  $p = \overline{1, \text{ent}[N/(2(m + \theta_1))]}$ , осуществлять за один такт дискретизации.

Поставленную задачу принципиально можно решить двумя способами.

**Первый способ решения задачи, основанный на применении ДПФ-П.** Для нахождения скользящего спектра сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ , методом ДПФ-П необходимо выполнить следующие операции:

- вычислить ДПФ-П сигналов  $x_r(n)$  при  $\theta_p = \theta_1 \cdot p$ ,  $p = \overline{1, \text{ent}[N/(2(m + \theta_1))]}$ . Число операций при этом равно  $\text{ent}[N/(2(m + \theta_1))] \cdot N^2$ , а при использовании алгоритма БПФ-П (что возможно при  $N = 2^k$ ) число операций соответственно равно  $\text{ent}[N/(2(m + \theta_1))] \cdot (N/2) \cdot \log_2 N$ ;
- провести выборку соответствующих бинов  $(m + \theta_1) \cdot p$  из вычисленных спектров последовательностей  $x_r(n)$ .

**Второй способ, основанный на применении СДПФ-П.** Для нахождения скользящего спектра сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ , методом СДПФ-П необходимо выполнить следующие операции:

- вычислить СДПФ-П сигналов  $x_r(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ ,  $p = \overline{1, \text{ent}[N/(2(m + \theta_1))]}$  с помощью однобиновых фильтров СДПФ-П. Число операций при этом, без учета  $N$  операций на выход фильтра СДПФ-П на рабочий режим, равно  $2 \cdot \text{ent}[N/(2(m + \theta_1))]$  на каждый фильтр СДПФ-П:  $N$  операций на выход фильтра СДПФ-П на рабочий режим плюс 2 операции на вычисление скользящего измерения, а поскольку фильтры СДПФ-П могут работать параллельно, то при нахождении скользящего спектра сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$  методом СДПФ-П следует учитывать именно это число операций.

Проведем сравнение рассмотренных методов по экономии числа операций, необходимых для получения скользящего спектра сигнала  $y(n)$  на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ , согласно соотношению:

$$\text{Экономия числа вычислений} = \frac{A - B}{A} \quad (2.52)$$

где  $A$  – число операций в алгоритме  $A$ ,  $B$  – число операций в алгоритме  $B$ .

Подставив соответствующие значения операций в алгоритмах на основе ДПФ-П, БПФ-П (алгоритмы  $A$ ) и СДПФ-П (алгоритм  $B$ ) получим:

$$\text{Экономия числа операций : (ДПФ-П)} \Leftrightarrow \text{(СДПФ-П)} \Rightarrow \frac{(N^2 - 2)}{N^2} \cdot 100\%; \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \text{Экономия числа операций : (БПФ-П)} \Leftrightarrow \text{(СДПФ-П)} \Rightarrow \\ \frac{N/2 \log_2 N - 2}{N/2 \log_2 N} \cdot 100\%. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Результаты моделирования экономии числа операций в алгоритме СДПФ-П в сравнении с алгоритмами на основе ДПФ-П и БПФ-П приведены на рисунке 2.20.

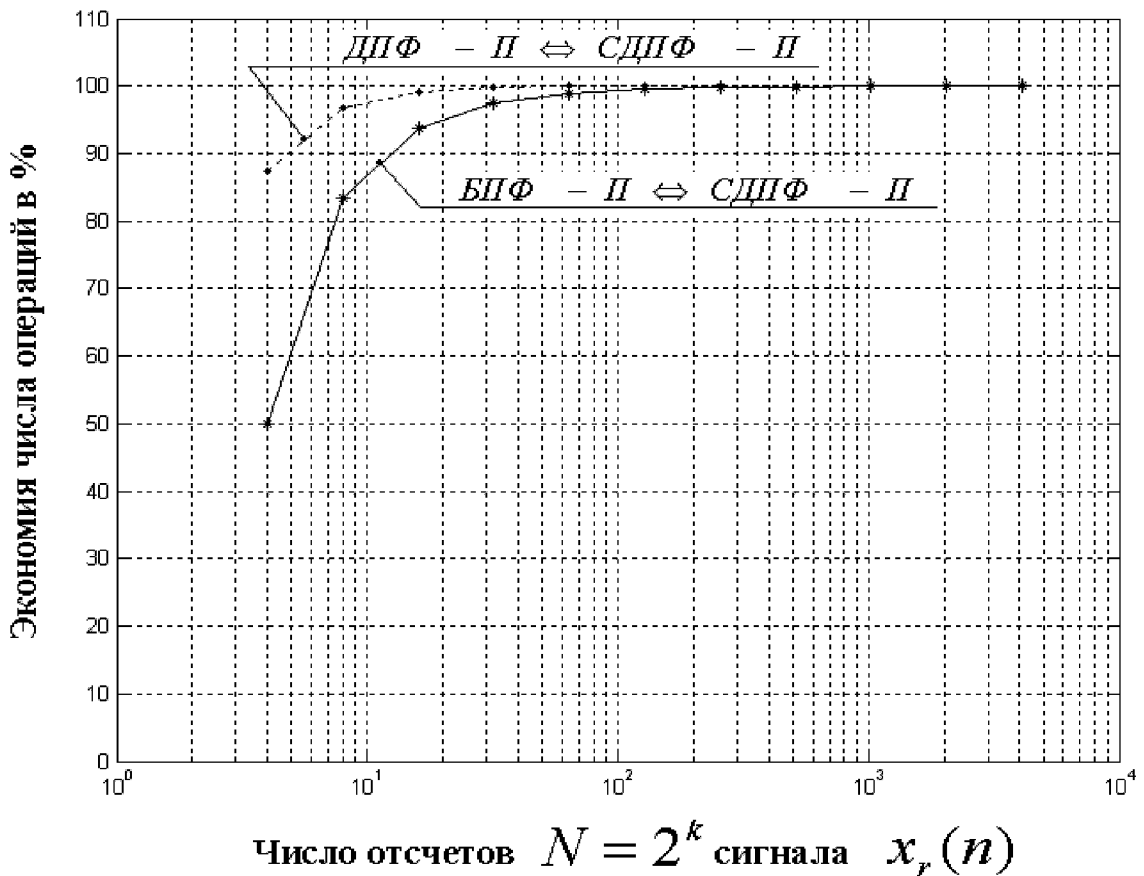


Рисунок 2.19 – Экономия числа операций в алгоритме СДПФ-П в сравнении с алгоритмами на основе ДПФ-П и БПФ-П

Из результатов моделирования непосредственно следует вывод о том, что разработанный алгоритм получения параметрического скользящего спектра МАС дает значительную экономию числа операций в сравнении с алгоритмами на

основе как ДПФ-П, так и на основе БПФ-П. Это позволяет проводить измерение скользящего параметрического спектра сигналов на частотах  $(m + \theta_1) \cdot p$ ,  $p = \overline{1, \text{ent}[N / (2(m + \theta_1))]}$  за один такт дискретизации.

Заметим, что проведение скользящих измерений параметрических спектров алгоритмами на основе как ДПФ-П, так и на основе БПФ-П за один такт дискретизации невозможно из-за достаточно высоких частот дискретизации МАС.

Отметим еще одно достоинство разработанного алгоритма – длительность временного окна при проведении скользящих измерений сигналов, в том числе и МАС, не обязательно должна быть степенью двух.

## ВЫВОДЫ

1. Исследована взаимосвязь ДПФ-П действительных последовательностей с ДПФ-П соответствующей ей последовательности с линейной инверсией дискретного времени. Полученные результаты могут быть использованы при рассмотрении как теоретических, так и практических вопросов компьютерной спектральной обработки МАС, а также сигналов ангармонической структуры в различных предметных областях.
2. Разработан метод и алгоритм локализации спектральных пиков на основе ДПФ-П, устраняющий существенные недостатки, присущие известным методам и алгоритмам решения данной задачи, в частности фиксированность шага дискретизации по частоте при измерении спектров и значительного возрастания числа операций для измерения частоты гармоники (в  $\gamma = 2^{m-1}(p + m) / p$  раз).
3. Разработаны метод и алгоритм компьютерного спектрального анализа МАС в заданном диапазоне частот, основанные на анализе аналитических свойств матрицы преобразования ДПФ, и позволившие сократить время измерения спектра в  $Q$  раз ( $Q = 100 \cdot [1 - \frac{\log_2(N)}{\log_2(N \cdot r)}]$ ).



4. Разработан метод быстрого получения прореженных коэффициентов ДПФ – алгоритм *БПФ-П с предварительным суммированием*, который является обобщением известного метода *взвешенного наложения-сложения*, существенным недостатком которого является фиксированность центральных частот бинов ДПФ. Предложенный алгоритм, основанный на результатах исследования автором параметрических дискретных экспоненциальных базисов, свободен от указанного недостатка.
5. Предложен метод расширения множества анализируемых частот цифровыми фильтрами на основе частотной выборки и повышения точности измерения спектров этим классом фильтров. В основе предложенного подхода лежит согласованное обобщение структур фильтров на основе частотной выборки и стандартного нерекурсивного гребенчатого фильтра.
6. Дискретное преобразование Гильберта, использующее частотный подход, благодаря ряду преимуществ перед временным подходом, считается более предпочтительным, несмотря на следующие недостатки:
  - во-первых, половина памяти тратится на хранение нулевых значений;
  - во-вторых, выполняются операции с нулевыми отсчетами, которые бесполезны.

Разработан быстрый алгоритм дискретного преобразования Гильберта, использующий частотный подход и свободный от указанных недостатков.

7. Разработан быстрый алгоритм измерения скользящего спектра Фурье музыкально-акустических сигналов на основе ДПФ-П, устраняющий основной недостаток однобинового СДПФ: фиксированность множества частот фильтров СДПФ, что позволило создать быстрый алгоритм обработки сигналов ангармонической структуры.

## ПРИЛОЖЕНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНОГО ТОНА МУЗЫКАЛЬНО- АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

### 3.1. Особенности определения основного тона музыкально-акустических сигналов

С необходимостью решения задачи определения частоты основного тона – определения частоты основного гармонического сигнала сложных *ангармонических сигналов*, – помимо музыкальной акустики [2, 26, 33] исследователи сталкиваются и в других областях, среди которых можно назвать гидроакустику [32], виброакустику [38, 49], анализ речевых сигналов в кибернетике и связи [96] и др.

Для определения частоты основного тона в литературе предлагается множество разнообразных методов [1, 2, 3, 4, 26, 32, 35, 39, 44, 50, 51].

В главе 1, в разделе 1.3 перечислены 7 базовых групп методов определения частоты основного тона, в основе которых лежит спектральная обработка:

1. Решение, так называемой, задачи выявления скрытых периодичностей [101, 117, 125].
2. Оценка минимальной разницы частот между выявленными обертонами.
3. Вычисление наибольшего общего делителя (НОД) для частот выявленных обертонов.
4. Автокорреляционные методы обработки исходного сигнала.
5. Кепстральный анализ<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup> Кепстр (термин «*кепстр*» получается перестановкой букв в термине «*спектр*») представляет собой спектр логарифма энергетического спектра исходного сигнала. Идея *кепстрального анализа* заключается в рассмотрении самого энергетического спектра исходного сигнала в виде своеобразного сигнала, Фурье – преобразование которого позволяет информацию, содержащуюся в энергетическом спектре, во-первых, сжать и, во-вторых, представить ее в более наглядной форме. Например, каждый ангармонический сигнал в спектральной области (в

6. Анализ огибающей биений двух соседних обертонов МАС.
7. Так называемый, метод произведения гармоник спектра, идея которого заключается в суммировании сжатого в целое число раз логарифма энергетического спектра исходного сигнала [90].

И там же, в главе 1, подчеркивается, что, недостатки, присущие методам и алгоритмам определения частоты основного тона МАС всех семи базовых групп, главным образом, вытекают из природы ДПФ, свойств его базиса и эффектов, сопровождающих его применение (эффектов частотокола, утечки, амплитудной модуляции и наложения, подробно рассмотренных в работах [35, 36, 124, 132]).

Рассмотрим *причины недостатков* известных методов и алгоритмов определения основного тона, которые можно устранить, используя ДПФ-П и разработанные на его основе методы и алгоритмы, повысив тем самым эффективность и результативность определения этими методами основного тона музыкально-акустических сигналов.

Для методов и алгоритмов **групп № 1, 2, 3 и 7** недостатки связаны с несовпадением частот коэффициентов ДПФ и частот музыкальных шкал, что приводит к размыванию спектральной картины и затруднению анализа спектра – поиску спектральных пиков, оценке наличия в сигнале той или другой частоты и т.п.

Для методов **групп № 5 и 6** недостатком является наложение корреляционных функций при оценке энергетического спектра методом ДПФ.

Для методов **группы № 7** недостатком является недостаточная точность оценки огибающей.

---

исходном энергетическом спектре) представляет собой набор дискретных составляющих на кратных частотах (звукоряд), а в кепстре этот звукоряд будет представлен всего одной дискретной составляющей, соответствующей основному тону или несколькими дискретными составляющими, если исходный сигнал является сложным ангармоническим сигналом.

### 3.2. Нахождение значений ДВПФ на частотах музыкальных шкал

Как отмечалось в главе 1, в разделе 1.1, слуховая система человека воспринимает звук в широком диапазоне частот от 20 до 20 000 Гц и в этом диапазоне различает по высоте примерно 620 градаций. Однако различные культуры используют для создания музыки только ограниченный дискретный набор звуков, называемый музыкальными шкалами [2].

В настоящее время наиболее распространенной является *равномерно-темперированная шкала*, которая содержит последовательность тонов с математически строго определенными частотными соотношениями. Эта шкала была создана в конце XVII – начале XVIII веков и явилась следствием многолетних усилий математиков и музыкантов, т.к. при ее создании требовалось найти компромиссное решение между «чистым» звучанием интервалов, получаемом, когда частоты двух звуков соотносятся как соседние малые натуральные числа, например, 2:1, 3:2, 4:3, и возможностью транспонирования музыки, требующей перехода одного интервала в другой, при изменении частоты звука в два раза.

В результате была принята система разбиения частотных интервалов, находящихся в отношении 2:1 и называемых в теории музыки *октавой*, на 12 частей – *полутонов* с таким расчетом, чтобы отношения частот двух соседних полутонов были постоянными т.е. равным  $\sqrt[12]{2} \approx 1,0595$ . Всего выделяется 8 октав: субконтроктава, контроктава, большая октава, малая октава, первая, вторая, третья и четвертая октавы. Эталонным звуком является нота «ля» первой октавы, на которую настроен камертон и частота которой в настоящее время принята равной 440Гц. От нее в обе стороны расходятся ноты разных октав.

На пианино самая нижняя нота – нота «ля» субконтроктавы – имеет частоту 27,5Гц, самая высокая – нота «до» четвертой октавы – 4186 Гц. У других музыкальных инструментов частотный диапазон уже. Хотя в теории, для

однообразия рассматривают ноты, начиная с «до» субконтроктавы, ее частота математически равна 16,35Гц [2].

Таким образом, при нахождении основного тона музыкально-акустических сигналов, требуются частотные коэффициенты, соответствующие частотам музыкальных шкал, но стандартное ДПФ не дает возможности находить частотные коэффициенты на заранее заданных частотах, напротив, оно диктует набор частот, на которых будут получены коэффициенты.

Говоря строго, ДПФ некоторой последовательности  $x(n)$ , заданной на интервале  $n = \overline{0, (N-1)}$  (на единичной окружности) и взвешенной временным окном  $w(n)$  позволяет находить взвешенное ДВПФ (2.11) на единичной окружности только в дискретном множестве точек  $2\pi \cdot k / N$ ,  $k = \overline{0, (N-1)}$  и не дает возможности найти взвешенное ДВПФ в других точках единичной окружности (эффект частотокола).

Отсутствие информации о значениях взвешенного ДВПФ в других точках единичной окружности (проявление эффекта частотокола) является основной причиной невысокой точности определения основного тона МАС, методами и алгоритмами, основанными на ДПФ.

Так, точность определения основного тона МАС методами и алгоритмами, отнесенных в разделе 3.1 к группам № 1, 2, 3 и 7, в общем случае, равна половине частотного интервала  $\Delta f$  между бинами ДПФ ( $\Delta f = f_{kv} / N$  – частотный интервал между бинами ДПФ;  $f_{kv}$  – частота квантования (дискретизации) сигнала,  $N$  – размерность ДПФ).

При этом заметим, что с увеличением частоты квантования (дискретизации)  $f_{kv}$  увеличивается диапазон анализируемых частот, но не точность определения основного тона, зависящая от частотного интервала между бинами ДПФ  $\Delta f$ . Так, если для анализа берется временное окно длительностью 20-25мс., то частотный интервал между бинами ДПФ будет равен 40-50Гц, независимо от количества отсчетов, которые приходятся на это окно, т.е. независимо от частоты  $f_{kv}$ .

Использование *операции дополнения нулями во временной области* (ОДНВ) с целью борьбы с эффектом частотокола, приводит к необходимости существенного расширения оперативной памяти для хранения нулевых значений сигнала, проведению непроизводительных операций с ними, а также фиксированности шага дискретизации по частоте при измерении спектров и существенному увеличению необходимого числа операций (раздел 2.2).

В то же время применение ДПФ-П, а также разработанные на его основе методы и алгоритмы (глава 2, разделы 2.2 – 2.5):

- локализации спектральных пиков на основе ДПФ-П;
- компьютерной спектральной обработки МАС в заданном диапазоне частот;
- получения прореженных коэффициентов ДПФ;
- расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки;

позволяет прояснять спектральную картину с меньшими затратами, чем ОДНВ, и с полным контролем над частотой. На рисунке 3.1 приведены модули спектров ДПФ и ДПФ-П для модельного сигнала одной частоты, находящейся между отсчетами ДПФ:

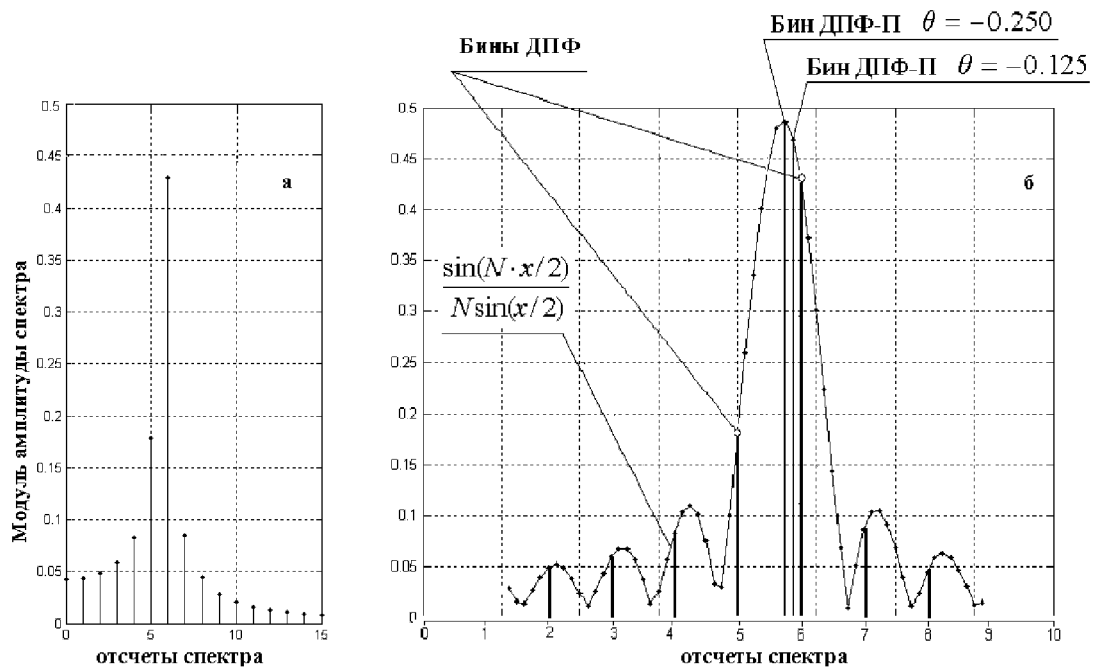


Рисунок 3.1 – Модули спектров ДПФ и ДПФ-П

На рисунке 3.1, видно, что, применяя ДПФ-П при разных параметрах  $\theta$ , можно восстановить значения ДВПФ в любой точке между отсчетами ДПФ и с любым частотным интервалом.

В заключение отметим, что на практике при определении основного тона МАС необходимо учитывать возможные отклонения частот музыкальных звуков от их теоретических значений, возникающие в силу настройки музыкальных инструментов и особенностей исполнения. Даже для пианино, если их настраивают музыканты на слух – и на слух они воспринимаются как правильно настроенные, – отклонение в крайних октавах может составлять более 30 центов от математически-точных частот равномерно-темперированной шкалы, которые на слух воспринимаются музыкантами как ненастроенные [26].

На рисунке 3.2 приведена следующая кривая настройки конкретного фортепиано, которая иллюстрирует несоответствие экспериментальных кривых настройки музыкального инструмента равномерно-темперированному строю.

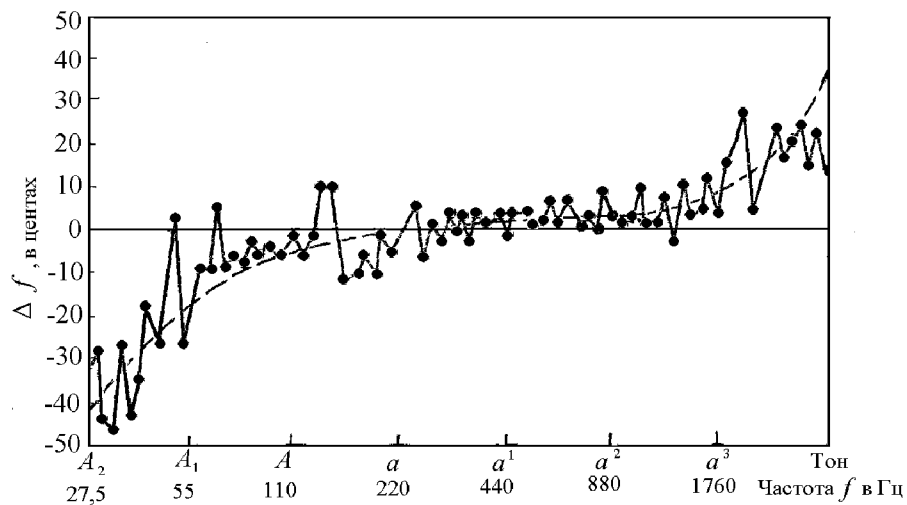


Рисунок 3.2 – Кривая настройки фортепиано.

В приложении 1, на рисунках П1.2, П1.3, П1.14, П1.23, П1.32, П1.35, П1.44, П1.47, П1.55, П1.58 и в таблице 3.1 приведены результаты определения основного тона МАС ноты «до» различных музыкальных инструментов *методом локализации спектральных пиков* на основе ДПФ и ДПФ-П, при этом зона неопределенности спектра ДПФ обозначена ступенькой.

Компьютерная спектральная обработка тестовых МАС проводилась в среде MATLAB со следующими параметрами:

- частота дискретизации МАС – 44100 Гц;
- число разрядов АЦП – 16;
- длительность МАС – 1024 отсчета;
- значения параметра  $\theta$ : –  $\theta = k/16$ ,  $k = \overline{0,15}$

На рисунке 3.3 приведены фрагменты рисунков П1.3, П1.32, П1.47, П1.35, на которых, как уже отмечалось, зона неопределенности спектра отмечена ступенькой:

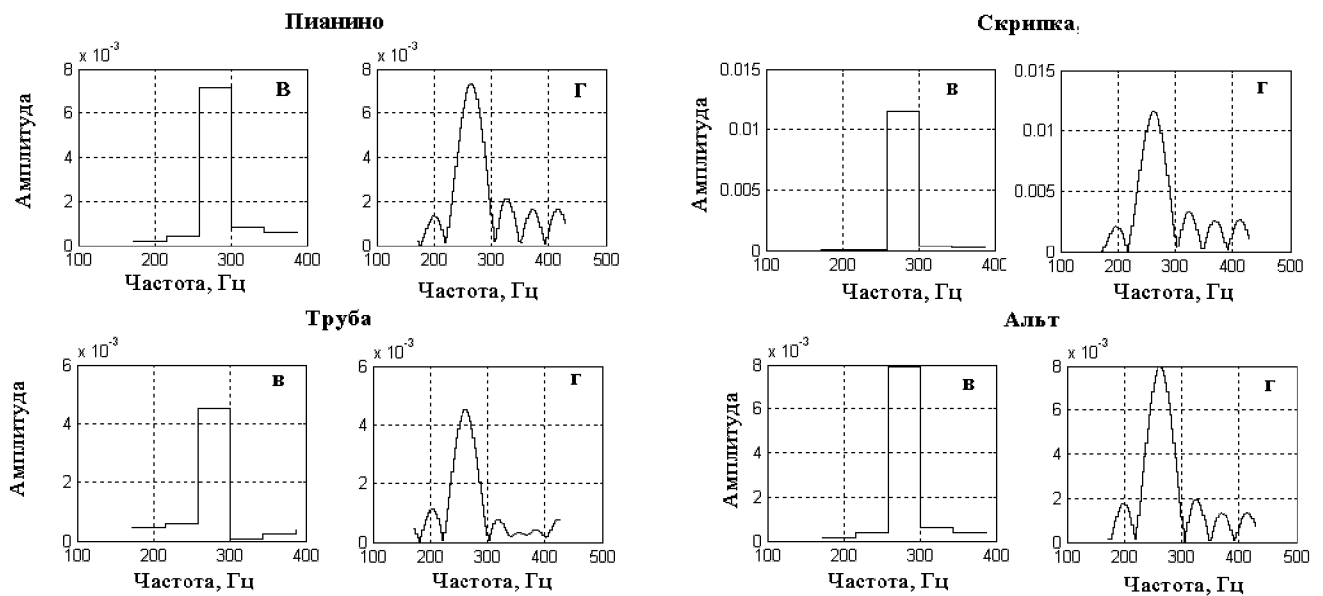


Рисунок 3.3 Энергетические спектры ДПФ и ДПФ-П МАС ноты «до» первой октавы, увеличенный масштаб

На рисунках видно, что при детализации спектра с использованием разработанных методов на основе ДПФ-П, даже для одной ноты, сыгранной на инструментах разных классов (пианино и труба), спектральный рисунок в окрестности ее основного тона разный.



Таблица 3.1 – Результаты измерения частоты звучащей ноты «до» первой октавы с теоретической частотой 261,63 Гц методами спектральной обработки, основанными на ДПФ-П

Инструмент	Измеренная частота	Модуль отклонения от теоретической частоты
Пианино	263,78 Гц	2,15
Скрипка	261,09 Гц	0,54
Электрогитара	261,09 Гц	0,54
Флейта	266,47 Гц	4,84
Кларнет	261,09 Гц	0,54
Альт	261,09 Гц	0,54
Труба	258,40 Гц	3,23
Гобой	261,09 Гц	0,54

По данным таблицы 3.1 видно, что разница между измеренной частотой и ближайшим отсчетом ДПФ в абсолютных значениях невелика, однако точность определения частоты, равная половине разности между соседними частотами, методом ДПФ-П при указанных параметрах исследований составляет 1,35Гц, а методом ДПФ – 21,5Гц.

Таким образом ДПФ-П и разработанные на его основе методы, за счет варьирования параметра  $\theta$  позволяют не только контролировать теоретические значения частот музыкальных шкал, но и подстраиваться при анализе под реально звучащие частоты, которые могут отличаться как в силу настройки инструментов, так и в силу особенностей исполнения.

### 3.3. Нахождение автокорреляционной функции без наложений в корреляционной области

Рассмотрим методы и алгоритмы определения основного тона принципиально другого класса, не связанные с непосредственным анализом спектра МАС и отнесенные в разделе 3.1 к группам № 4, 5.

Эти методы широко используются в решении задач анализа звука для идентификации голоса, выделения оснований звукорядов, поскольку позволяют эффективно сжать информацию и представить ее в наиболее наглядной форме.

ДПФ, являющееся ДПФ-П при значении параметра  $\theta = 0$ , позволяет находить оценку энергетического спектра реализации дискретных МАС  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , минуя этап построение автокорреляционной функции, в следующем виде (1.8), (1.17), (1.24):

$$G_{x,N}(k,0) = N \left| S_N(k,0) \right|^2 = G_N(k) = N \left| S_N(k) \right|^2 = N \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \right|^2, \quad (3.1)$$

$$k = \overline{0, N-1}; \theta = 0.$$

Отметим, что формулой (3.1) задается косвенный метод получения оценки энергетического спектра реализации дискретного МАС  $x(n)$ .

В то же время прямой метод получения оценки энергетического спектра реализации дискретного МАС  $x(n)$  заключается в нахождении ДПФ оценки корреляционной функции реализации дискретного МАС  $x(n)$  [55]:

$$K_{x,N}(r) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|r|} [x(n)][x(n+|r|)], & 0 \leq |r| \leq N-1; \\ 0 & |r| > N-1 \end{cases}; \quad (3.2)$$

Определим корреляционную функцию, преобразование оценки которой дает оценку (3.2) энергетического спектра реализации дискретного МАС  $x(n)$ .

Согласно (3.2):

$$G_{x,N}(k,0) = G_{x,N}(k) = N \left[ S_N(k) \cdot S_N^*(k) \right] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) x(m) W_N^{-k(n-m)}, \quad (3.3)$$

где

$$S_N(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}; \quad S_N^*(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x(m) W_N^{-km}$$

Проведя замену переменных  $r = (n - m)$  и  $n = (m + r)$ , и учитывая эргодическое свойство корреляционной функции, приведем выражение (3.3) к виду:

$$G_{x,N}(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{r=-m}^{N-1-m} x(m+r)x(m)W_N^{kr}. \quad (3.4)$$

Меняя порядок суммирования и учитывая четность корреляционной функции, окончательно получим:

$$G_{x,N}(k) = \sum_{r=0}^{N-1} \left[ \left(1 - \frac{r}{N}\right) K_{x,N}(r) + \frac{r}{N} K_{x,N}(N-r) \right] W_N^{kr}. \quad (3.5)$$

Таким образом, оценка энергетического спектра, полученная с помощью ДПФ (3.1) не является преобразованием оценки аperiodической корреляционной функции (3.2), а преобразованием некой новой оценки корреляционной функции, получившей название *циклической корреляционной функции*:

$$K_{x,N}^{Cir} = \left(1 - \frac{r}{N}\right) K_{x,N}(r) + \frac{r}{N} K_{x,N}(N-r); \quad r = \overline{0, N-1}. \quad (3.6)$$

Нетрудно видеть, что циклическая корреляционная функция  $K_{x,N}^{Cir}$  (3.6) является результатом наложения двух корреляционных функций:

$$\left(1 - \frac{r}{N}\right) K_{x,N}(r) \text{ и } \frac{r}{N} K_{x,N}(N-r).$$

Очевидно, что устранить наложение в корреляционной области можно за счет увеличения в два раза частоты дискретизации энергетического спектра, вычислив ДПФ-П при значениях параметра  $\theta = 0$  и  $\theta = 1/2$ :

$$G_{x,N}(k) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \right|^2; \quad (3.7)$$

$$G_{x,N}(k+1/2) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+1/2)n} \right|^2; \quad k = \overline{0, (N-1)}. \quad (3.8)$$

Таким образом, важным преимуществом ДПФ-П перед ДПФ [55], является возможность восстановить информацию о значениях  $G_{x,N}(k, \theta)$ ,  $0 \leq \theta < 1$  энергетического спектра реализации дискретных МАС  $x(n)$ , информация о которых была бы утеряна при использовании для оценки энергетического спектра только ДПФ. Отметим также, что указанная информация может быть получена с помощью быстрых алгоритмов, которые рассмотрены в главе 3 настоящего диссертационного исследования.

Необходимо подчеркнуть, что получение более детальной информации о спектре исходного МАС, позволяет также избежать и проявления эффекта наложения в кепстральной области при реализации методов и алгоритмов **группы № 5**.

### **3.4. Нахождение огибающей обертонов с использование методов и алгоритмов на основе ДПФ-П**

В завершение обсуждения вопросов приложения разработанных методов и алгоритмов спектральной обработки МАС к задачам определения основного тона остановимся кратко на методах и алгоритмах, отнесенных в разделе 3.1 к **группе № 6**.

Идея данной группы методов и алгоритмов определения частоты основного тона МАС заключается в использовании спектральной обработки огибающей биений [21, 26], которые возникают при сложении двух соседних обертонов, выделенных с помощью того или иного цифрового фильтра или ДПФ.

На рисунке 3.4 проиллюстрировано, что суммарный сигнал двух соседних обертонов имеет огибающую, изменяющуюся по величине от суммы до разности амплитуд соседних обертонов, с частотой, равной разности частот обертонов.

Для примера взяты суммы двух соседних обертонов сигнала, нормированная частота основного тона которого равна 2:

- сумму обертонов №3 и №4, нормированные частоты которых равны 6 и 8 соответственно (рисунок 3.4. в, г),

- суммы обертонов №5 и №6, нормированные частоты которых равны 10 и 12 (рисунок 3.4. а, б).

При моделировании определение огибающей биений проводилось с помощью алгоритма, разработанного в разделе 3.2 настоящего диссертационного исследования.

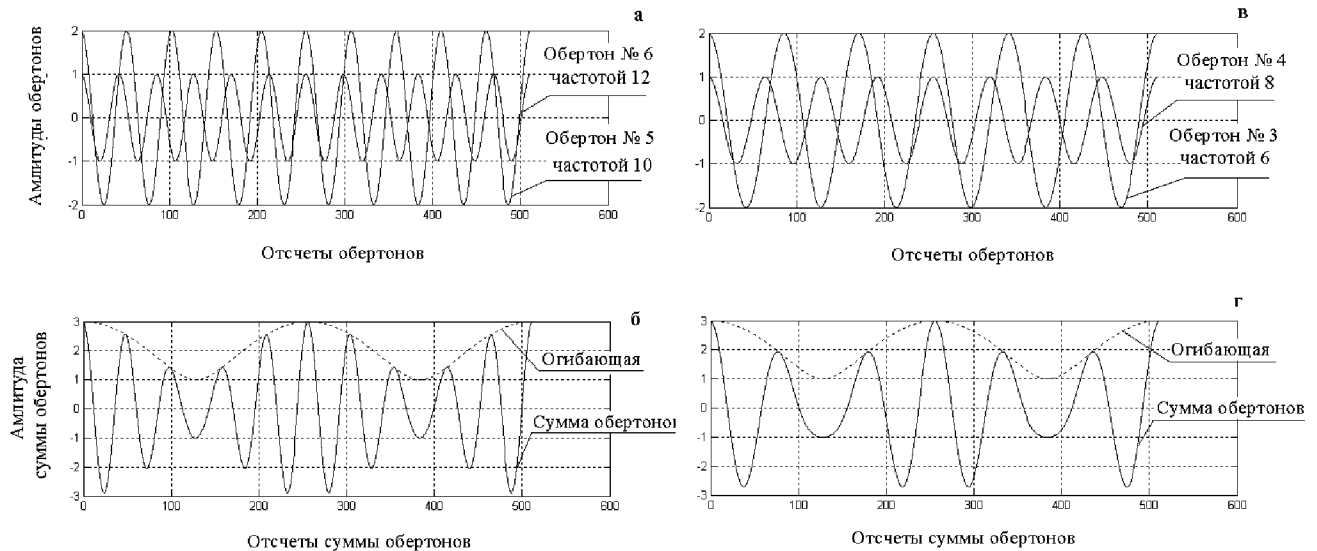


Рисунок 3.4. – Моделирование биений (суммы обертонов) при различных соотношениях частот обертонов.

На рисунке 3.4, б и г видно, что частота огибающих биений в точности равна 2, что соответствует основному тону смоделированного МАС. Заметим, что глубина биений определяется разницей амплитуд обертонов – чем меньше разница, тем сильнее биения.

Следующий эксперимент был проведен на трех соседних обертонах для сигналов, нормированные частоты основного тона которых равны соответственно 2 (рисунок 3.5 а, б) и 2.5 (рисунок 3.6 а, б) а, б), количество отсчетов – 512.

Обертоны для сигнала, нормированная частота основного тона которого равна 2, т.е. совпадает с частотой второго коэффициента ДПФ:

- обертон № 3 –  $x_1(n) = 2 \cos((\pi \cdot n \cdot 3)/128)$ ;
- обертон № 4 –  $x_2(n) = 1/5 \cdot \cos((\pi \cdot n)/32)$ ;
- обертон № 5 –  $x_3(n) = \cos((\pi \cdot n \cdot 5)/128)$ .

Обертоны для сигнала, нормированная частота основного тона которого равна 2,5, т.е. находится между вторым и третьим коэффициентами ДПФ:

- обертон № 3 –  $x_1(n) = 2 \cdot \cos((\pi \cdot n \cdot 7,5)/256)$ ;
- обертон № 4 –  $x_2(n) = 1/5 \cdot \cos((\pi \cdot n \cdot 2,5)/64)$ ;
- обертон № 5 –  $x_3(n) = \cos((\pi \cdot n \cdot 10,5)/256)$ .

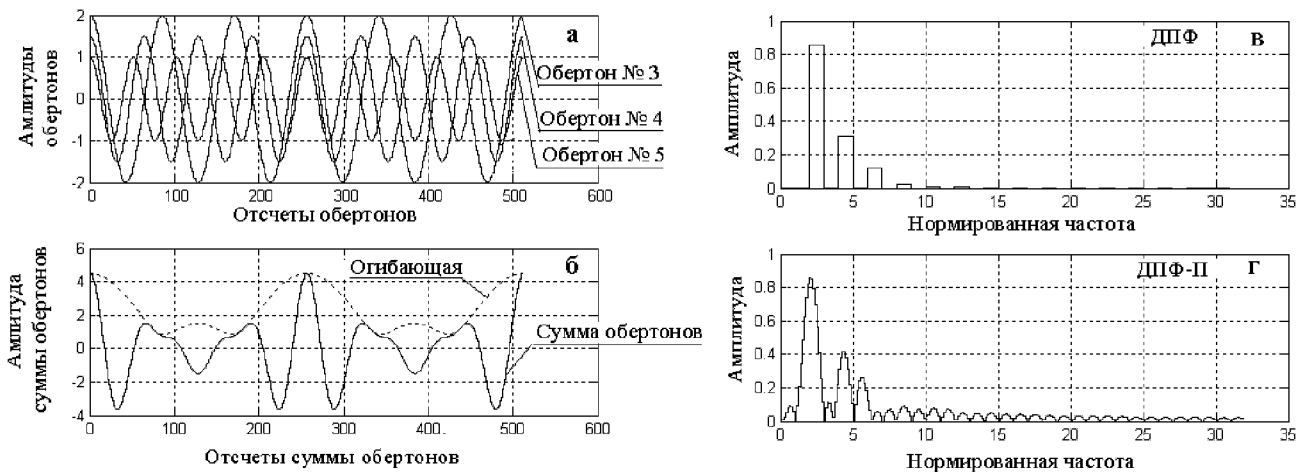


Рисунок 3.5 – Огибающая суммы обертонов при нормированной частоте ОТ равной 2 и ее спектры, измеренные методами на базе ДПФ и ДПФ-П.

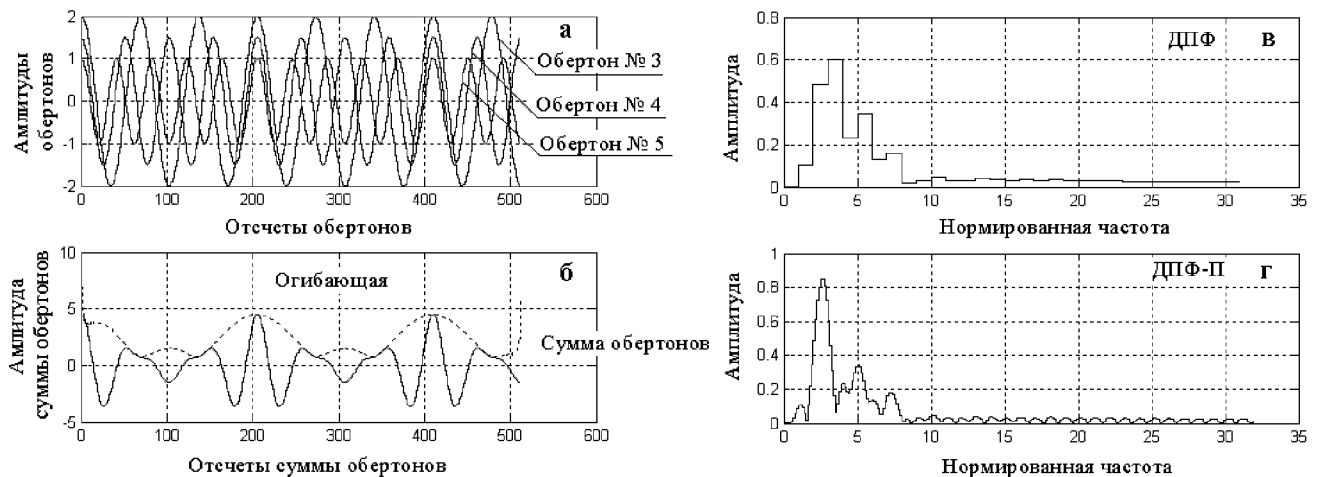


Рисунок 3.6 – Огибающая суммы обертонов при нормированной частоте ОТ равной 2,5 и ее спектры, измеренные методами на базе ДПФ и ДПФ-П.

На рисунках 3.5 в, г, и 3.6, в, г, представлены спектры огибающих биений сумм обертонов, измеренные методами ДПФ и ДПФ-П (со значениями параметра:  $\theta = 1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4, 7/8$ ).

Отметим, что, в случае несовпадения основного тона ангармонического сигнала с сеткой частот ДПФ, проблематично определить частоту основного тона (рисунок 3.5, в), в то время как применение ДПФ-П дает возможность определения ее достаточно простым методом – путем определения частоты максимальной амплитуды спектра рисунок 3.5, г).

Проведенные эксперименты на модельных сигналах при различных соотношениях амплитуд обертонов и их фаз, позволили предположить эффективность применения данного подхода к определению основного тона ангармонического сигнала.

В приложении 1, на рисунках П1.4, П1.5, П1.15, П1.24, П1.33, П1.36, П1.45, П1.48, П1.56, П1.59 и таблице 3.2 приведены результаты определения основного тона МАС ноты «до» различных музыкальных инструментов *методом нахождения энергетического спектра огибающей соседних обертонов* с использованием ДПФ и ДПФ-П, при этом зона неопределенности спектра ДПФ обозначена ступенькой.

Компьютерная спектральная обработка тестовых МАС проводилась в среде MATLAB со следующими параметрами:

- частота дискретизации МАС – 44100 Гц;
- число разрядов АЦП – 16;
- длительность МАС – 1024 отсчета;
- значения параметра  $\theta$ : –  $\theta = k/16$ ,  $k = \overline{0,15}$

На рисунке 3.7 приведены фрагменты рисунков П1.4, П1,56, на которых, как уже отмечалось, зона неопределенности спектра отмечена ступенькой:

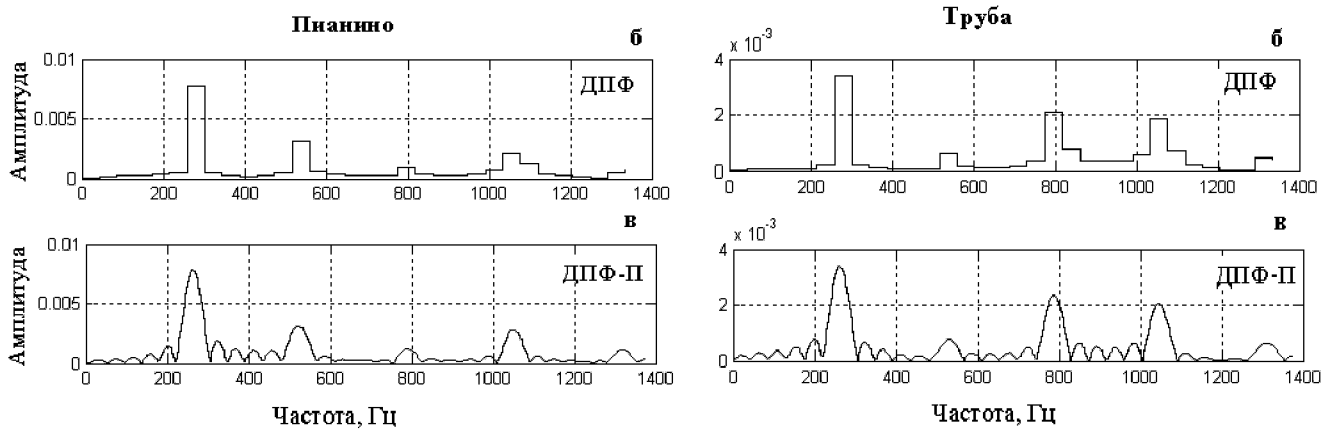


Рисунок 3.7 – Энергетические спектры огибающей МАС ноты «до» разных инструментов, измеренные методами на базе ДПФ и ДПФ-П

Рисунки 3.6 и 3.7 иллюстрируют эффективность применения разработанных в диссертационной работе методов, основанных на ДПФ-П, в сравнении с методами, реализованными на базе ДПФ, как на модельных, так и тестовых сигналах.

Таблица 3.2 – Результаты измерения частоты звучащей ноты «до» первой октавы с теоретической частотой 261,63 Гц методами нахождения огибающей на основе ДПФ-П

Инструмент	Измеренная частота	Модуль отклонения от теоретической частоты
Пианино	261,09 Гц	0,54
Скрипка	258,40 Гц	3,23
Электрогитара	261,09 Гц	0,54
Флейта	266,47 Гц	4,84
Кларнет	-	-
Альт	-	-
Труба	261,09 Гц	0,54
Гобой	261,09 Гц	0,54

Эксперименты показали, что применение алгоритма определения максимума энергетического спектра огибающей соответствующего МАС, полученного методом ДПФ-П (определение огибающей МАС проводилось с

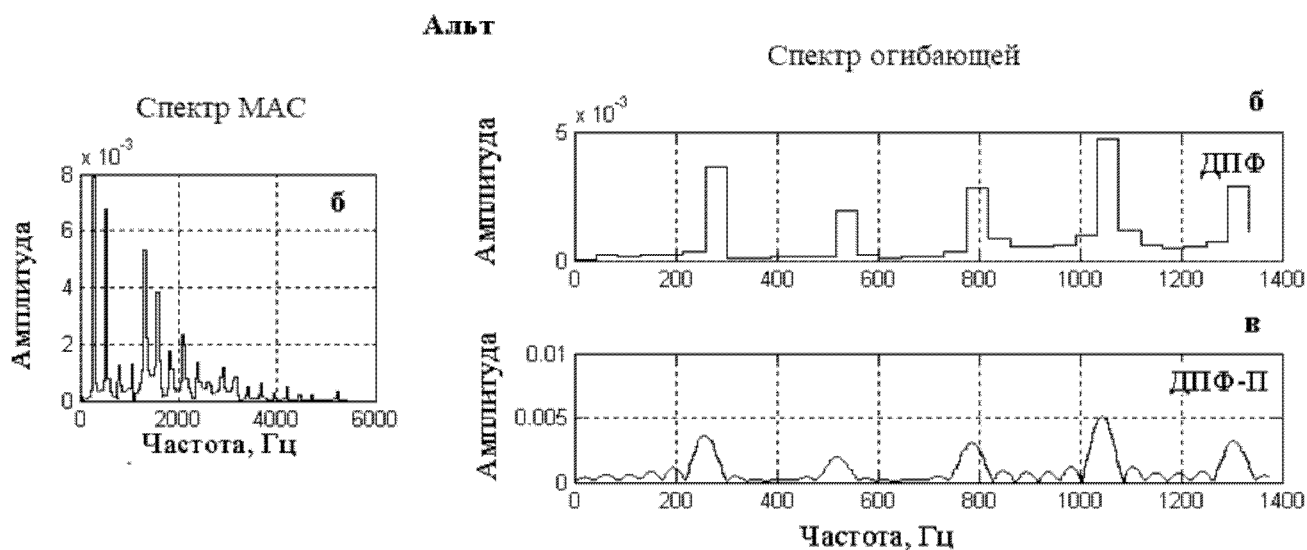


помощью алгоритма, разработанного в разделе 3.2, а определение максимума энергетического спектра огибающей соответствующего МАС – с помощью алгоритма описанного в разделе 2.1), позволяет в большинстве случаев определить частоту ОТ (таблица 3.2).

Не определение данным методом ОТ ноты «до» первой октавы кларнета и альты (рисунок П1.45, в и рисунок вП1.33, в), легко разрешается с помощью алгоритма определения максимума энергетического спектра соответствующего МАС (рисунок П1.44, г, рисунок П1.33, г, таблица 3.2).

На рисунке 3.3 приведены фрагменты рисунков П1.32, П1.33, П1.44, П1.45, иллюстрирующие причины, по которым частота ноты «до» не определяется методом оценки энергетического спектра огибающей, но решается методом оценки энергетического спектра соответствующего МАС.

На энергетическом спектре МАС самую большую амплитуду имеет первая гармоника, а на спектре огибающих другие гармоники.



## Кларнет

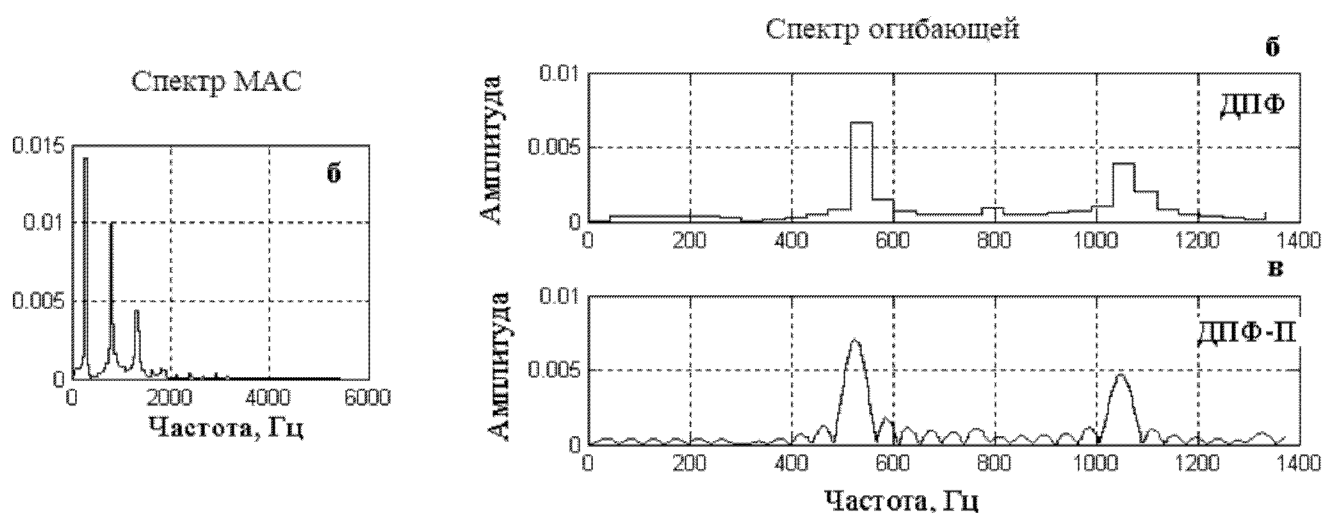


Рисунок 3.3 – Энергетические спектры МАС ноты «до» и огибающей МАС разных инструментов, измеренные методами на базе ДПФ и ДПФ-П.

Что же касается не определения данными методами основного тона ноты «до» первой октавы тромбона (рисунок П1.59, в), то простое применение фильтрации одним из алгоритмов, изложенных в разделах 2.2 – 2.4 исходного МАС успешно решает указанную проблему (рисунок П1.60, таблица 3.3).

Таблица 3.3 – Результаты измерения частоты звучащей ноты «до» первой октавы с теоретической частотой 261,63 Гц методом нахождения огибающей отфильтрованного МАС на основе ДПФ-П

Инструмент	Измеренная частота	Модуль отклонения от теоретической частоты
Тромбон	261,09 Гц	0,54

Таким образом, проведенные экспериментальные исследования по приложению разработанных методов и алгоритмов к задаче определения основного тона музыкально-акустических сигналов показали эффективность, ДПФ-П и разработанных на его основе методов и алгоритмов.

## ВЫВОДЫ

1. Важной задачей приложения разработанных методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки МАС является задача определения частоты их основного тона, поскольку частота основного тона МАС играет центральную роль в определении слуховой системой высоты тона, что служит в музыке основой мелодии, гармонии и интонации.
2. Множество методов и алгоритмов определения частоты основного тона ангармонических сигналов (МАС, РС, ВАС, ГАС и др. в основе которых лежит спектральная обработка, можно разбить на семь групп, каждая из которых основана на своем базовом подходе:
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона МАС, основанные на решении, так называемой, задачи выявления скрытых периодичностей;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона МАС, в основе которых лежит оценка минимальной разницы частот между выявленными обертонами;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного МАС на основе вычисления наибольшего общего делителя (НОД) частот выявленных обертонов;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона МАС, основанные на автокорреляционных методах обработки исходного сигнала;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона сложного МАС, основанные на кепстральном анализе;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона МАС, на основе анализа огибающей биений двух соседних обертонов МАС;
  - методы и алгоритмы определения частоты основного тона МАС, в основе которых лежит, так называемый, метод произведения гармоник.

3. ДПФ позволяет определить значения ДВПФ только в фиксированном множестве точек единичной окружности, что является основной причиной невысокой точности определения основного тона МАС, методами и алгоритмами, основанными на ДПФ. Точность определения основного тона МАС методами и алгоритмами, основанными на ДПФ равна половине частотного интервала между бинами ДПФ.
4. При определении частоты основного тона музыкально-акустических сигналов, требуются частотные коэффициенты, соответствующие частотам музыкальных шкал, но стандартное ДПФ не дает возможности находить частотные коэффициенты на заранее заданных частотах, напротив, оно диктует набор частот, на которых будут получены коэффициенты.
5. ДПФ-П и разработанные на его основе методы, за счет варьирования параметра  $\theta$  позволяют не только контролировать теоретические значения частот музыкальных шкал, но и подстраиваться при анализе под реально звучащие частоты, которые могут отличаться как в силу настройки инструментов, так и в силу особенностей исполнения.
6. Важным преимуществом ДПФ-П перед ДПФ, является возможность восстановить информацию о значениях корреляционной функции МАС информация о которых была бы утеряна при использовании для ее оценки ДПФ.
7. Проведенные экспериментальные исследования по приложению разработанных методов и алгоритмов к задаче определения основного тона музыкально-акустических сигналов показали эффективность, ДПФ-П и разработанных на его основе методов и алгоритмов

## ПРИЛОЖЕНИЕ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМБРА МУЗЫКАЛЬНО-АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

### 4.1. Особенности определения тембра музыкально-акустических сигналов

Задача определения тембра, в отличие от задачи определения основного тона, является более специфической задачей музыкальной акустики и менее формализованной. В последние десятилетия сделано много открытий относительно распознавания слуховой системой тембров голосов и музыкальных инструментов, в том числе, опровергающих то, что было известно до этого. Например, на протяжении почти 100 лет считалось, что тембр не зависит от фазовых соотношений, а в настоящее время известно, что зависит. Или до какого-то момента считалось, что слуховая система опирается только на спектральный состав звуков, а недавно стало известно, что важна и временная форма волны.

Как уже отмечалось в главе 1, в настоящее время проводится много исследований в России и за рубежом по выявлению связей субъективных и объективных характеристик тембра, и выходит много статей и книг, в которых проводятся все новые эксперименты, выдвигаются новые гипотезы и делаются новые предположения.

В то же время существует классическая теория тембра, на которую опираются при обучении музыкантов, звукорежиссеров, архитекторов музыкальных залов и людей других профессий, связанных с исполнением, записью, передачей, хранением, обработкой и воспроизведением музыки, и которая говорит о том, что тембры разных голосов и инструментов можно различать по нескольким объективным характеристикам, главные из которых – это усредненный спектр: состав обертонов и их амплитудные соотношения, а

также процессы развертывания спектра во времени, называемые переходными процессами МАС [2, 26].

В главе 1, в разделе 1.3, основываясь на литературных источниках информации [1, 2, 26, 114-120] и на результатах собственных исследований, выделены основные научные направления обработки МАС, связанные с определением тембра:

- 1) векторный анализ МАС в разных фазах с целью выявления фазовых и амплитудных соотношений обертонов во времени;
- 2) спектральный анализ МАС в начальной фазе с целью выявления порядка проявления обертонов;
- 3) скользящий спектральный анализ МАС во всех фазах с целью выявления изменений формы огибающей спектра;
- 4) анализ изменений формы временной огибающей МАС во времени;
- 5) анализ изменений формы временной огибающей обертонов с целью выявления модуляций.

И там же, в главе 1, отмечено, что во всех вышеуказанных направлениях на том или другом этапе используются ДПФ и СДПФ, предназначенные для обработки сигналов в *частотной* и *частотно-временной* областях соответственно.

ДПФ-П и СДПФ-П, а также разработанные на их основе методы и алгоритмы, позволяют получить более детальную спектральную картину как в статике, так и в динамике, поскольку спектры, полученные методом ДПФ и методом СДПФ, являются прореженными вариантами спектров, получаемых методами ДПФ-П и СДПФ-П, что следует непосредственно из свойств ДПФ, СДПФ, ДПФ-П и СДПФ-П, которые подробно рассмотрены в предыдущих разделах диссертационной работы (глава 1, разделы 1.3, 1.4, глава 2).

Раскрытие неопределенности поведения спектров между отсчетами ДПФ и СДПФ дает возможность получения новой, закрытой до сих пор информации о поведении спектров, что важно и актуально для решения задач во всех перечисленных выше научных направлениях.

Так, в векторном анализе (направление №1) применение в качестве основы ДПФ-П вместо ДПФ позволяет в  $1/\theta$  раз повысить точность определения фазовых и амплитудных соотношений обертонов МАС во времени.

В спектральном анализе применение ДПФ-П вместо ДПФ позволяет, во-первых, увеличить различимость очередности проявления обертонов МАС (направление №2), и во-вторых, устранить искажения в определении огибающей МАС во времени, возникающие за счет нелокальности преобразования Гильберта (№4).

Применение в спектральном анализе СДПФ-П вместо СДПФ позволяет детализировать изменение формы огибающей спектра МАС во времени (направление №3)

Применение при анализе изменений формы временной огибающей обертонов СДПФ-П вместо СДПФ позволяет сократить время определения временной огибающей обертонов (направление №5).

В следующих разделах рассмотрены временные структуры и скользящие спектры МАС ноты «до» для разных музыкальных инструментов в контексте определения основных объективных характеристик, характеризующих тембр: процессов развертывания спектров во времени, называемых переходными процессами МАС, и спектрального состава МАС разных музыкальных инструментов.

#### **4.2. Анализ переходных процессов музыкально-акустических сигналов**

В переходных процессах МАС музыкальных инструментов в общем случае, без учета переходных процессов обертонов, выделяют следующие три фазы (стадии) становления МАС [2, 26]:

- *начальную* (атаку, процесс установления);
- *среднюю* (основную, стационарную часть);
- *конечную* (глушение, процесс спада).

Продолжительность каждой фазы у различных музыкальных инструментов, как правило, различна (таблица 4.1) [26].

Таблица 4.1 – Приблизительное время протекания различных стадий переходных процессов МАС музыкальных инструментов

Музыкальные инструменты	Атака (мс)	Средняя постоянная времени затухания (секунды)	Глушение (секунды)
Фортепиано	0,5 – 3	0,05 – 2	0,2 – 1
Щипковые	1 – 5	0,02 – 100	0,2 – 1
Смычковые	30 – 120	–	0,15 – 0,5
Язычковые	10 - 200	–	0,1 – 0,5
Духовые медные	20 - 100	–	0,05 – 0,5

Результаты исследования стадий становления МАС различных музыкальных инструментов, проведенные автором диссертации, отражены на рисунках 4.3 – 4.5, на которых приведена временная структура МАС *ноты* «до» *первой октавы*, сыгранной на различных музыкальных инструментах.

Компьютерная спектральная обработка тестовых МАС проводилась в среде MATLAB со следующими параметрами:

- частота дискретизации МАС – 44100 Гц;
- число разрядов АЦП – 16;
- длительность МАС – 1024 отсчета;
- значения параметра  $\theta$ : –  $\theta = k/16$ ,  $k = \overline{0,15}$



На рисунке 4.1 приведены фрагменты рисунков 4,3, 4,32, 4,4, 4,34, иллюстрирующие процессы развития звука на протяжении всего звучания и отдельно в стадии атаки.

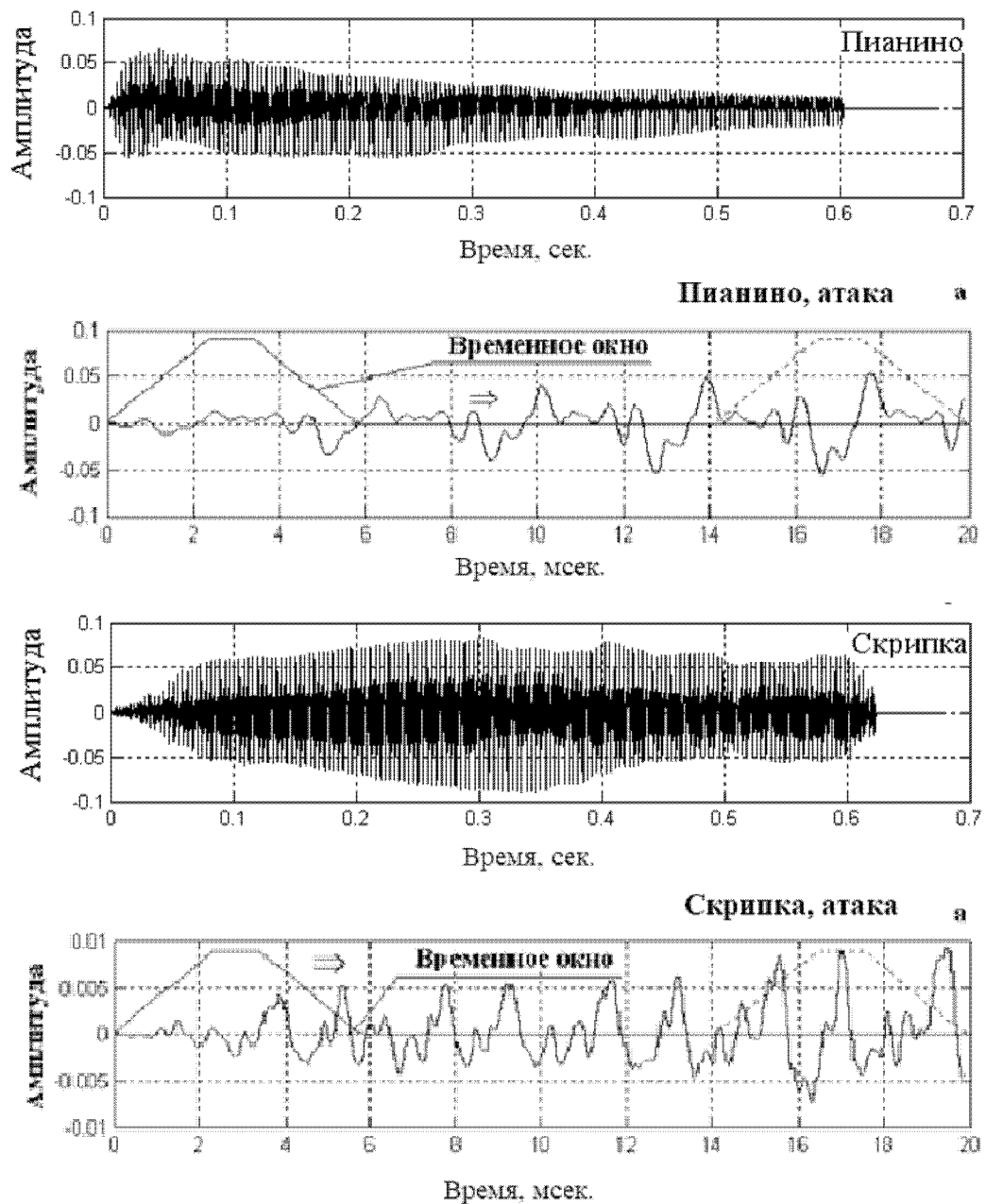


Рисунок 4.1 - Временная структура МАС ноты «до» для разных музыкальных инструментов, общая и в стадии атаки

На рисунке 4.1 видно, что характер развития звука у разных инструментов разный, как на протяжении всего звучания, так и в особенно важной для определения тембра стадии атаки. Как показывают проводимые в психоакустике эксперименты [2, 26], тембр музыкального инструмента невозможно распознать,

если искусственно убрать стадию атаки или заменить ее, например, на спад звука того же инструмента, проигранный в обратном порядке.

Анализ спектров одного инструмента в различных стадиях дает более полную картину разворачивания звука. В приложении 1, приведены спектры МАС музыкальных инструментов различных групп, полученных методами скользящего ДПФ и скользящего ДПФ-П как на стадии атаки, так и на стадии стационарности: *струнный клавишный инструмент* – рисунки П1.7–П1.8; П1.10–П1.11; *струнный смычковый инструмент* – рисунки П1.26–П1.27; П1.29–П1.30; *деревянные духовые инструменты* – рисунки П1.38–П1.39; П1.41–П1.42; П1.50–П1.51; П1.53–П1.54; *медный духовой инструмент* – рисунки П1.62–П1.63; П1.65–П1.66;

На рисунке 4.2 приведены фрагменты рисунков скользящего спектра МАС пианино П1.7, П1.8, П1.10 и П1.11:

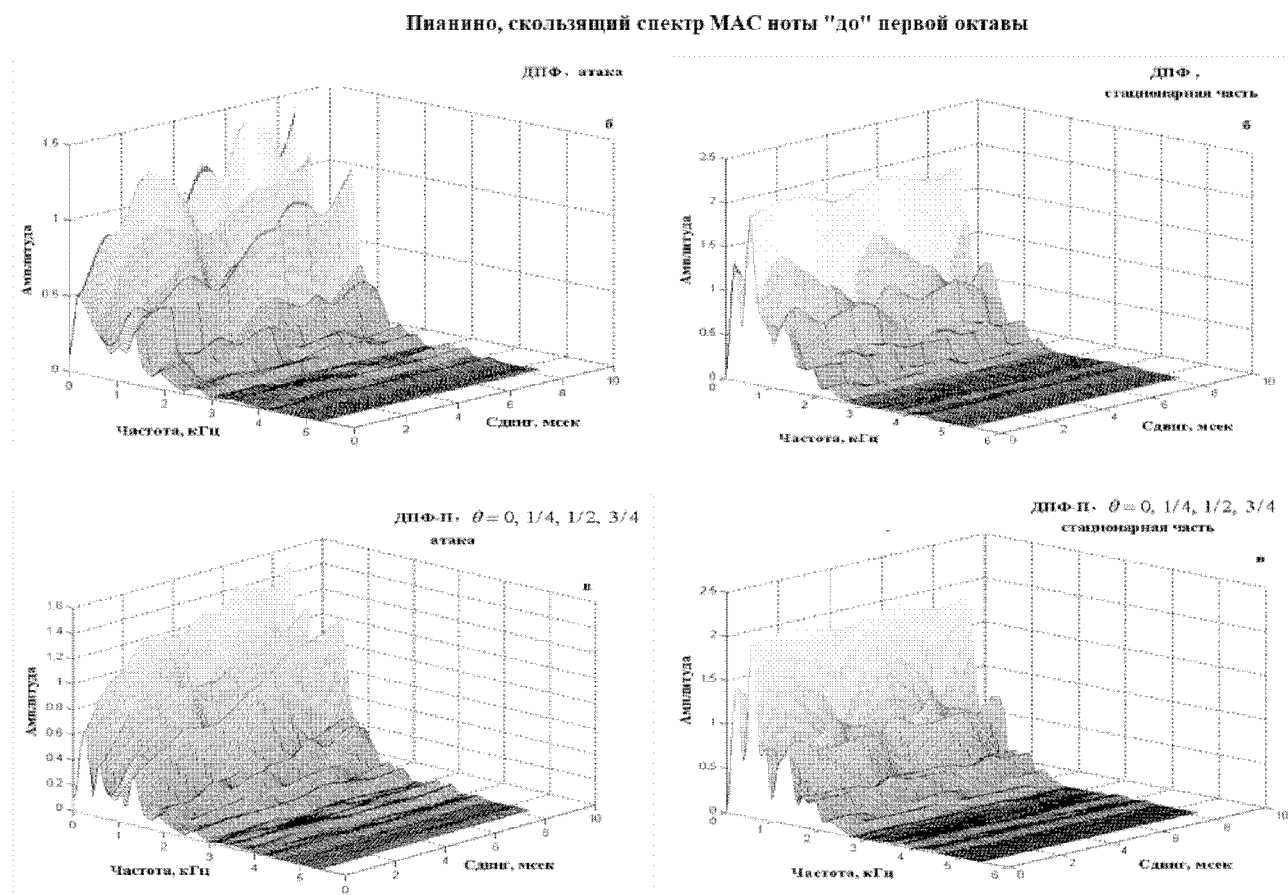


Рисунок 4.2 – Скользящие спектры ДПФ и ДПФ-П МАС ноты «до» в разных стадиях, пианино

На рисунке 4.2 отчетливо видно, что при использовании скользящего спектра ДПФ-П как при атаке, так и в стационарной части на спектральной картине выделяются обертона, не заметные на спектрах ДПФ.

То же справедливо и для инструментов других классов. На рисунке 4.3 приведены фрагменты рисунков П1.50, П1.51, П1.53, П1.55, для флейты:

Флейта, скользящий спектр МАС ноты "до" первой октавы

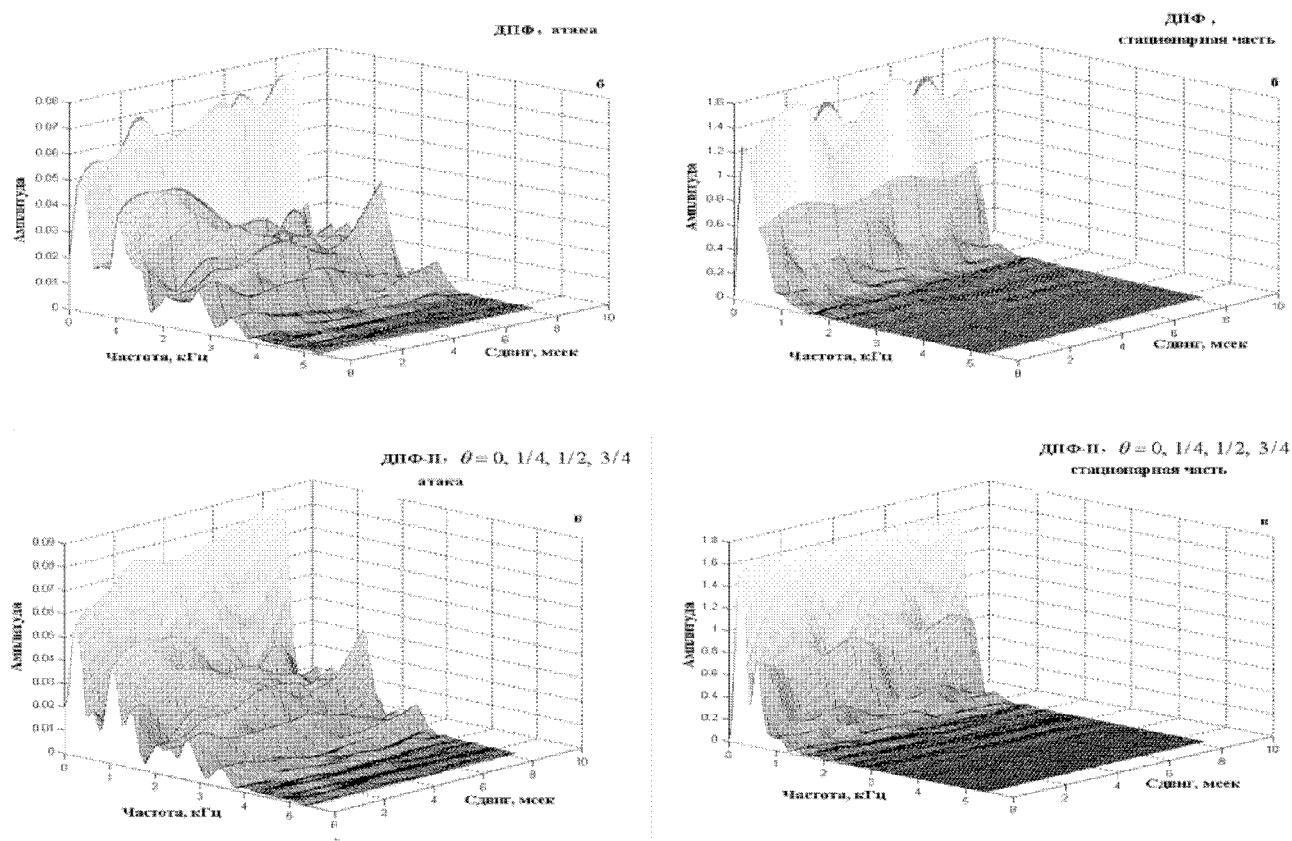


Рисунок 4.3 – Скользящие спектры ДПФ и ДПФ-П МАС ноты «до» в разных стадиях, флейта

В заключение отметим, что подобная детализация спектра принципиальна важна, т.к. тембр зависит от характера нарастания обертонов, а они нарастают неодинаково, напротив, их проявления многократно меняются в процессе становления звука, для каждого – по своему закону.

На рисунке 4.4 для примера приведен график нарастания обертонов у скрипки [26].

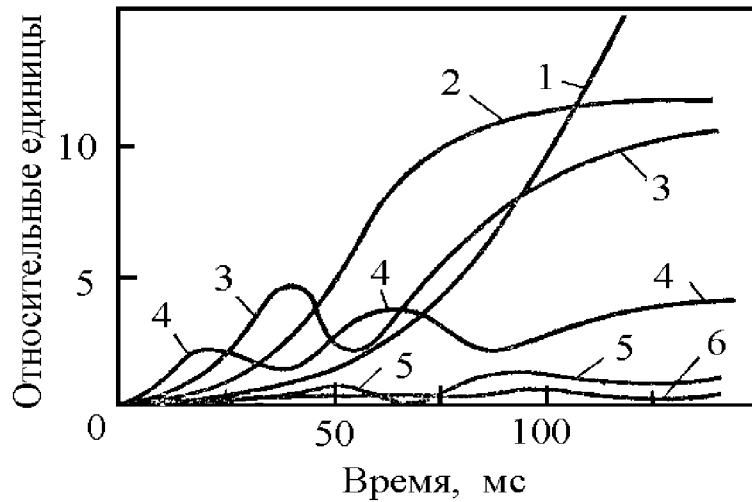


Рисунок 4.4 – Процесс нарастания музыкально-акустического сигнала скрипки (цифры у кривых – номера обертонов)

На рисунке 4.5 представлены результаты спектрального анализа МАС ноты «до» первой октавы для скрипки:

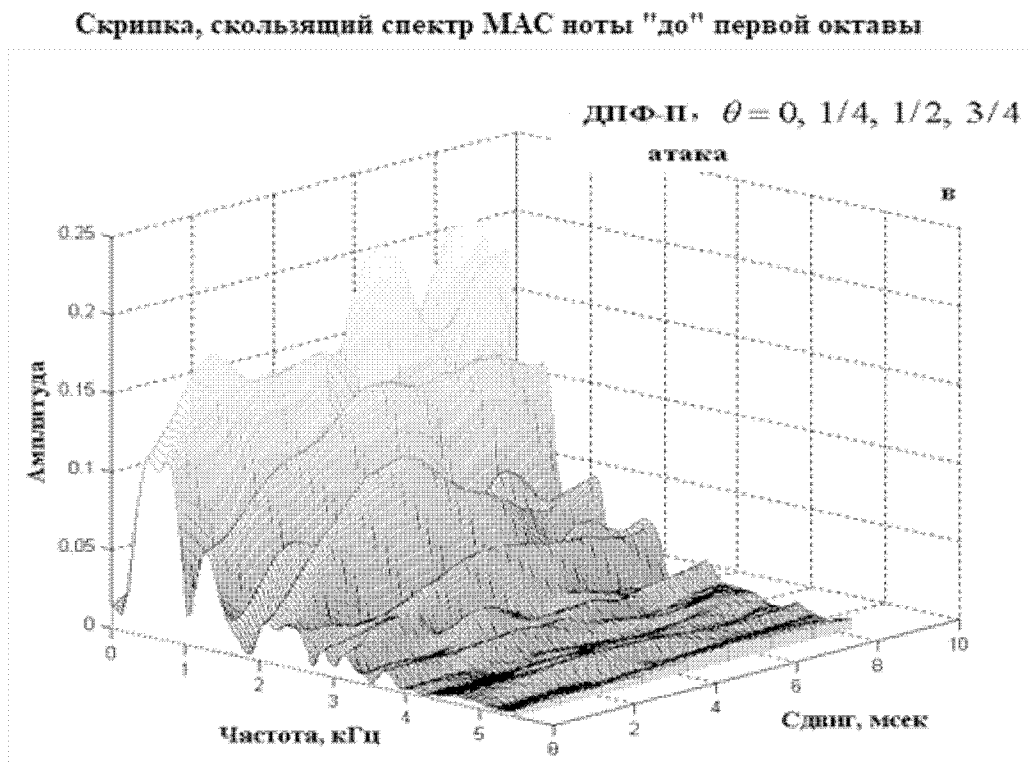


Рисунок 4.5 – Скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» в стадии атаки, скрипка

Закономерности, представленные на рисунке 4.4, прослеживаются и на рисунке 4.5, только первые обертоны при данных параметрах анализа хотя и четче, чем при ДПФ, все равно сливаются. Требуется большая детализация.

Таким образом, переходные процессы МАС необходимо рассматривать отдельно для каждого обертона и их совокупности, поскольку тембр звука зависит от характера нарастания и спада каждого обертона, а также появления основного тона и обертонов во времени, и спектральная картина, получаемая с помощью методов и алгоритмов на основе ДПФ-П дает существенно больше информации, даже при небольшом количестве значений параметров.

### 4.3. Сравнение спектров разных музыкальных инструментов

Как было отмечено в главе 1 и проиллюстрировано в главе 3 спектры разных музыкальных инструментов на одной и той же ноте отличаются по составу обертонов, но спектры также отличаются и по характеру нарастания обертонов.

Результаты экспериментальных исследований применения ДПФ-П, а также разработанных на его основе методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки (глава 2) с использованием трапецеидальных окон (приложение 2), приведены в приложении 1: *струнный клавишный инструмент, пианино* – рисунки П1.6–П1.11; *струнный щипковый инструмент, электрическая гитара* – рисунки П1.16–П1.21; *струнный смычковый инструмент, скрипка* – рисунки П1.25–П1.30; *деревянные духовые инструменты, гобой, флейта* – рисунки П1.37–П1.42; П1.49–П1.54; *медный духовой инструмент тромбон* – рисунки П1.61–П1.66.

Компьютерная спектральная обработка МАС указанных музыкальных инструментов проводилась при следующих значениях параметров обработки:

- частота дискретизации МАС – 44100 Гц;
- АЦП – 16 разрядов;
- длительность временного окна – 256 отсчетов;
- соотношение верхнего к нижнему основанию трапецеидального окна – 1/8;

- сдвиг временного окна – 3 отсчета (т.е. использовались «скачущие» варианты скользящего ДПФ и скользящего ДПФ-П).

Существенным оказалась, как на стадии атаки, так и на стадии стационарности, отличие спектров МАС музыкальных инструментов различных групп, полученных методами скользящего ДПФ и скользящего ДПФ-П не только при нулевом сдвиге временного окна, но и различие изменения их динамики по мере сдвига временного окна по МАС

На рисунке 4.6 приведены фрагменты рисунков скользящего спектра МАС инструментов одного класса – гобоя (рисунки П1.41, П1.42) и флейты (рисунки П1.53, П1.54):

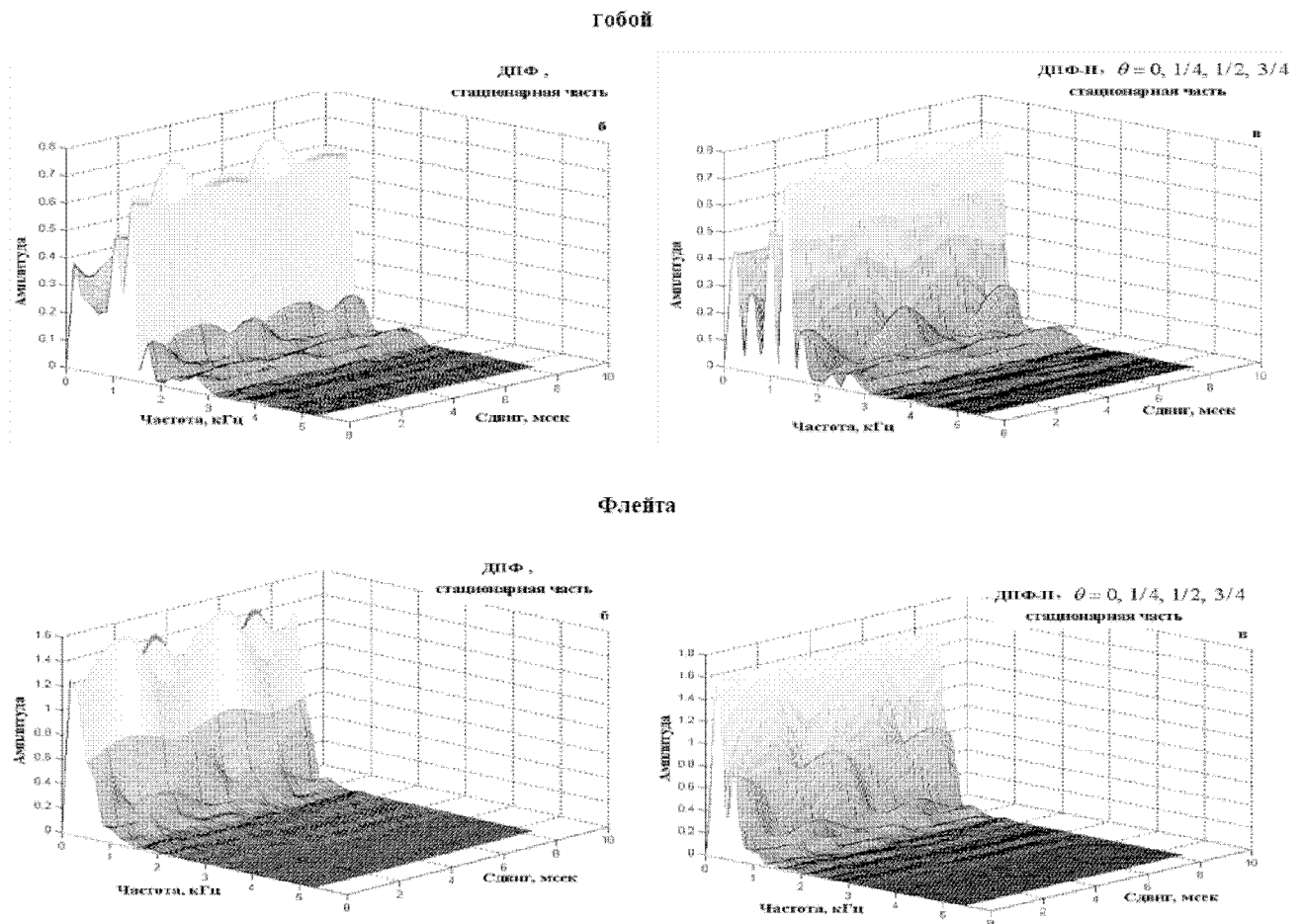


Рисунок 4.6 – Скользящие спектры ДПФ и ДПФ-П МАС ноты «до» разных инструментов

На рисунке 4.6 видно, что при применении ДПФ-П становятся видны обертона, не видные на спектре ДПФ, что в свою очередь позволяет анализировать обертоны и получать информацию об инструменте.

Таким образом, детализация спектров с использованием ДПФ-П и разработанных методов и приложений на его основе оказывается значимой и при сравнении спектров разных инструментов.

#### 4.4. Определение субъективных характеристик тембра

В завершение главы приложения разработанных методов и алгоритмов к задаче определения тембра МАС отметим направление развития компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике, которое сейчас привлекает внимание сотен специалистов во всем мире.

Это направление определения субъективных характеристик тембра на основе объективных физических характеристик.

Как отмечалось в главе 1 измерение (определение) тембра того или иного МАС – это *внефизическое измерение*, формализация которого, представляет собой весьма непростую задачу.

Однако усилия в этом направлении прикладываются огромные, и можно ожидать, что в недалеком будущем появятся системы компьютерной обработки тембров, позволяющие осуществлять полный цикл анализа, обработки и генерации тембров, что востребовано в самых разных задачах, связанных с исполнением, записью, передачей, хранением, обработкой и воспроизведением звука.

Так, попытка отыскать для отдельных субъективных (вербальных) характеристик тембра соответствующие объективные характеристики предпринята в работе [26] (рисунок 4.7). При этом автор данной классификации тембра Кузнецов Л.А подчеркнул, что предлагаемая им классификация лишь:

«...одно из возможных обобщений, не претендующих на полноту и законченность. Она включает четыре качественных признака тембров: *сочность*,

*бархатистость, яркость, и резкость.* Цифры в скобках указывают области частот, определяющие данный признак тембра. Тембрам с признаками, отмеченными знаком «+», музыканты, как правило, отдают предпочтение. Тембра с признаками, отмеченными знаком «-», музыкантами не поощряются. Не отмеченные никакими знаками признаки тембров обычно не относят ни к хорошим, ни к плохим».

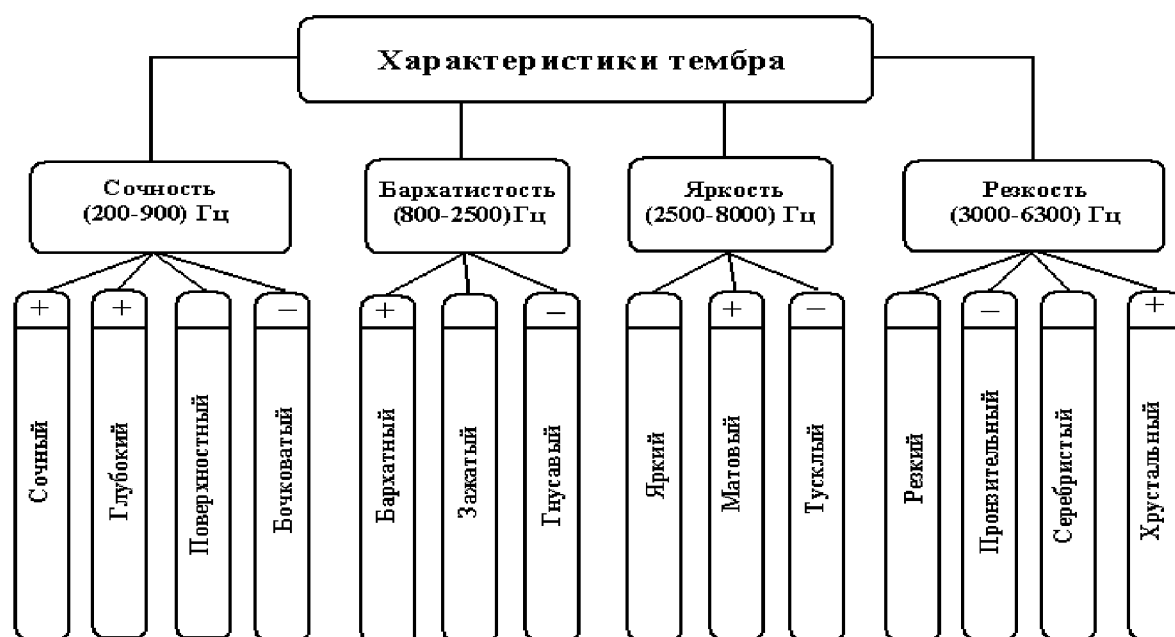


Рисунок 4.7 – Классификация субъективных характеристик тембров [26].

Для реализации определения субъективных характеристик тембра помимо психоакустических методов, исследующих связь субъективных характеристик с объективными физическими характеристиками, требуются и аналитические методы, позволяющие анализировать спектральную картину и опирающиеся в настоящее время на ДПФ, которое имеет нежелательные эффекты частотола, утечки, наложения и гребешковый эффект, размывающие спектральную картину и затрудняющие ее анализ.

ДПФ-П и разработанные на его основе методы и алгоритмы уже сейчас позволяют детализировать спектральную картину с любой наперед заданной точностью, отслеживать динамику всего спектра и заданного набора частот, определять формантную структуру в частотной области и огибающие во всех



областях анализа МАС: временной, частотной и частотно-временной, а также оптимизировать затраты на компьютерную обработку при выполнении необходимых процедур.

Такие функциональные возможности делают ДПФ-П и разработанные на его основе методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки ядром системы компьютерной обработки музыкально-акустических сигналов, поскольку при обработке таких сигналов огромное значение имеют спектр и его развертывание во времени, и требуется высокая точность при анализе спектров в статике и в динамике.

И, как уже отмечалось в разделе 3.2, спектральная картина не становится более детальной с увеличением частоты дискретизации, т.к. частотный интервал зависит от длительности временного окна, т.е. от количества окон в единицу времени, но не от количества отсчетов, приходящихся на временное окно. Например, при длительности временного окна 20-25 мс интервал между частотами стандартного ДПФ будет 40-50Гц независимо от частоты дискретизации.

Поэтому предложенные аналитические методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки МАС на основе параметрического дискретного преобразования Фурье останутся актуальными и с дальнейшим развитием технических средств записи и воспроизведения музыкальных звуков.

## **ВЫВОДЫ**

1. Спектральная обработка МАС того или иного музыкального инструмента в спектрально-временной области (получение спектрально-временной картины МАС) позволяет идентифицировать различные этапы развития МАС (атака, стационарная часть, спад).
2. Анализ спектрально-временной картины МАС позволяет идентифицировать вид музыкального инструмента, выявлять во всех фазах – начальной,

средней и конечной: порядок проявления обертонов во времени, изменения формы огибающей скользящего спектра во времени.

3. Информация о спектрально-временной картине МАС того или иного музыкального инструмента на различных этапах (атака, стационарная часть, спад), получаемая методом скользящего ДПФ-П, является более полной в сравнении с ДПФ, поскольку увеличивает (за счет вариации параметра  $\theta$ ) число дискретных отсчетов спектрально-временной картины МАС.
4. Применение ДПФ-П, методов и алгоритмов, разработанных на его основе, позволяет увидеть тонкую структуру спектрально-временной картины МАС, которая до сих пор была недоступна исследователям.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными результатами диссертационной работы является разработка новых и совершенствование существующих методов и алгоритмов компьютерной спектральной обработки МАС на основе параметрического дискретного преобразования Фурье, которые обладают расширенными функциональными возможностями, сохраняя при этом возможность наглядной физической интерпретации и толкования получаемых результатов.

В диссертационной работе решены следующие основные задачи:

- Проведен анализ задач компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике, предложена обобщенная математическая модель музыкально-акустических сигналов, выявлены спектральные и спектрально-временные особенности сигналов в музыкальной акустике.
- Проведен системный анализ классических методов и алгоритмов спектрального анализа, используемых при обработке сигналов в музыкальной акустике, с целью выявления их достоинств и недостатков, а также определения возможного их совершенствования за счет использования методов и алгоритмов параметрического дискретного преобразования Фурье.

- Разработаны новые и усовершенствованы существующие методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье в соответствии с требованиями обработки сигналов в музыкальной акустике. Разработаны быстрые алгоритмы компьютерной спектральной обработки на основе параметрического дискретного преобразования Фурье.
- Проведены экспериментальные исследования разработанных методов и алгоритмов на тестовых МАС и модельных сигналах. Выработаны предложения по эффективному, с получением обладающих новизной результатов, применению методов и алгоритмов в задачах спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике.

При решении указанных выше задач получены следующие основные результаты:

1. **Метод локализации спектральных пиков**, позволяющий анализировать частоты между частотами стандартного ДПФ без алгоритмических ограничений на шаг анализа и с меньшими вычислительными затратами, чем известная *операция дополнения нулями*.
2. **Метод компьютерной спектральной обработки в заданном диапазоне частот**, позволяющий находить коэффициенты стандартного ДПФ в заданном диапазоне частот путем вычисления нескольких ДПФ-П меньшего размера, с возможностью быстрого нахождения коэффициентов в других диапазонах без повторных вычислений ДПФ-П.
3. **Метод получения прореженных коэффициентов ДПФ** путем обобщения на основе ДПФ-П известного метода *взвешенного наложения-сложения* с целью устранения главного недостатка этого метода – невозможности сдвига по частоте фильтров ДПФ проектируемого анализатора спектра.
4. **Метод расширения функциональных возможностей цифровой фильтрации на основе частотной выборки**, позволяющий анализировать частоты между частотами стандартного ДПФ, а также уменьшать

погрешности измерений, возникающие из-за шума округления, за счет варьирования дополнительно введенного параметра.

5. **Быстрый алгоритм вычисления дискретного преобразования Гильберта музыкально-акустических сигналов**, позволяющий в два раза уменьшить объем используемой памяти и сократить вычислительные затраты за счет вычисления двух ДПФ в два раза меньшего размера.
6. **Быстрый алгоритм вычисления скользящего спектра Фурье музыкально-акустических сигналов** на основе ДПФ-П, позволяющий анализировать частоты между коэффициентами стандартного ДПФ и делать это за один такт дискретизации, что невозможно при использовании уже известных *методов и алгоритмов на основе ДПФ-П*, в том числе при использовании БПФ-П.
7. **Обобщение понятия линейной инверсии дискретного времени для базисов ДПФ-П**, которое позволяет осуществлять в компьютере фильтрацию музыкально-акустических сигналов методом блочной обработки на основе ДПФ-П с нулевым сдвигом фаз.

Проведенные экспериментальные исследования по приложению разработанных методов и быстрых алгоритмов к задачам определения основного тона музыкально-акустических сигналов и физических характеристик тембра показали, что ДПФ-П и разработанные на его основе методы и алгоритмы эффективны в области музыкальной акустики, поскольку позволяют получать обладающие новизной результаты. Основой результативности применения ДПФ-П и методов и алгоритмов, разработанных на его основе, лежит возможность увидеть тонкую структуру спектрально-временной картины музыкально-акустических сигналов, которая до сих пор исследователям была недоступна.

Предложенные методы и алгоритмы компьютерной параметрической спектральной обработки по степени общности и применимости к задачам музыкальной акустики составляют ядро систем компьютерной обработки музыкально-акустических сигналов и в то же время могут быть использованы в системах цифровой обработки других сигналов, имеющих структуру

аналогичную МАС – виброакустических, речевых, биомедицинских, гидроакустических и многих других.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ИТ – информационные (компьютерные) технологии;

ЦОС – цифровая обработка сигналов;

ДПФ – дискретное преобразование Фурье;

БПФ – быстрое преобразование Фурье;

ДПФ-П – параметрическое дискретное преобразование Фурье;

МАС – музыкально-акустический сигнал;

ДМАС – дискретизированный во времени МАС;

АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

ДВПФ – дискретно-временное преобразование Фурье;

ОДНВ – операция дополнения нулевыми отсчетами во временной области;

БИХ-фильтр – фильтр с бесконечной импульсной характеристикой;

КИХ-фильтр – фильтр с конечной импульсной характеристикой;

ФОЧВ – фильтр на основе частотной выборки;

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика;

ФЧХ – фазово-частотная характеристика;

ДПГ – дискретное преобразование Гильберта;

СДПФ – скользящее ДПФ;

СДПФ-П – скользящее параметрическое ДПФ;

ВАС – виброакустический сигнал;

ГАС – гидроакустический сигнал;

РС – речевой сигнал;

ОТ – основной тон.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алдошина, И.А. Музыкальная акустика: учебник / И.А.Алдошина, Р.Приттс.– СПб: Композитор – Санкт-Петербург, 2006. – 720 с.
2. Алдошина И.А. Основы психоакустики. Подборка статей с сайта <http://www.625-net.ru>. Ч.1-17. 154 с.– Режим доступа: <http://www.twirpx.com/file/141630/>.
3. Баронин, С.П. Автокорреляционный метод выделения основного тона речи. Пятьдесят лет спустя / С.П. Баронин // Речевые технологии. – 2008. – №2. – С. 3-12.
4. Батищев, В.И. Аппроксимационные методы и системы измерения и контроля параметров периодических сигналов / В.С. Милентьев, В.И. Батищев.-М.: Физматлит, 2011. – 240 с.
5. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных процессов: Пер. с англ. /Дж. Бендат, А.Пирсол. – М.:Мир, 1989.– 540 с.
6. Богнер Р. Введение в цифровую фильтрацию / Под ред. Р.Богнера, А.Константинидиса –М.:Мир, 1976.– 212с.
7. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей /Е.С. Вентцель. М.: Наука, 1969.-576 с.
8. Виброакустическая диагностика зарождающихся дефектов / Ф.Я.Балицкий, М.А.Иванова, А.Г.Соколова, Е.И.Хомяков.– М.: Наука, 1984.-119 с.
9. Витязев, В.В. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние (ч.1) /В.В.Витязев, С.В.Витязев. А.А.Зайцев // Цифровая обработка сигналов.– 2008.–№1.-С.12-22
10. Витязев, В.В. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние (ч.2) /В.В.Витязев, С.В.Витязев, А.А.Зайцев // Цифровая обработка сигналов. .– 2008.–№2.-С.2-9.
11. Витязев, В.В. Вейвлет-анализ временных рядов. –Спб.: 2001.-58 с.
12. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц /Ф.Р.Гантмахер.-М.: Наука, 1966.- 576 с.
13. Голд, Б. Цифровая обработка сигналов / Б.Голд, Ч.Рэйдер. Пер. с англ., под ред. А.М.Трахтмана. – М.: Сов.радио, 1973.-368 с.

14. Градштейн, Н.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений /Н.С.Градштейн, И.М.Рыжик.- М.:Физматгиз, 1963.-1100 с.
15. Грибанов, Ю.И. Спектральный анализ случайных процессов / Ю.И.Грибанов, В.И.Мальков .- М.: Энергия, 1974.-240 с.
16. Григорьева, М.В. Влияние зашумленности речи на восприятие смысловой информации: дис. ...канд.филол. наук: 10.02.21 / Григорьева Мария Владимировна. – 264 с.
17. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения / Г.Дженкинс, Д.Ваттс Вып.1 Пер с англ. В.Ф.Писаренко. – М.: Мир, 1971.-312 с.
18. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения / Г.Дженкинс, Д.Ваттс Вып.2 Пер с англ. В.Ф.Писаренко. – М.: Мир, 1972.-283 с.
19. Загоруйко, Н.Г. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей / Н.Г.Загоруйко.–Новосибирск: Наука СО, 1985.-150 с.
20. Зубарев, Ю.Б. Цифровая обработка сигналов – информатика реального времени /Ю.Б.Зубарев. В.В.Витязев, В.П.Дворкович // Цифровая обработка сигналов.-1999.-№1.-С.5-17.
21. ИльинЮ Г.И. Особенности применения преобразования Гильберта для описания квазигармонических колебаний с произвольной структурой/ Ильин Г.И., Ильин А.Г.// Нелинейный мир.– 2011. Т. 9. № 8. С. 493-496.
22. Кантемиров, В.И. Аналого-цифровое преобразование случайных сигналов / В.И.Кантемиров // Датчики и системы.-2011.-№3.-С.16-19.
23. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Определения. Теоремы, формулы / Т.Корн, Г.Корн.– М.:Наука, 1973.-831 с.
24. Коржик В.И. Огибающая сигнала и некоторые ее свойства / В.И Коржик //Радиотехника.-1968.–Том 23.-№4.-С.1-6.
25. Кривошейкин, А.В., Схемотехника аналоговых электронных устройств /А.В. Кривошейкин, Л.Х. Нурмухамедов. – СПб.: изд. СПбГУКиТ, 2012. – 199 с.
26. Кузнецов, Л.А. Акустика музыкальных инструментов: Справочник. / Л.А. Кузнецов. – М.: Легпромбытиздат, 1989.– 368 с.



27. Кулаичев, А.П. Компьютерный контроль процессов и анализ сигналов / А.П. Кулаичев. М.: Информатика и компьютеры, 1999. – 330с.
28. Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов : 2-е изд. Пер. с англ.-М.: ООО «Бином-Пресс», 2006.-636 с.
29. Марпл-мл.,С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ.-М.:Мир, 1990.-584 с.
30. Мышкис, А.Д. Математика (специальные курсы для вузов). – М.: Наука, 1971.-632 с.
31. Неразрушающий контроль. Справочник в 8 т. / Под общей ред. В.В.Клюева. 2-е изд. испр.Т.7: в 2 кн.-М.: Машиностроение, 2006.-829 с.
32. Оппенгейм, Э. Применение цифровой обработки сигналов /Э.Оппенгейм Перев. с англ. – М.: Мир, 1980.-552 с.
33. Петелин, Р.Ю. Звуковая студия в РС./ Р.Ю. Петелин, Ю.В. Петелин. СПб.:БХВ-Санкт-Петербург, 1998.- 256 с.
34. Пономарев, В.А. Исследование и разработка методов спектрального анализа гидроакустических сигналов применительно к классификации: дисс... канд.техн. наук.-ЛЭТИ, 1974.-184 с.
35. Пономарева, О.В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базисах Фурье: дис....д-ра техн. наук: 05.13.01 / Пономарева Ольга Владимировна. – Ижевск, 2016. – 357 с.
36. Пономарева, О.В. Основы теории дискретных косвенных измерений параметров сигналов / О.В.Пономарева.– Ижевск: Издательство ИжГТУ, 2016.- 172 с.
37. Пономарева, О.В. Неинвариантность скользящего энергетического параметрического фурье-спектра действительных тональных сигналов / О.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 2. – С. 7 - 14.
38. Пономарева, О.В. Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе параметрических

- экспоненциальных функций / О.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 2. – С. 7 - 11.
39. Пономарева, Н.В. Скользящее параметрическое ДПФ в задачах обнаружения тональных компонент / О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 4. – С. 2-7.
40. Пономарева, Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Фурье действительных последовательностей / О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – № 2. – С. 10-15.
41. Пономарева, Н.В. Применение временных окон в векторном анализе дискретных сигналов / О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева, В.Ю. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 2 (29). – С. 19-21.
42. Пономарева, Н.В. Инверсия дискретного времени и параметрическое дискретное преобразование Фурье / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 4 (31). – С. 25-31.
43. Пономарева, Н.В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики – MATLAB / Н.В. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 4 (31). – С. 32-34.
44. Пономарева, Н.В. Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье / Н.В. Пономарева, В.Ю. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 2 (29). – С. 15-18.
45. Пономарева, Н.В. Обобщение алгоритмов Герцеля и скользящего параметрического дискретного преобразования Фурье / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2014. – № 1. – С. 3-11.
46. Пономарева, Н.В. Повышение точности и расширение функциональных возможностей цифровых фильтров на основе частотной выборки / О.В.

- Пономарева, Н.В. Пономарева // Приборы и методы измерений. – 2013. – № 2 (7). – С. 114-119.
47. Пономарева, Н.В. Формализованное описание погрешностей измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными средствами / О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Современные информационные и электронные технологии. – 2013. – Т. 2. – № 14. – С. 90-93.
48. Пономарева, Н.В. Модификация фильтра на основе частотной выборки для решения задач цифровой обработки случайных процессов со скрытыми периодичностями / О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2012. – № 2(20). – С. 122 - 129.
49. Пономарева, Н.В. Иерархическое морфологическо-информационное описание систем функционального диагностирования объектов / О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // Современные информационные и электронные технологии. – 2013. – Т. 2. – № 14. – С. 121-124.
50. Пономарева, Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // Современные информационные и электронные технологии. – 2014. – Т. 1. – № 15. – С. 183-184.
51. Пономарева, Н.В. Применение однобинового скользящего параметрического ДПФ в задачах обнаружения и измерения параметров тональных компонент / О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // Приборостроение в XXI веке – 12. Интеграция науки, образования и производства: сб. материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Ижевского государственного технического университета имени М.Т.Калашникова (Ижевск, 14-16 ноября 2012 года).- Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т.Калашникова, 2012.-С. 264-268.

52. Пономарева, Н.В. Параметрическое дискретное преобразование Фурье в задачах цифровой обработки сигналов / О.В.Пономарева, Н.В.Пономарева // Приборостроение в XXI веке – 12. Интеграция науки, образования и производства: сб. материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Ижевского государственного технического университета имени М.Т.Калашникова (Ижевск, 14-16 ноября 2012 года).- Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т.Калашникова, 2012.-С. 371-374.
53. Пономарева, Н.В. Оценивание энергетических спектров случайных процессов методом параметрического ДПФ / О.В.Пономарева, Н.В.Пономарева // Приборостроение в XXI веке – 12. Интеграция науки, образования и производства: сб. материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции с международным участием, посвященной 60-летию Ижевского государственного технического университета имени М.Т.Калашникова (Ижевск, 14-16 ноября 2012 года).- С.374-378. Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т.Калашникова, 2012.-С. 374-378.
54. Пономарева, Н.В., Аксиомы измерения спектра дискретных стационарных случайных сигналов на конечных интервалах / О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева, А.В. Пономарев // DSPA-2013. Доклады 15-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. Москва. 2013.- Т.1.-С.70-74.
55. Пономарева, Н.В. Метод спектрального разложения дискретных стационарных случайных сигналов на конечных интервалах / О.В.Пономарева, Н.В.Пономарева, А.В. Пономарев // DSPA-2013. Доклады 15-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. –Москва, 2013.-Т.1.-С.100-104.
56. Пономарева, Н.В. Обобщение структурной схемы фильтров на основе частотной выборки / О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева, А.В. Пономарев // DSPA-2013. Доклады 15-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. Москва.– 2013.- Т.1.-С.117-121.

57. Пономарева, Н.В. Современные методы дискретных измерений частотных спектров детерминированных сигналов на конечных интервалах в дискретном базисе Фурье / О.В. Пономарева, В.А. Алексеев, Н.В. Пономарева // Приборостроение-2014. Материалы 7-й Международной научно-технической конференции (19-21 ноября 2014 года) Минск, Республика Беларусь. –2014.-С.124-125.
58. Пономарева, Н.В. Метод спектрального анализа виброакустических сигналов в заданном диапазоне частот / Н.В. Пономарева // Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов. Материалы 5-й международной научно-технической конференции, Могилев, 24–25 сентября 2014 г. Белорусско-Российский университет. Могилев, 2014.-С.255-257.
59. Пономарева, Н.В. Метод спектрального выявления скрытых периодичностей на основе дискретного преобразования Фурье и цифровой блочной обработки с накоплением / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // DSPA-2014. Доклады 16-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2014.- Т.1.-С.172-176.
60. Пономарева, Н.В. Метод спектрального анализа узкополосных сигналов с высоким разрешением по частоте / Н.В. Пономарева // DSPA-2014. Доклады 16-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2014.-Т.1.-С.163-167.
61. Пономарева, Н.В. Метод цифровой блочной обработки с накоплением и его приложения в спектральном анализе сигналов со скрытыми периодичностями / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // DSPA-2014. Доклады 16-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2014.-Т.1.-С.168-172.
62. Пономарева, Н.В. Модифицированное параметрическое дискретное преобразование Фурье / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // DSPA-2015. Доклады 17-й Международной

- конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2015.-Т.1.-С.196-200.
63. Пономарева, Н.В. Быстрое параметрическое преобразование Фурье для спектрального анализа сигналов с высоким разрешением в заданном частотном диапазоне / Н.В. Пономарева // DSPA-2015. Доклады 17-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2015.-Т.1.-С.196-200.
64. Пономарева, Н.В. О косвенных измерениях спектрально-временных характеристик дискретных сигналов на конечных интервалах / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, Н.В. Пономарева // DSPA-2015. Доклады 17-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2015.-Т.2.-С.589-593.
65. Пономарева, Н.В. Классификация дискретных полигармонических сигналов и измерение частот их гармоник на конечных интервалах / О. В. Пономарева, Н. В. Пономарева, А. В. Пономарев // Приборостроение-2015: материалы 8-й международной научно-технической конференции, Минск, 25-27 ноября 2015 г. : в 2 т. / Белорусский национальный технический университет ; редкол.: О. К. Гусев [и др.]. – Минск, 2015. – Т.1. - С. 18-20.
66. Пономарева, Н.В., Дискретные трапецеидальные оконные функции для гармонического анализа сложных сигналов / О.В. Пономарева, Н.В.Пономарева, В.Ю. Пономарева // DSPA-2016. Доклады 18-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2016.-Т.1.-С.275-280.
67. Пономарева, Н.В. Метод измерения частоты сигналов на базе параметрического дискретного преобразования Фурье/ Н.В. Пономарева, В.Ю. Пономарева // DSPA-2016. Доклады 18-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2016. Т.1-С.409-413.
68. Пономарева, Н.В. Приборы дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов / О.В. Пономарева О.В., А.В. Пономарев А.В., Н.В.

- Пономарева // Приборостроение в XXI веке – 2015. Интеграция науки, образования и производства: сб. материалов XI Международной научно-технической конференции.– Ижевск, 2016. -С. 314-320.
69. Пономарева, Н.В. Метод быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье на основе параметрических дискретных экспоненциальных базисов / Н.В. Пономарева, В.В. Пономарев // DSPA-2017. Доклады 19-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2017.-Т.1.-С.166-170.
70. Пономарева, Н.В. Обобщенные системы базисных функций на основе параметрических дискретных базисов Фурье / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева, А.В. Пономарев, Н.В. Пономарева // DSPA-2017. Доклады 19-й Международной конференции Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Москва, 2017.-Т.1.-С.85-89.
71. Пономарева, Н.В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области / Н.В. Пономарева, О.В. Пономарева, В.В. Хворенков // Интеллектуальные системы в производстве. – 2018. – Т. 16. – № 1. – С. 33-40.
72. Пономарева, Н.В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике / Н.В. Пономарева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2018. – Т. 16. – № 1. – С. 26-32.
73. Пономарева, Н. В. Компьютерная спектральная обработка музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье / Н. В. Пономарева // Приборостроение - 2017: материалы 10-й Международной научно-технической конференции, 1-3 ноября 2017 года, Минск, Республика Беларусь / Белорусский национальный технический университет; редкол.: О. К. Гусев [и др.]. - Минск: БНТУ, 2017. - С. 16-18.
74. Пономарева, О.В. Быстрое параметрическое дискретное преобразование Фурье действительных последовательностей / О.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. –2012. – № 2. – С. 2 - 5.

75. Пономарева, О.В. Теория и применение параметрического дискретного преобразования Фурье / В.А. Пономарев, О.В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2011. – № 1. – С. 2 - 6.
76. Пономарева О.В. Обобщение частотных диагностических моделей для решения задач виброакустического функционального диагностирования объектов / О.В. Пономарева // Информационно-измерительные, диагностические и управляющие системы: тр. 2-й междунар. науч. конф., 11-13 апр., 2011. Курск / ЮЗГУ. 2011. – С. 121 - 124.
77. Ponomareva Olga. Algorithm for fast computation of the discrete Fourier transform of real sequences / Vladimir Ponomarev, Olga Ponomareva // Proc. of the 12<sup>th</sup> international conference “Modern information and electronic technologies” (MIET’2011), Odessa, Ukraine, 23-27 May, 2011. – Vol. 1. – Odessa, 2011. – P. 116.
78. Ponomareva Olga. Measurement of the probability characteristics of random processes using CPU measurement means / Vladimir Ponomarev, Olga Ponomareva, Alexey Ponomarev // Proc. of the 12<sup>th</sup> international conference “Modern information and electronic technologies” (MIET’2011), Odessa, Ukraine, 23-27 May, 2011. – Vol. 1. – Odessa, 2011. – P. 110.
79. Ponomareva Olga. One-bin sliding parametric discrete Fourier transform in the problems of detection and measurement of tonal components / Olga Ponomareva // Proc. of the 12<sup>th</sup> international conference “Modern information and electronic technologies” (MIET’2011), Odessa, Ukraine, 23-27 May, 2011. – Vol. 1. – Odessa, 2011. – P. 184.
80. Ponomareva Olga. Fast Fourier transform algorithm in the basis of parametric discrete exponential functions / Vladimir Ponomarev, Olga Ponomareva // Proc. of the 11<sup>th</sup> international conference “Modern information and electronic technologies” (MIET’2010), Odessa, Ukraine, 24-28 May, 2010. – Vol. 1. – Odessa, 2010. – P. 160.
81. Ponomareva Olga. Generalization of the discrete Fourier transform / Vladimir Ponomarev, Olga Ponomareva // Proc. of the 11<sup>th</sup> international conference



- “Modern information and electronic technologies” (MIET’2010), Odessa, Ukraine, 24-28 May, 2010. – Vol. 1. – Odessa, 2010. – P. 200.
82. Ponomareva Olga. Fundamentals of the theory of spectral analysis of discrete signals on finite intervals / Olga Ponomareva // Proc. of the 11<sup>th</sup> international conference “Modern information and electronic technologies” (MIET’2010), Odessa, Ukraine, 24-28 May, 2010. – Vol. 1. – Odessa, 2010. – P. 201.
83. Ponomareva Olga. Parametrical discrete Fourier Transform / Vladimir Ponomarev, Olga Ponomareva, Alexey Ponomarev // Proc. of the 9<sup>th</sup> international conference “Research, development and application of high technologies in the industry”, 22-23 April 2010, St.-Petersburg. – Vol. 1. – St.-Petersburg, 2010. – P. 200 - 202.
84. Ponomareva Olga. Statistical stability of power spectrum of casual signals in the basis of parametrical exponential functions / Olga Ponomareva // Proc. of the 9<sup>th</sup> international conference “Research, development and application of high technologies in the industry”, 22-23 April 2010, St.-Petersburg. – Vol. 1. – St.-Petersburg, 2010. – P. 200 - 204.
85. Ponomareva Olga. Fast transform in the basis of parametrical discrete exponential functions / Olga Ponomareva // Proc. of the 9<sup>th</sup> international conference “Research, development and application of high technologies in the industry”, 22-23 April 2010, St.-Petersburg. – Vol. 1. – St.-Petersburg, 2010. – P. 204 - 205.
86. Ponomareva Olga. Theoretical basis of the spectral analysis of discrete signals at finite intervals / Olga Ponomareva // Proc. of the 9<sup>th</sup> international conference “Research, development and application of high technologies in the industry”, 22-23 April 2010, St.-Petersburg. – Vol. 1. – St.-Petersburg, 2010. – P. 401 - 403.
87. Пономарева, О. В. Микропроцессорная информационно- измерительная система спектрально-временного анализа виброакустических сигналов: дис...канд. тех. наук: 05.11.16/ О. В. Пономарева.- Куйбышев, 1987.- 205 л.
88. Прохоров, С.А. Ортогональные модели структурных функций / Прохоров С.А., Графкин В.В. //Автометрия.– 2011.– №1, Том №47. –С. 50-58.

89. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б.Гоулд. Пер. с англ. под ред.Ю.А. Александрова .– М.: Мир, 1978.-835 с.
90. Рабинер, Л. Цифровая обработка речевых сигналов / Л. Рабинер, Р. Шафер. Пер. англ. Под ред. М. В. Назарова и Ю. Н. Прохорова. М.: Радио и связь, 1981. – 496 с.
91. Рангайян, Р.М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход. Пер. с англ. Под ред. А.П.Немирко.- М.: ФИЗМАТЛИТ,2007.-440 с.
92. Раушер, К. Основы спектрального анализа / К Раушер, Ф.Йанссен, Р. Минихольд: Пер. с англ. – М.: Горячая линия –Телеком, 2006.-224с.
93. Романюк, Ю.А. Дискретное преобразование Фурье в цифровом спектральном анализе / Ю.А. Романюк. Учебное пособие. – М.: МФТИ, 2007. – 120с.
94. Рыболовлев, А.А. Особенности графического оформления результатов в среде технических расчетов MATLAB /А.А.Рыболовлев, Д.А.Рыболовлев. // Цифровая обработка сигналов.– 2014. – №2..-С.65-69.
95. Рытов, С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч.1 Случайные процессы/С.М.Рытов. – М.: Наука, 1976.-501 с.
96. Сапожков, М. А. Речевой сигнал в кибернетике и связи / М.А. Сапожков. М.: Связьиздат, 1963. 472 с.
97. Сапожков, М. А. Вокодерная связь / М.А. Сапожков, М.Г. Михайлов. – М.: Радио и связь, 1983. – 247 с.
98. Сапожков, М. А. Роль фазовых соотношений в восприятии речи / М.А. Сапожков // Акустический журнал. – 1974. Т. 20, №1. – С. 144-146.
99. Сергеев, А.Г. Метрология: Учебное пособие для вузов / А.Г. Сергеев, В.В Крохин В.В.–М.: Логос, 2002.– 408 с.
100. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко.– СПб.: БХВ-Петербург, 2011.–768 с.
101. Серебренников, М.Г. Выявление скрытых периодичностей / М.Г.Серебренников, А.А.Первозванский. – М.: Наука , 1965.-244с.

102. Солонина, А.И. Цифровая обработка сигналов и MATLAB / А.И.Солонина, Д.М.Клионский, Т.В.Меркучева, С.Н.Перов.- СПб.: БХВ-Петербург, 2013.- 512 с.
103. Трахтман, А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию /А.М.Трахтман. – М.: Сов.радио, 1972.– 352 с.
104. Трахтман, А.М. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах / А.М.Трахтман, В.А.Трахтман. – М.:Сов.радио, 1975.-208 с.
105. Фланаган, Дж. Л. Анализ, синтез и восприятие речи / Дж. Л. Фланаган Перевод с англ. – М.: Связь, 1968.– 396 с.
106. Финк, Л.М. Сигналы. Помехи. Ошибки. /Л.М.Финк.-2-е изд., перераб. и доп.-М.: Радио и связь, 1984.-256 с.
107. Ханян, Г.С. Аналитическое исследование и оценка погрешностей в задаче измерения параметров гармонического сигнала методом преобразования Фурье / Г.С.Ханян // Измерительная техника.-2003.– №8.-С.3-10.
108. Цветков, Э.И. Основы математической метрологии / Э.И.Цветков.-СПб.: Политехника, 2005.-510 с.
109. Цветков, Э.И. Основы теории статистических измерений / Э.И.Цветков.-Л.: Энергия, 1979.-288 с.
110. Цветков, Э.И. Процессорные измерительные средства / Э.И.Цветков.-Л.: Энергоатомиздат, 1989.-224 с.
111. Шелухин, О.И. Цифровая обработка и передача речи / О.И. Шелухин, Н.Ф. Лукьянцев. – М.: Радио и связь, 2000.– 456 с.
112. Яглом, А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии / А.М. Яглом.-Л.:1981.-281 с.
113. Application of the bispectrum for detection of small nonlinearities excited Journal of Sound and Vibration, Volume 329, Issue 20, 27 September 2010, Pages 4279-4293.
114. Howard D., Angus J. Acoustics and Psychoacoustics. G-B.: Focal-Press, 2001.
115. Rossing T. D. The Science of Sound. N. Y.: Addison-Wesley Publ, 1982.
116. Fletcher H. Speech and hearing in Communication. N. Y.: Van Nostrad, 1953.

117. Plomp R. Aspects of Tone Sensation. London.: Academic Press, 1976.
118. Galembo A., Askenfelt A., Cuddy L. L., Russo F A. Effects of relative phases on pitch and timbre in the piano bass range. *J. Acoust. Soc. Am.* 110 (3), 2001. P. 1649-1666.
119. Bosi M., Goldberg R. Introduction to Digital Audio Coding and Standards. Boston: Kluwer Ac. Publishers, 2003.
120. Encyclopedia Britannica Online. — [www.britannica.com](http://www.britannica.com)
121. Hüseyin Akçay. Frequency domain subspace-based identification of discrete-time singular power spectra. *Signal Processing*, Volume 92, Issue 9, September 2012, Pages 2075-2081.
122. D. Blacodon, J. Bulté. Reverberation cancellation in a closed test section of a wind tunnel using a multi-microphone cepstral method. *Journal of Sound and Vibration*, Volume 333, Issue 9, 28 April 2014, Pages 2669-2687.
123. Vladimir Britanak. A survey of efficient MDCT implementations in MP3 audio coding standard: Retrospective and state-of-the-art Review Article. *Signal Processing*, Volume 91, Issue 4, April 2011, Pages 624-672.
124. Luis Chaparro. Chapter 11 - Fourier Analysis of Discrete-time Signals and Systems. *Signals and Systems Using MATLAB (Second Edition)*, 2015, Pages 683-768.
125. Chao-Ping Chu, Li-Te Shen, Shaw-Hwa Hwang. A New Algorithm for Tone Detection Original Research Article. *AASRI Procedia*, Volume 8, 2014, Pages 118-122.
126. Darian M. Onchis, Pavel Rajmic. Generalized Goertzel algorithm for computing the natural frequencies of cantilever beams. *Signal Processing*, Volume 96, Part A, March 2014, Pages 45-50.
127. Chih-Peng Fan, Guo-An Su. Pruning fast Fourier transform algorithm design using group-based method. Original Research Article. *Signal Processing*, Volume 87, Issue 11, November 2007, Pages 2781-2798.
128. Michael Feldman. Hilbert transform in vibration analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 25, Issue 3, April 2011, Pages 735-802.

129. Michael Feldman. Theoretical analysis and comparison of the Hilbert transform decomposition methods. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 22, Issue 3, April 2008, Pages 509-519.
130. Michael Feldman. Hilbert transform methods for nonparametric identification of nonlinear time varying vibration systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 47, Issues 1–2, 3 August 2014, Pages 66-77. Randall R.B. *Frequency Analysis* / R.B. Randall. Denmark 1989. — 390 c.
131. Randall R.B. *Frequency Analysis* / R.B. Randall. Denmark 1989. — 390 c.
132. Rubén Fraile, Juan Ignacio Godino-Llorente. Cepstral peak prominence: A comprehensive analysis. *Biomedical Signal Processing and Control*, Volume 14, November 2014, Pages 42-54.
133. Jarosław Gronczyński. Recursive Fourier transform algorithms with integrated windowing Original Research Article. *Signal Processing*, Volume 87, Issue 5, May 2007, Pages 1003-1013.
134. Vu Dang Hoang. Wavelet-based spectral analysis TrAC Trends in Analytical Chemistry, Volume 62, November 2014, Pages 144-153.
135. Joe F. Chicharo, Mehdi T. Kilani. A sliding Goertzel algorithm. *Signal Processing*, Volume 52, Issue 3, August 1996, Pages 283-297.
136. David Labat. Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts *Journal of Hydrology*, Volume 314, Issues 1–4, 25 November 2005, Pages 275-288.
137. R. Medina, M. Garrido. Improving impact-echo method by using cross-spectral density. *Journal of Sound and Vibration*, Volume 304, Issues 3–5, 24 July 2007, Pages 769-778.
138. A.B. Ming, W. Zhang, Z.Y. Qin, F.L. Chu. Envelope calculation of the multi-component signal and its application to the deterministic component cancellation in bearing fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volumes 50–51, January 2015, Pages 70-100.

139. S.R. Qin, Y.M. Zhong. A new envelope algorithm of Hilbert–Huang Transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 20, Issue 8, November 2006, Pages 1941-1952.
140. Gilson Jerônimo da Silva Jr., Ricardo Menezes Campello de Souza. Minimum multiplicative complexity algorithm for computing a single component of the discrete Fourier transform. *Original Research Article. Digital Signal Processing*, Volume 23, Issue 3, May 2013, Pages 1040-1043.
141. Jar-Ferr Yang, Fu-Kun Chen. Recursive discrete Fourier transform with unified IIR filter structures. *Original Research Article. Signal Processing*, Volume 82, Issue 1, January 2002, Pages 31-41.

## Приложение 1.

## Результаты обработки тестовых музыкально-акустических сигналов

## Пианино – класс Фортепиано

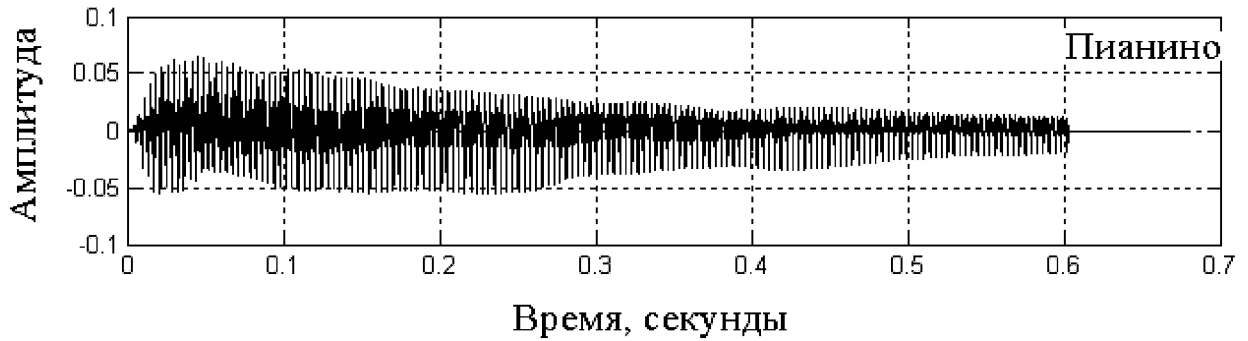


Рисунок П1.1 – Временная структура МАС пианино.

Нота «до» первой октавы

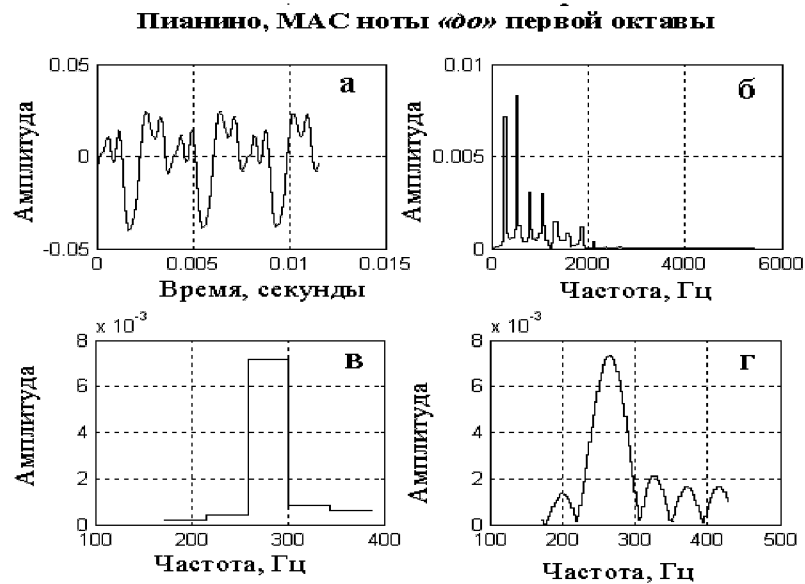
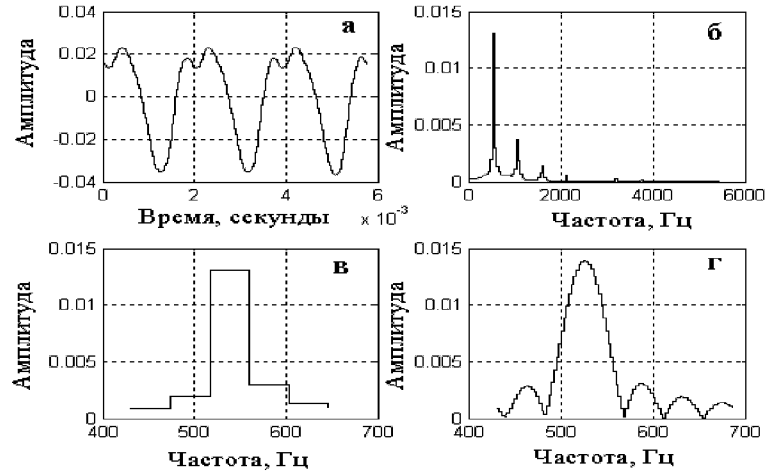
**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.2 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино).

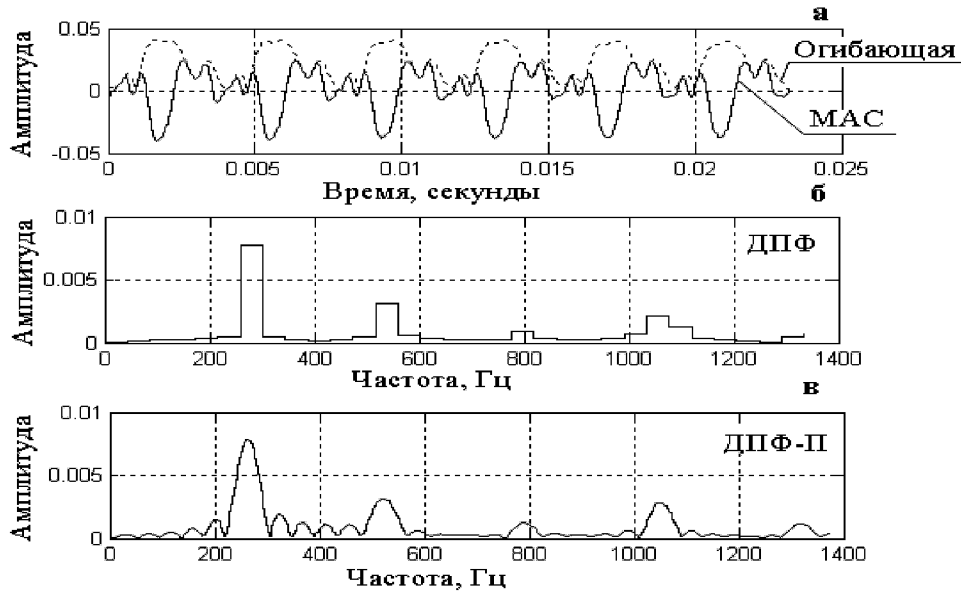
**Пианино, МАС ноты «до» второй октавы**



- а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;  
**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.3 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» второй октавы (пианино).

**Пианино, МАС ноты «до» первой октавы**

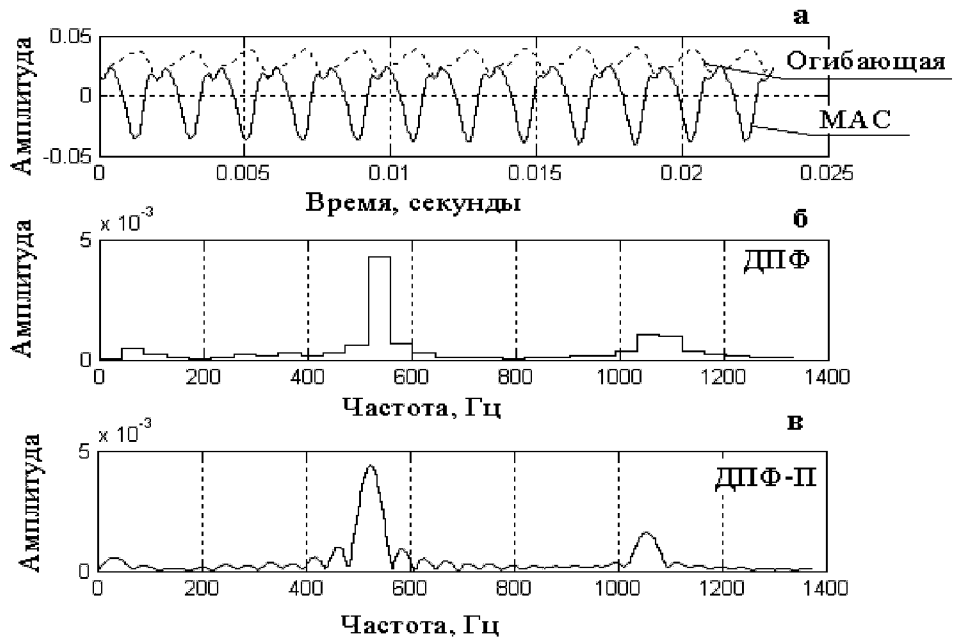


- а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.4 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (пианино).



**Пианино, МАС ноты «до» второй октавы**



**а** – МАС и его огibaющая; **б** – энергетический спектр огibaющей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огibaющей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.5 – Компьютерная спектральная обработка огibaющей МАС ноты «до» первой октавы (пианино).

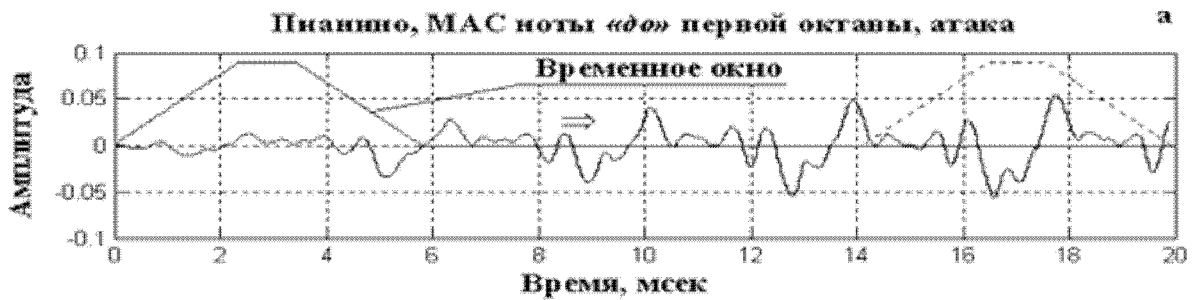


Рисунок П1.6 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, атака).

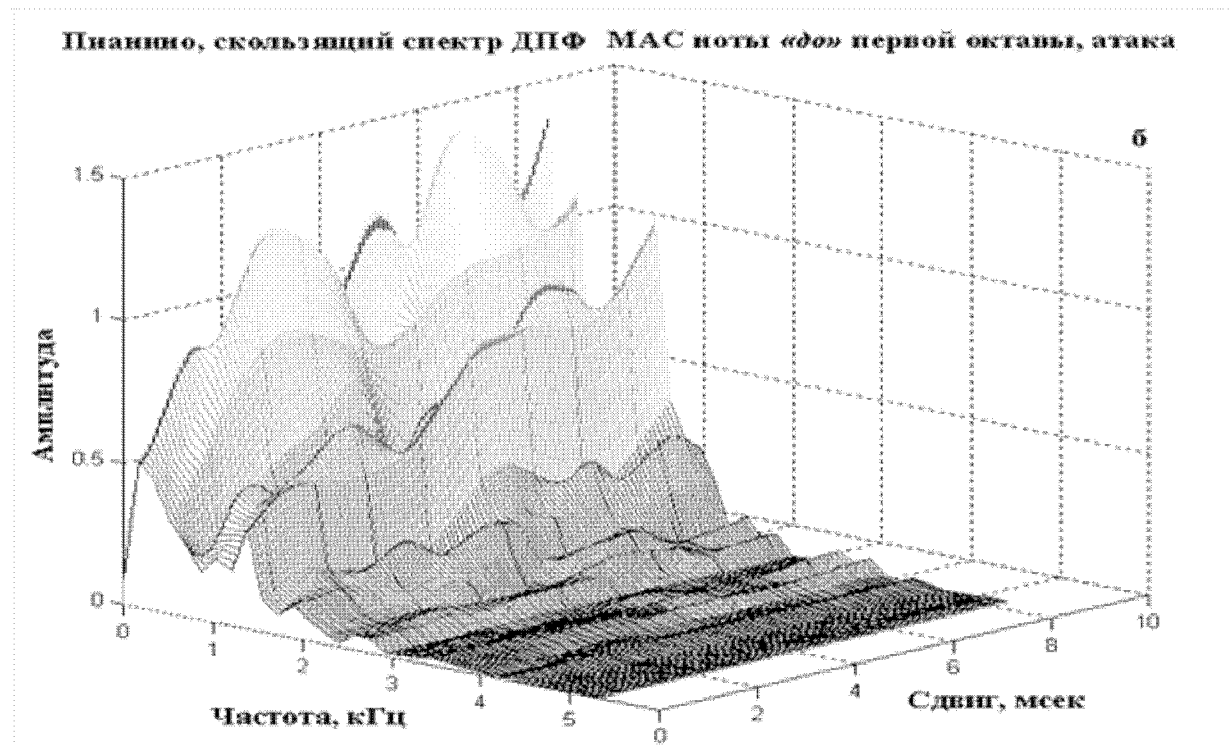


Рисунок П1.7 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, атака).

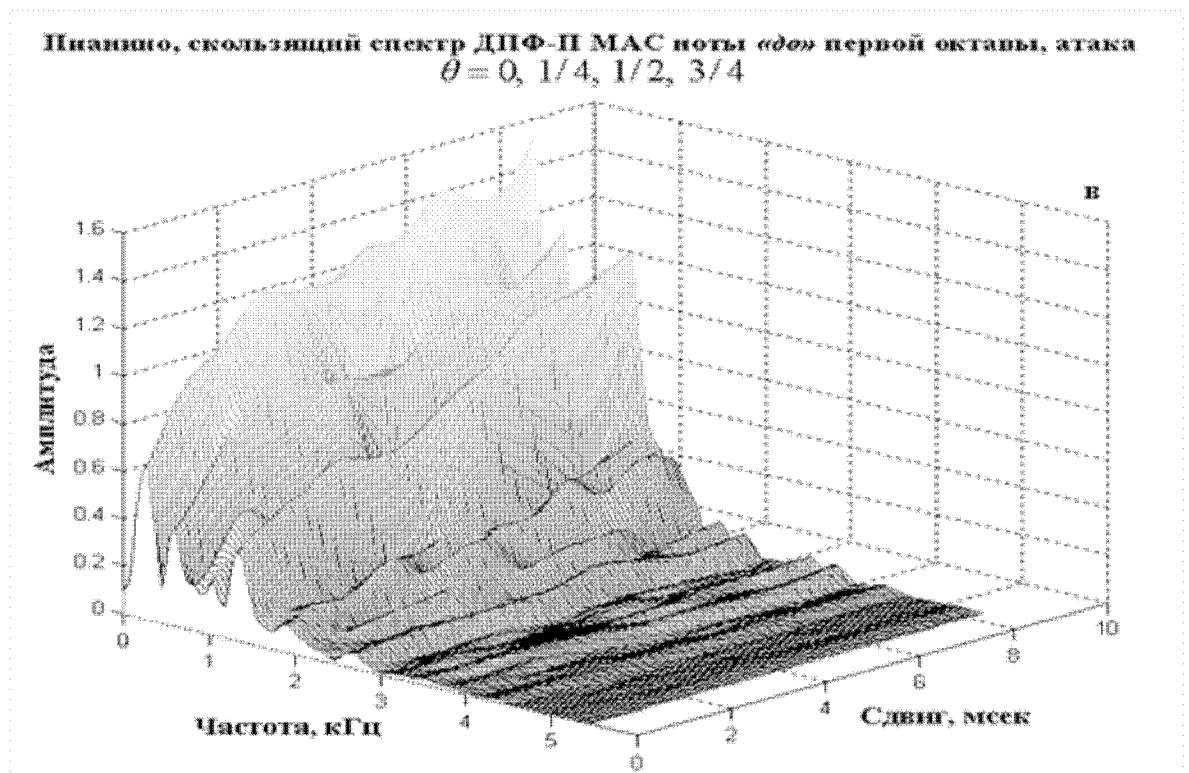


Рисунок П1.8 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, атака).



Рисунок П1.9 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, стационарная часть).

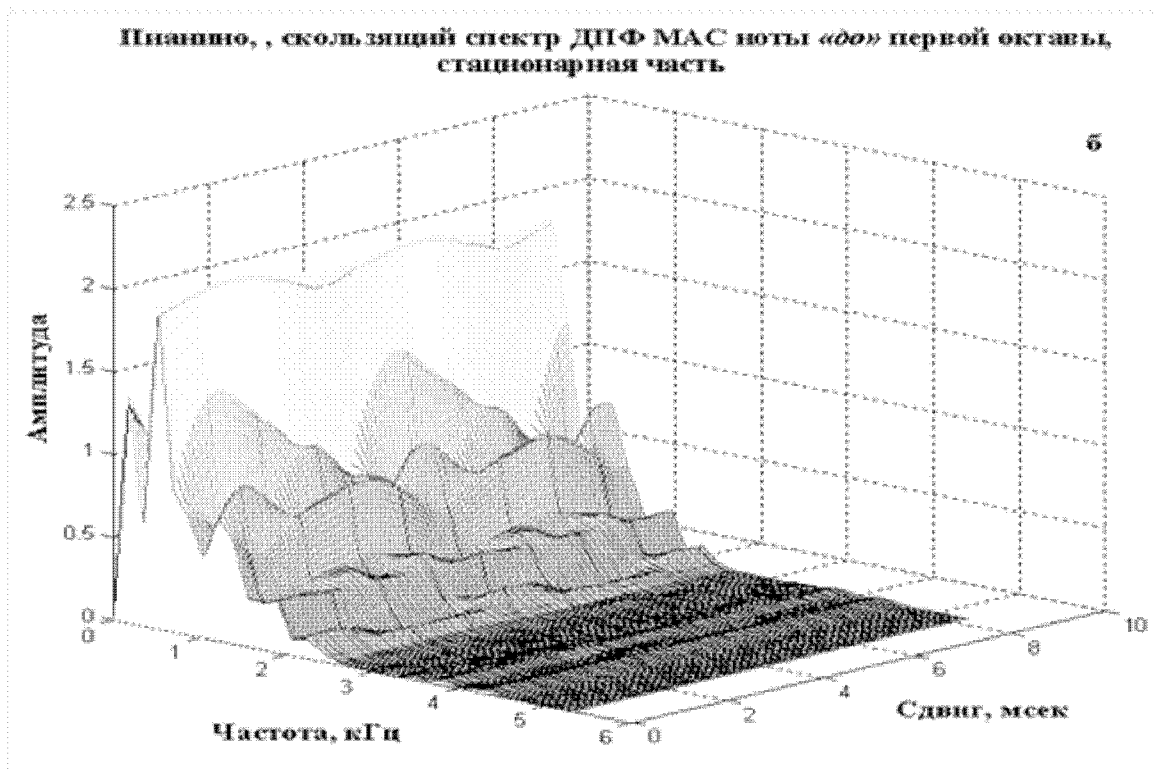


Рисунок П1.10 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, стационарная часть).

Пианино, скользящий спектр ДПФ-II МАС ноты «до» первой октавы,  
стационарная часть,  $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

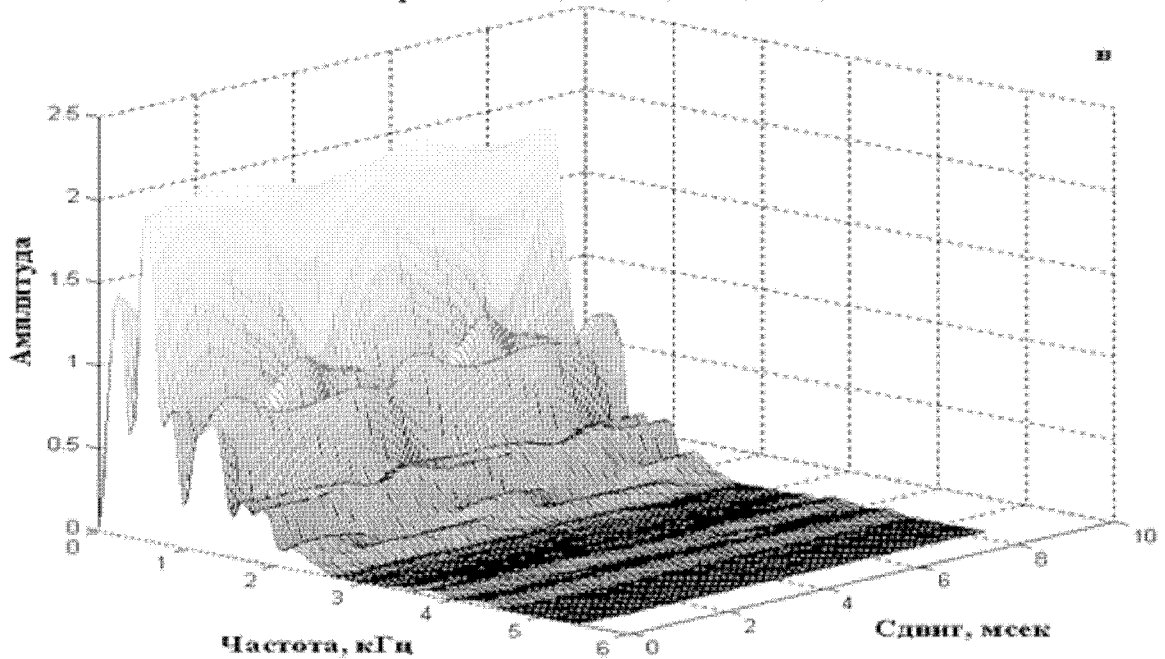


Рисунок П1.11 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (пианино, стационарная часть).

### Акустическая гитара, электрогитара – подкласс щипковых музыкальных инструментов

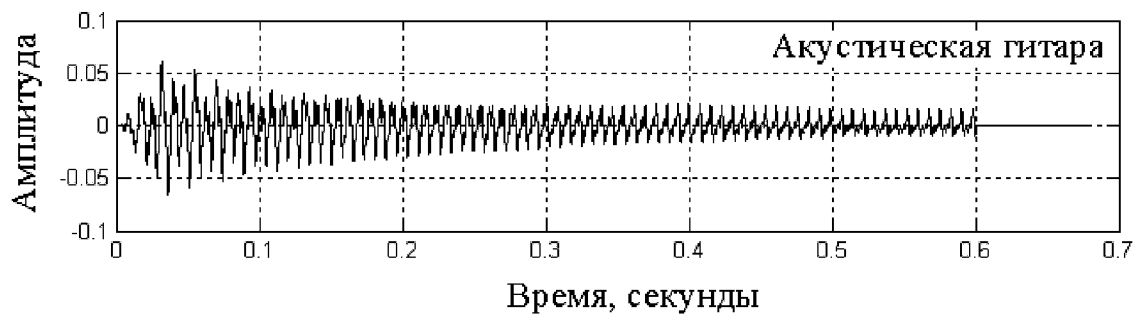


Рисунок П1.12 – Временная структура МАС акустической гитары.  
Нота «до» первой октавы

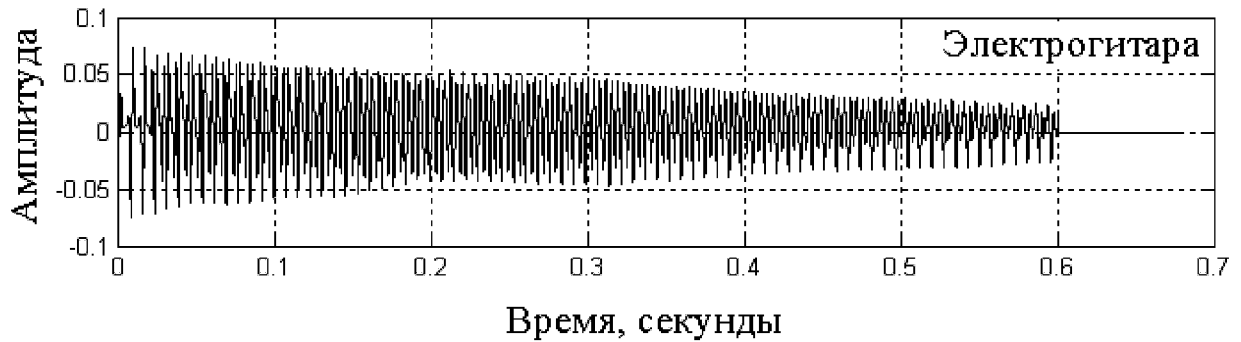
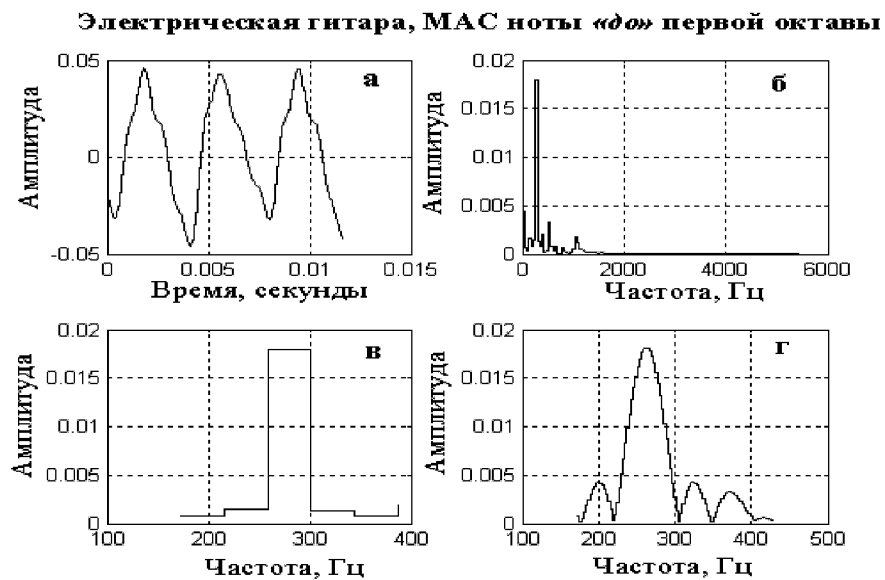


Рисунок П1.13 – Временная структура МАС электрогитары.

Нота «до» первой октавы



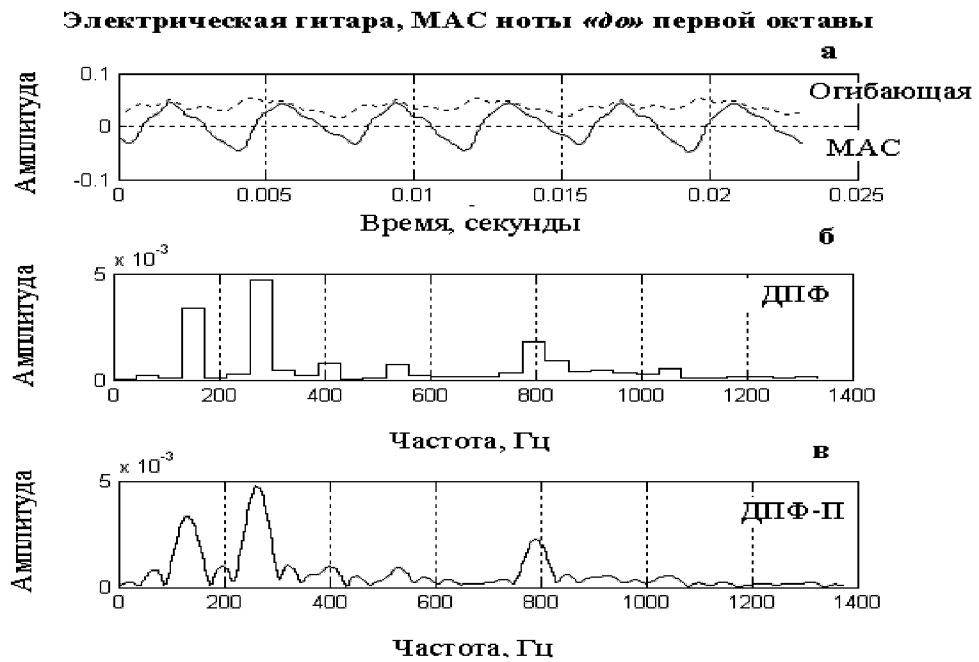
**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;

**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;

**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.14 – Компьютерная спектральная обработка МАС

ноты «до» первой октавы (электрическая гитара).



**а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.15 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (электрическая гитара).



Рисунок П1.16 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, атака).

Электрическая гитара, скользящий спектр ДПФ МАС ноты «до» первой октавы, атака

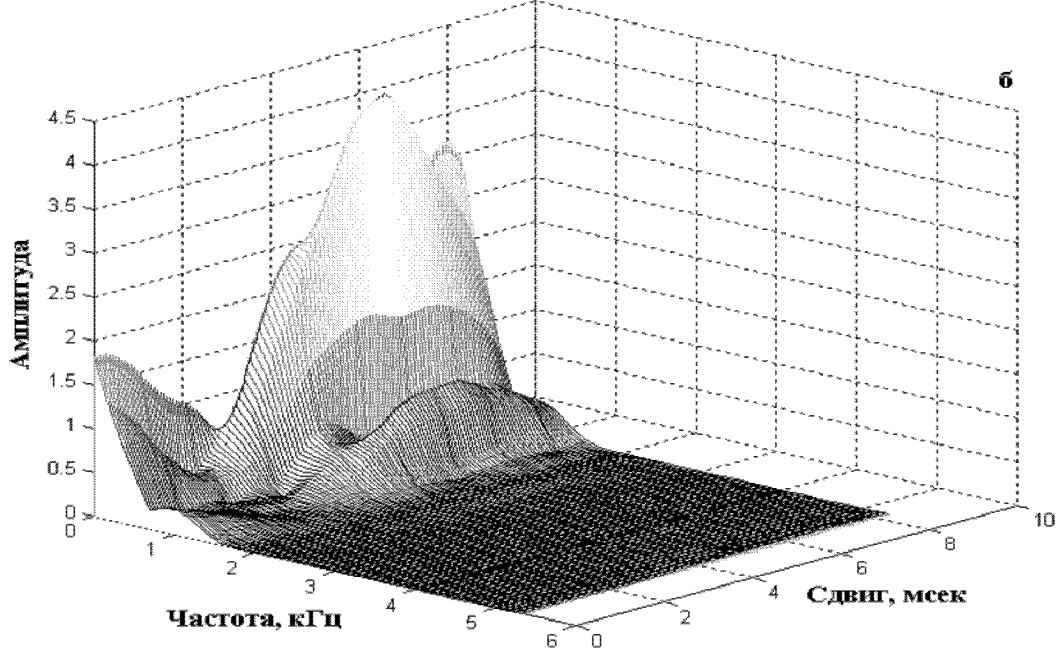


Рисунок П1.17 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, атака).

Электрическая гитара, скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» первой октавы, атака  $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

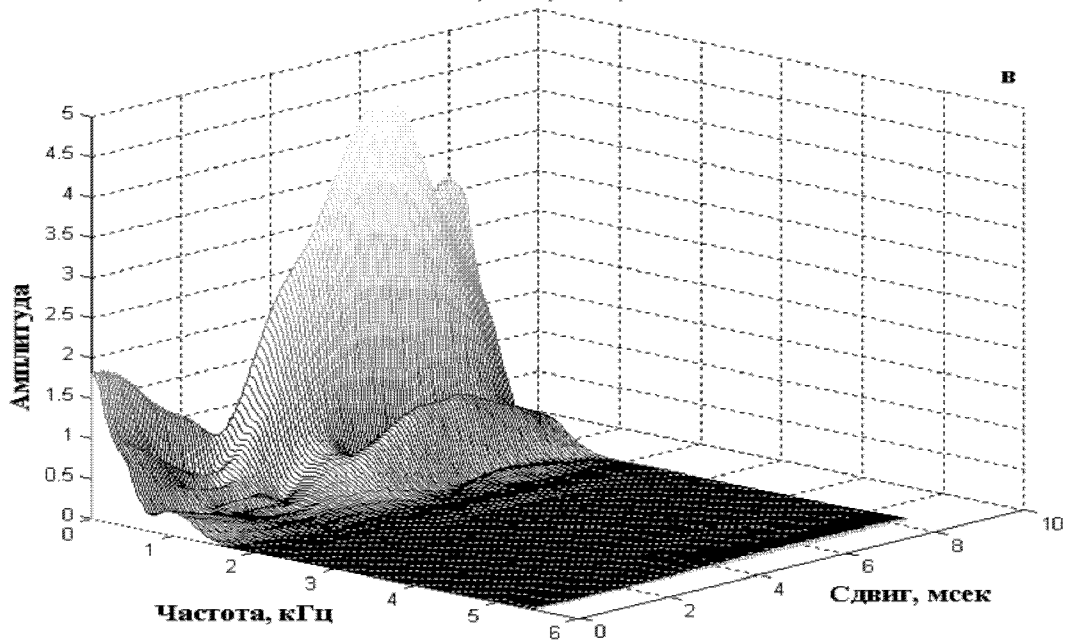


Рисунок П1.18 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, атака).

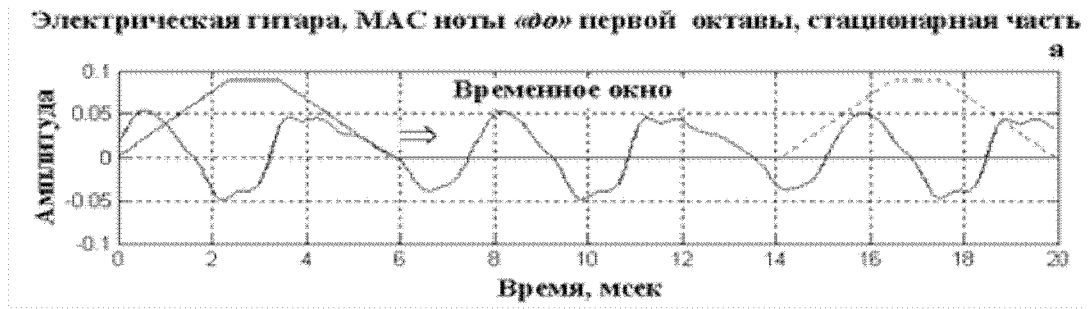


Рисунок П1.19 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, стационарная часть).

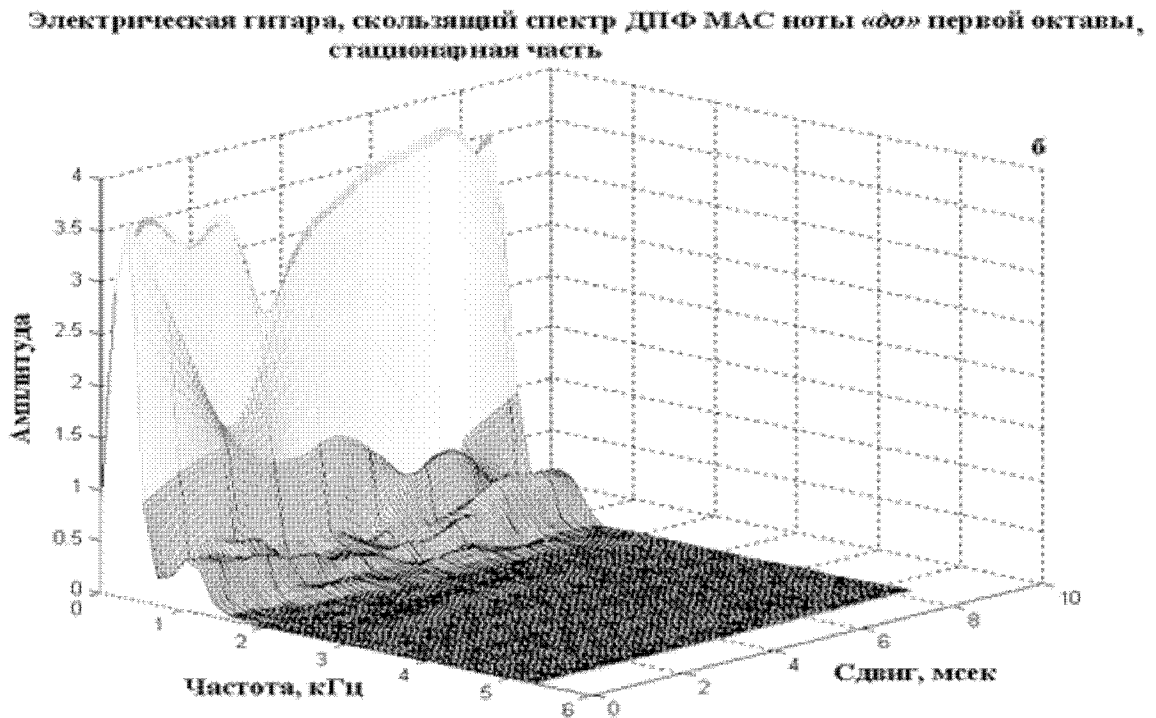


Рисунок П1.20 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, стационарная часть).



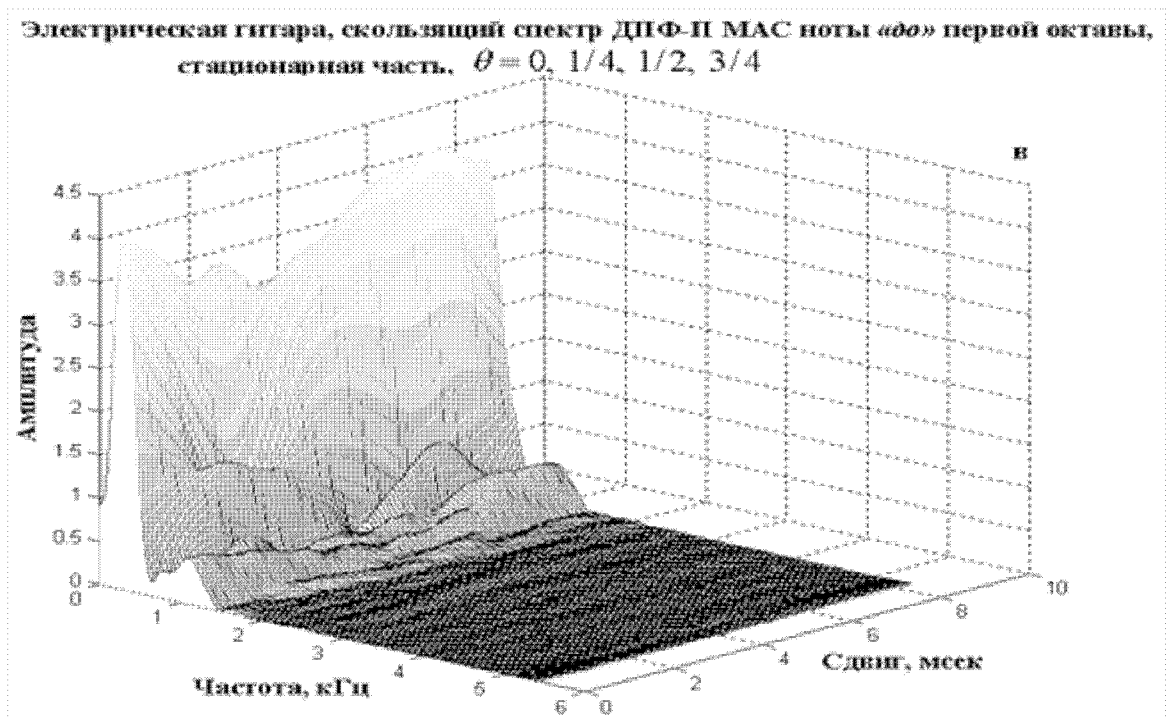


Рисунок П1.21 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (электрогитара, стационарная часть).

### Скрипка, альт – смычковые музыкальные инструменты

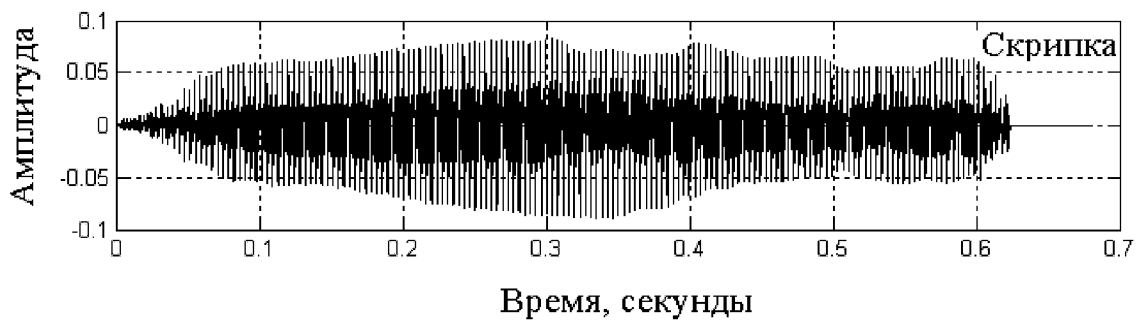
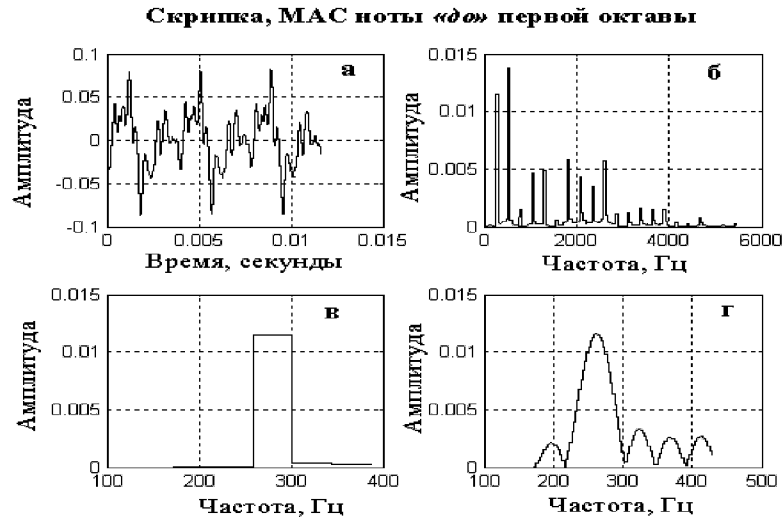
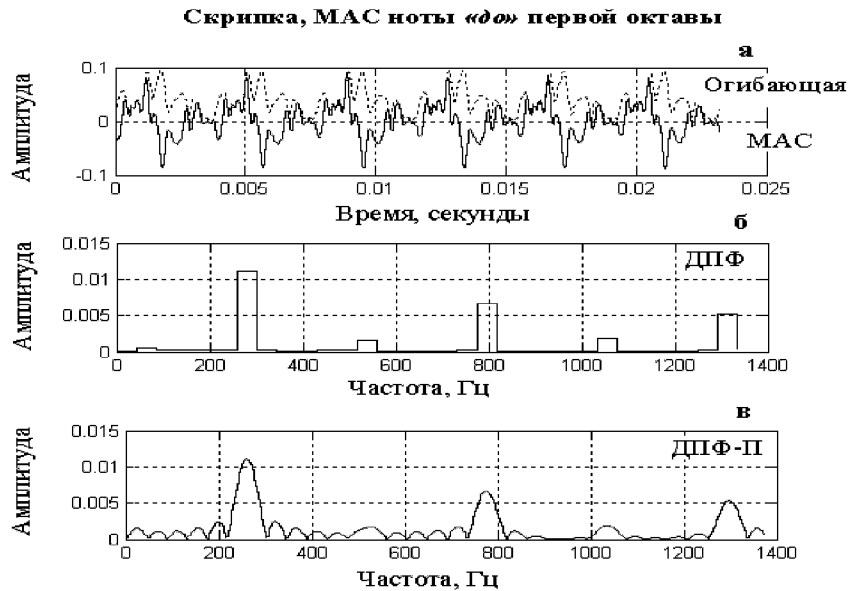


Рисунок П1.22 – Временная структура МАС скрипки. Нота «до» первой октавы



- а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;  
**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.23 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка).



- а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.24 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (скрипка).

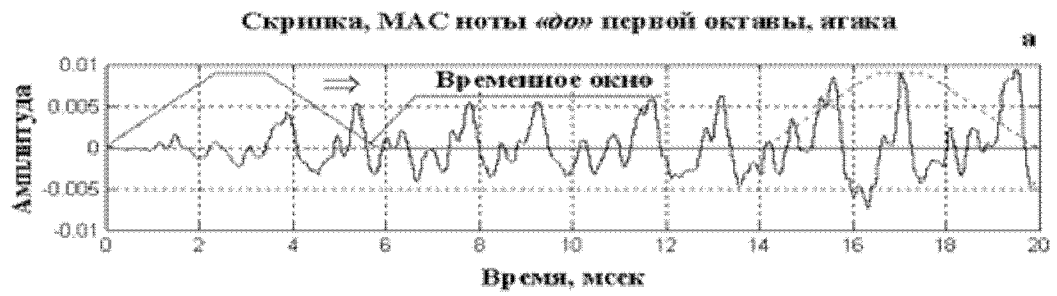


Рисунок П1.25 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, атака).

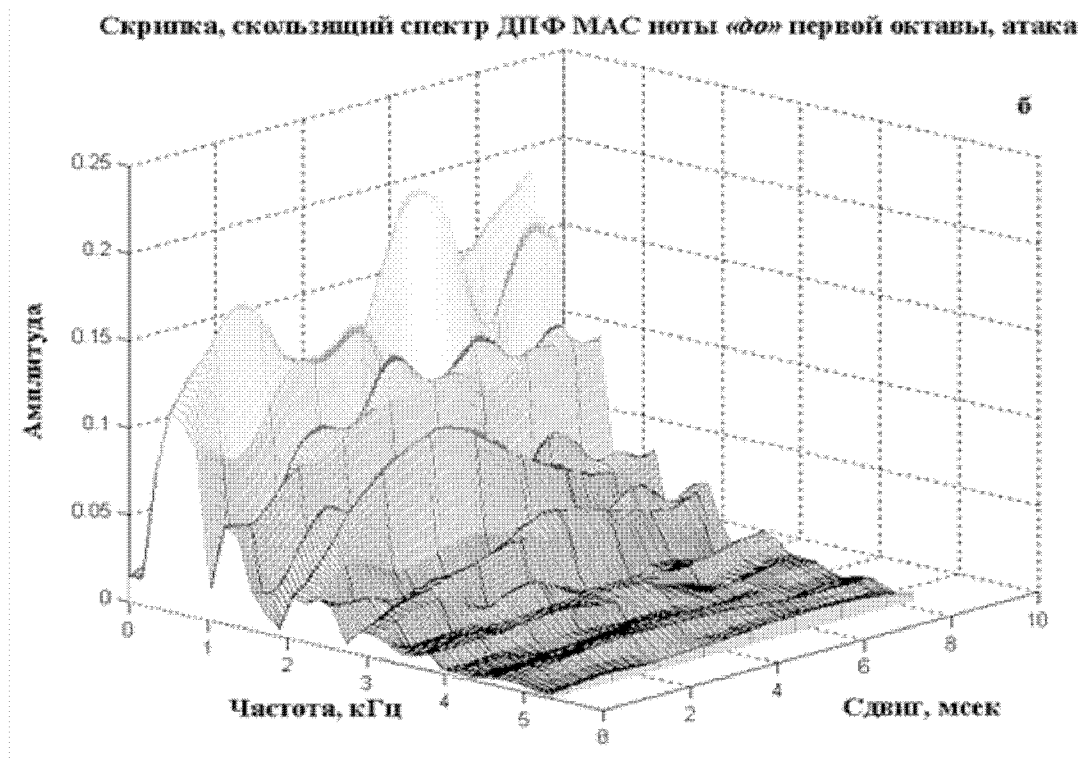


Рисунок П1.26 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, атака).

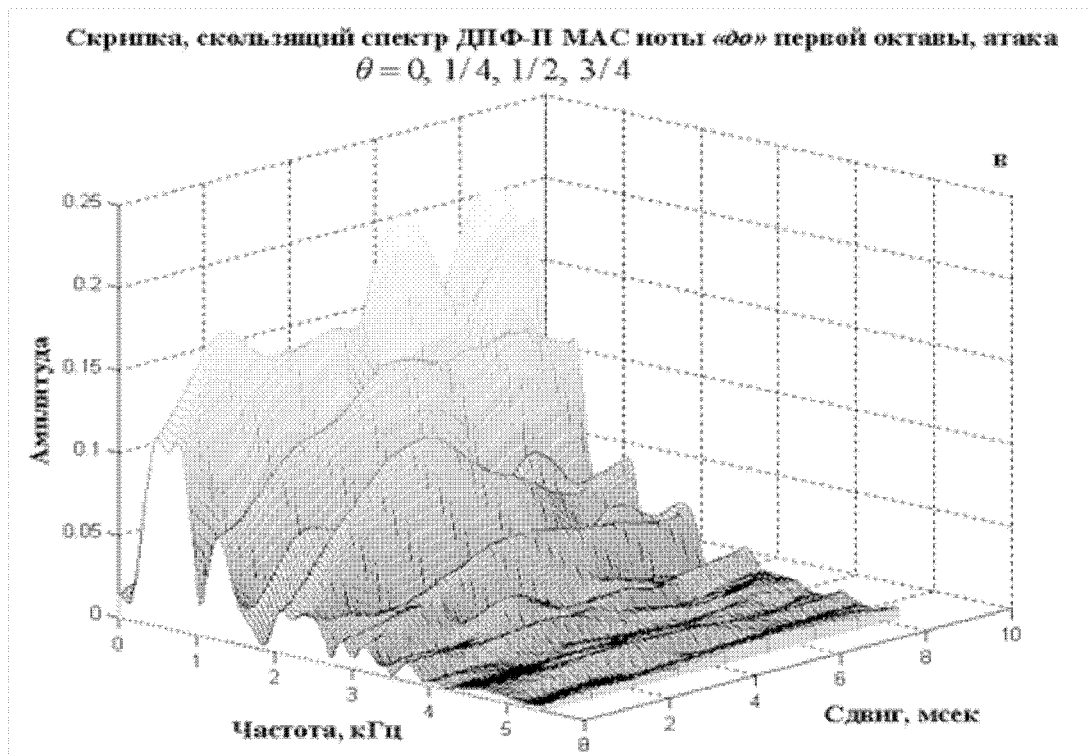


Рисунок П1.27 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, атака).



Рисунок П1.28 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, стационарная часть).

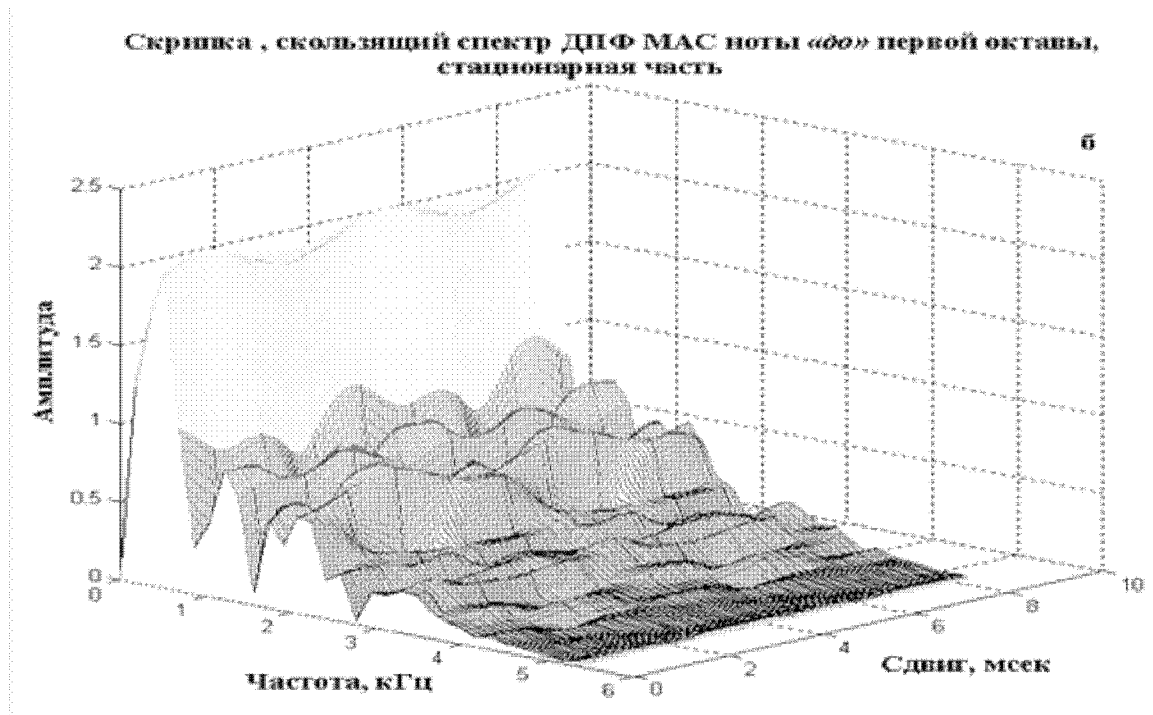


Рисунок П1.29 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, стационарная часть).

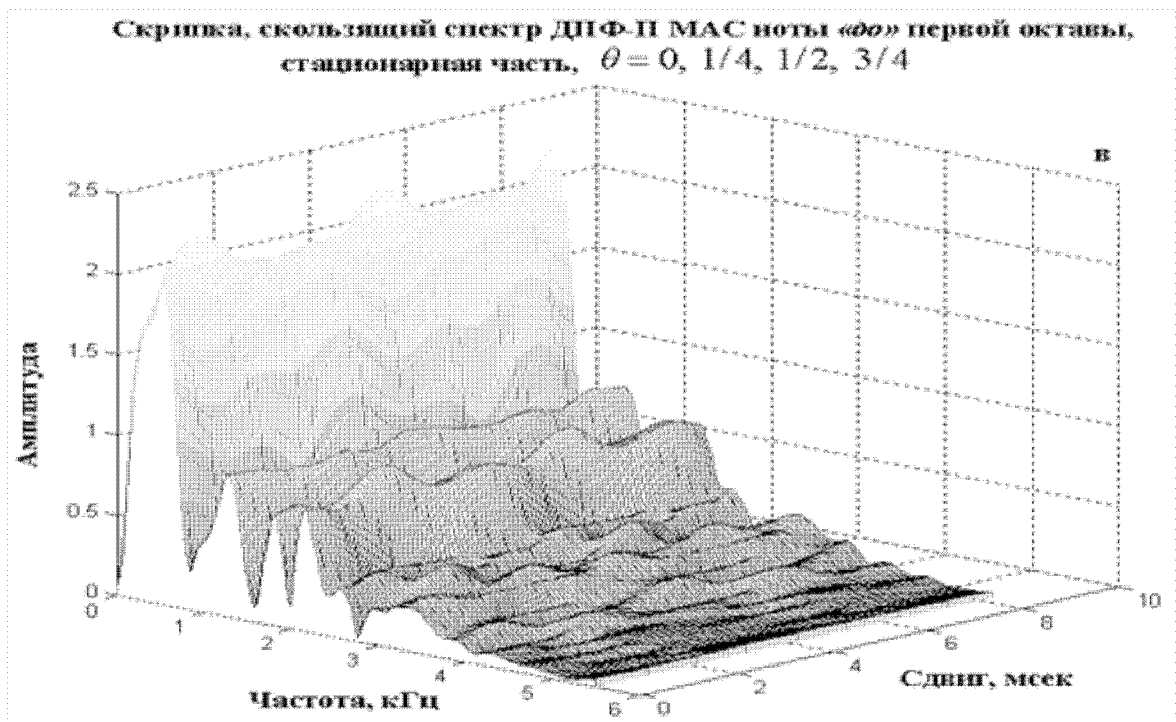


Рисунок П1.30 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (скрипка, стационарная часть).

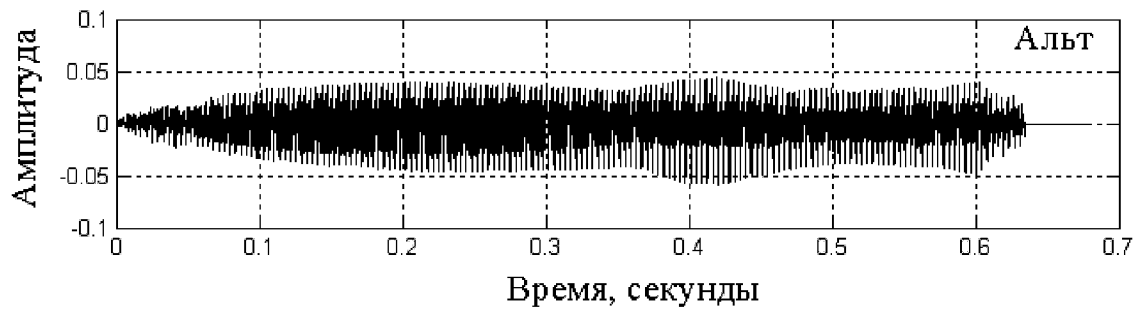
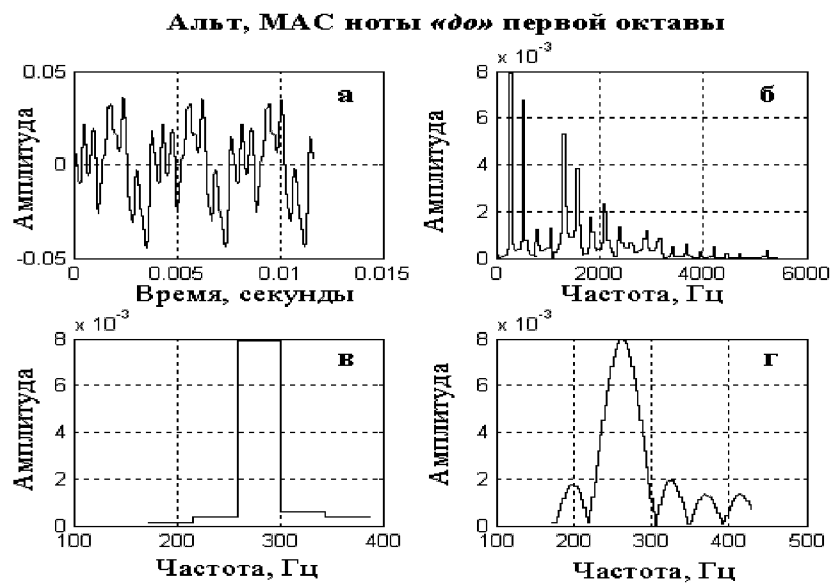


Рисунок П1.31 – Временная структура МАС альта.

Нота «до» первой октавы



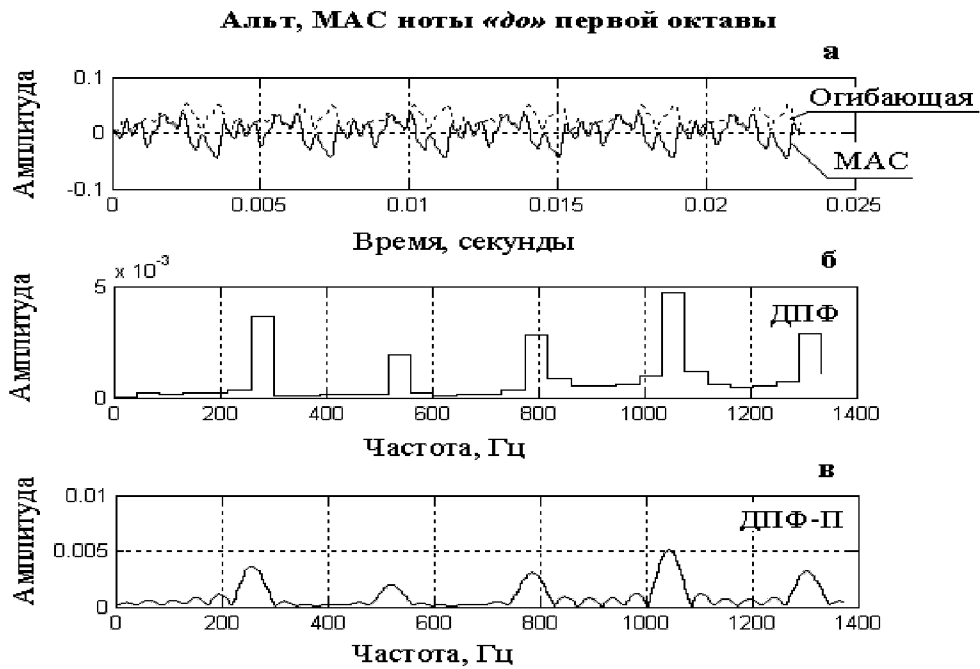
**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;

**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;

**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.32 – Компьютерная спектральная обработка МАС

ноты «до» первой октавы (альт).



**а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.33 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (альт).

### Гобой, кларнет, флейта – язычковые музыкальные инструменты

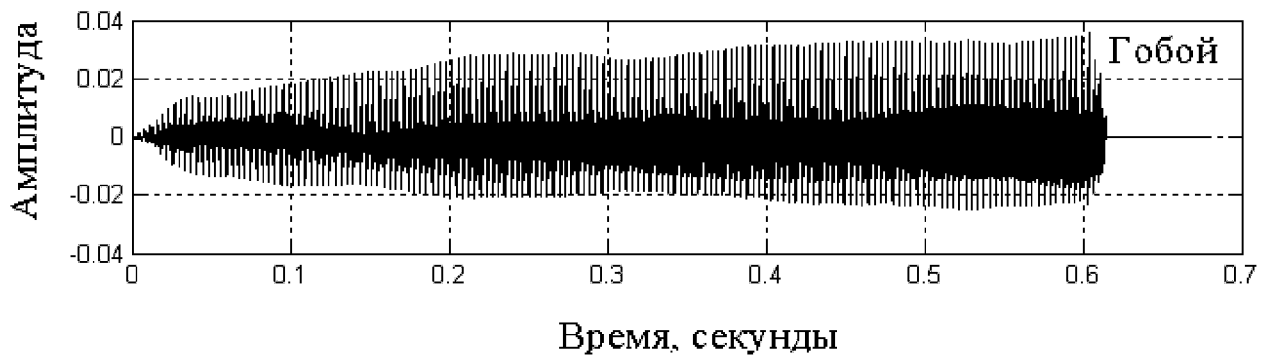
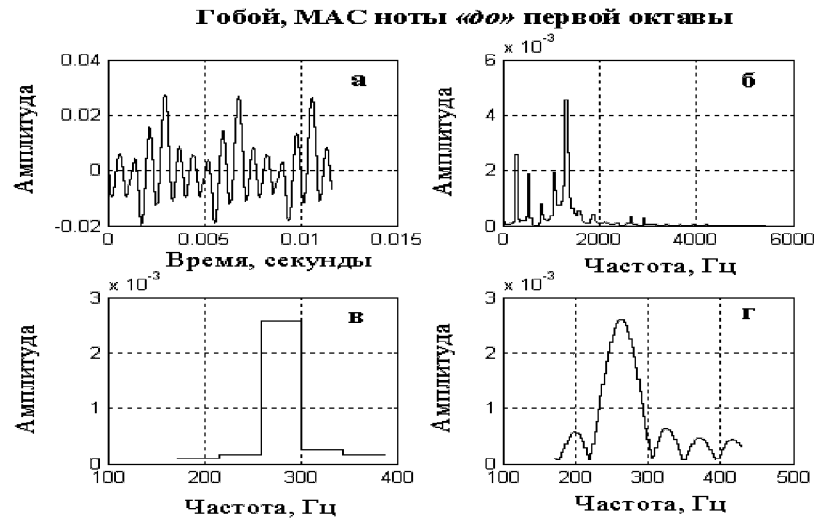


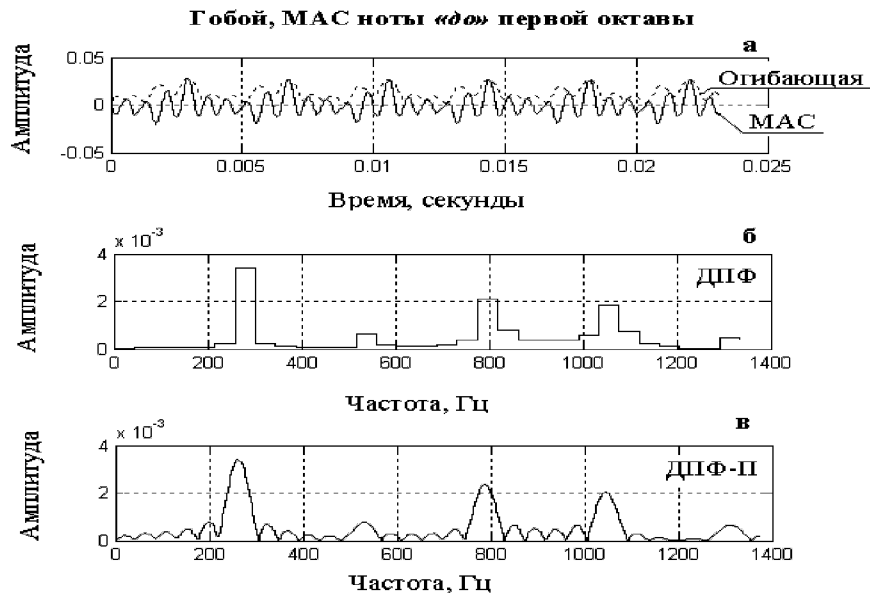
Рисунок П1.34 – Временная структура МАС гобоя.

Нота «до» первой октавы



**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;  
**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.35 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой).



**а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.36 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (гобой).





Рисунок П1.37 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, атака).

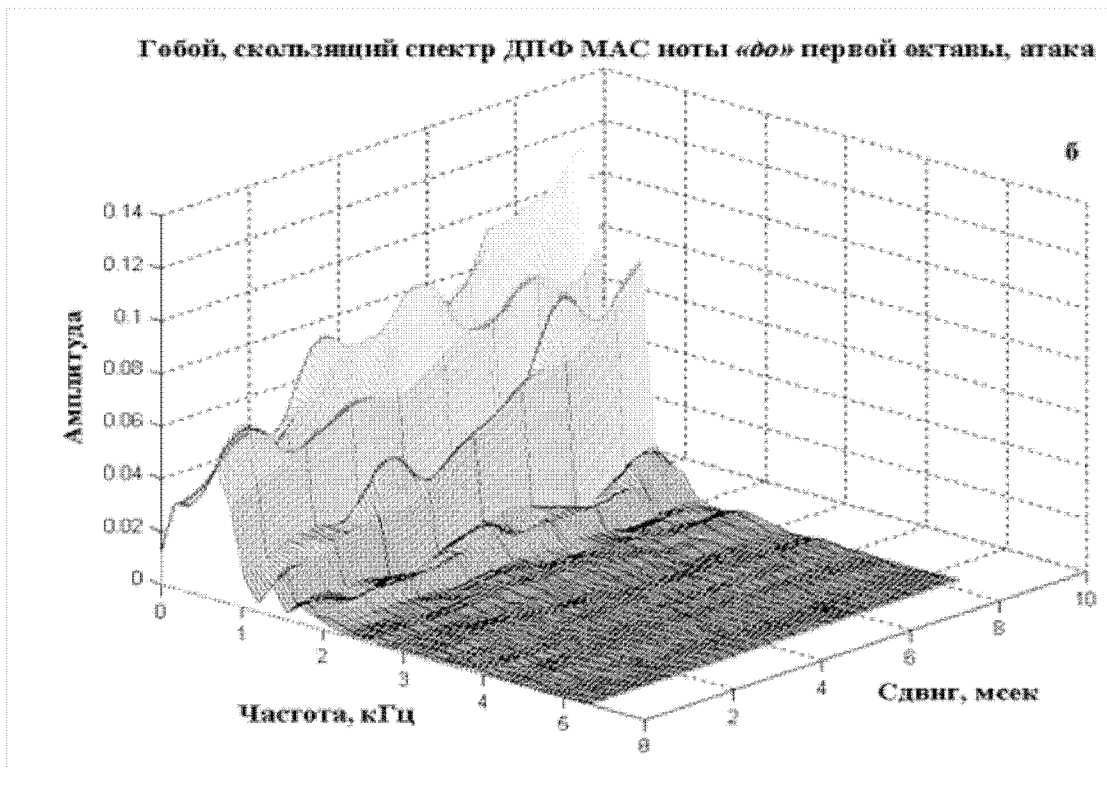


Рисунок П1.38 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, атака).

Гобой, скользящий спектр ДПФ-II МАС ноты «до» первой октавы, атака  
 $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

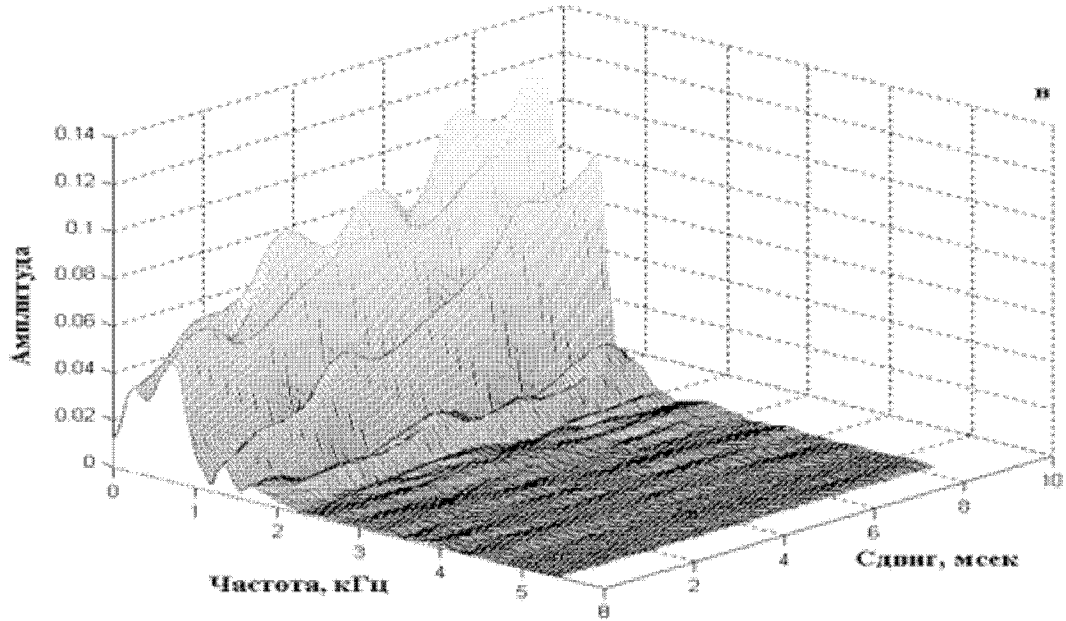


Рисунок П1.39 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, атака).



Рисунок П1.40 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, стационарная часть).

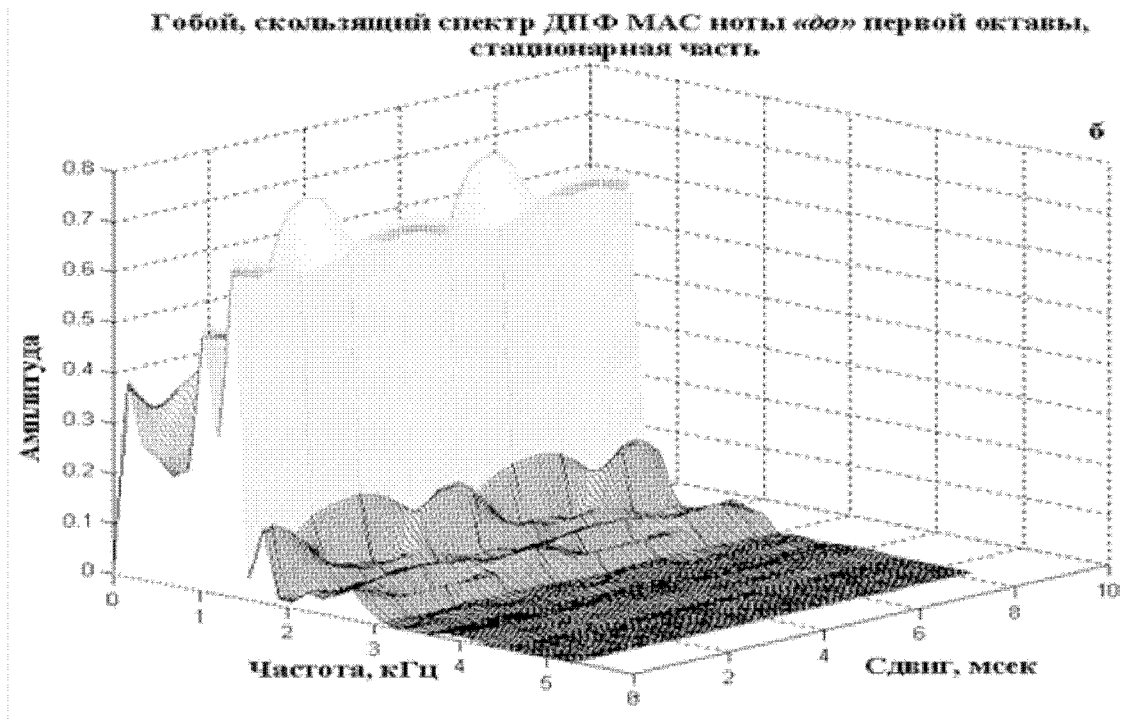


Рисунок П1.41 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, стационарная часть).

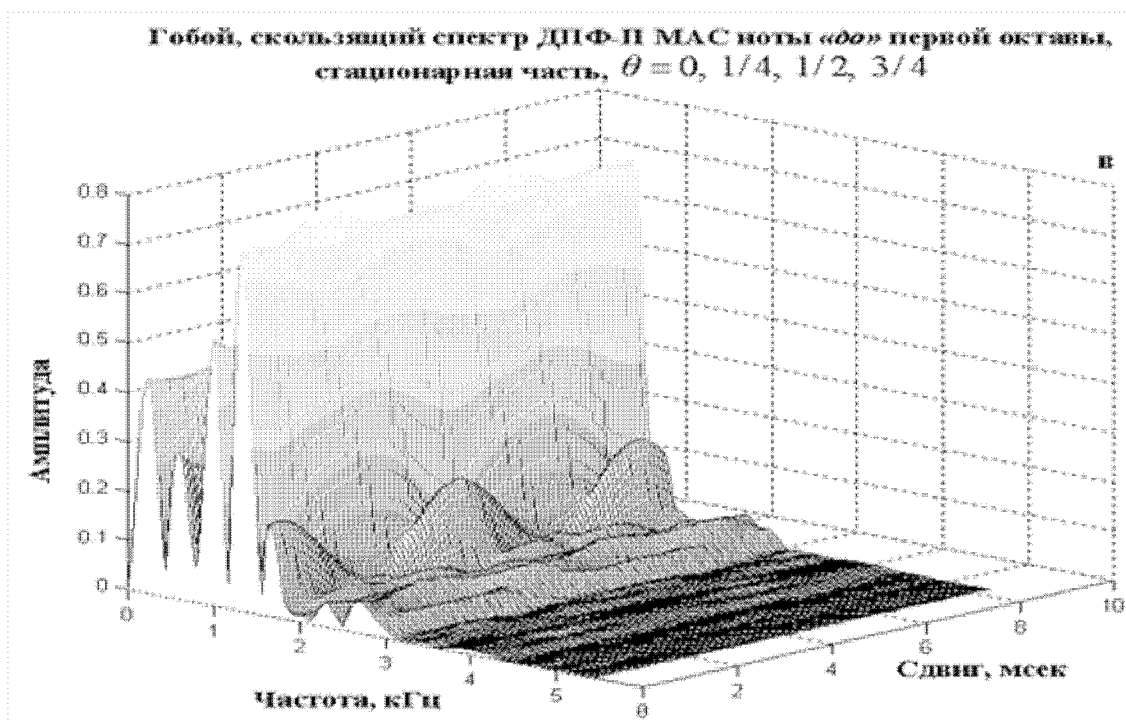


Рисунок П1.42 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (гобой, стационарная часть).

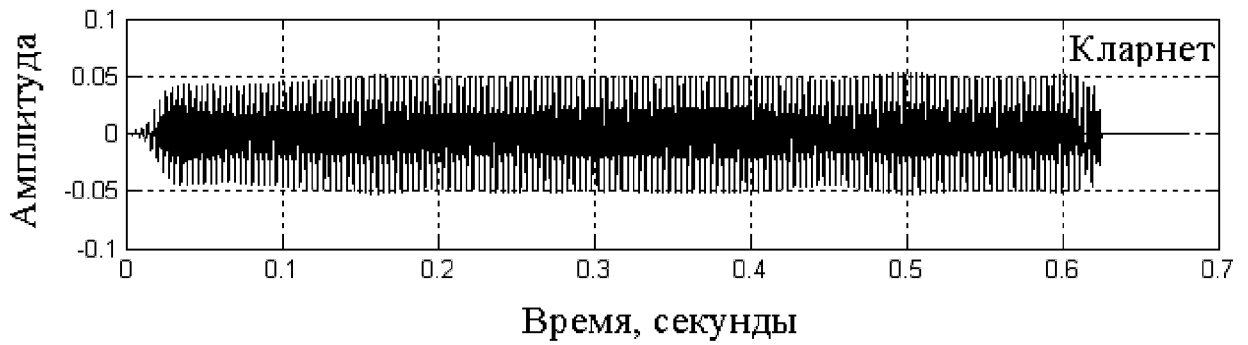
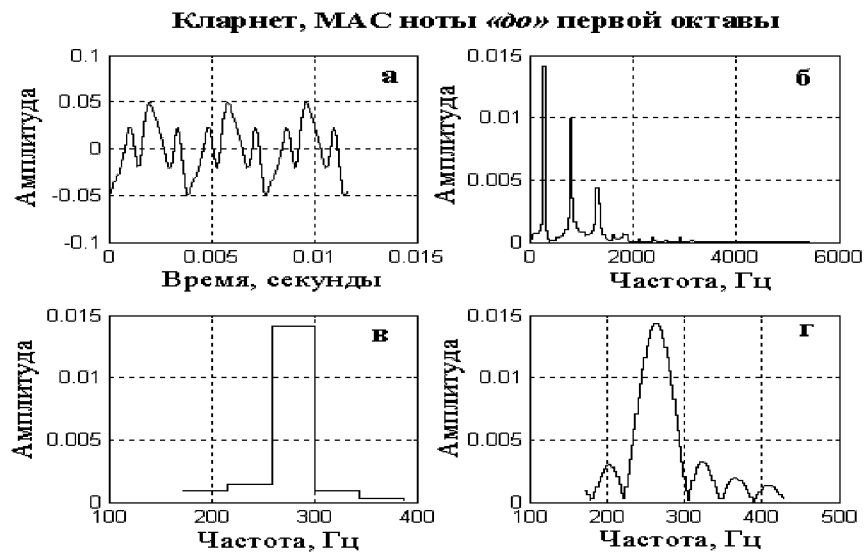


Рисунок П1.43 – Временная структура МАС кларнета.

Нота «до» первой октавы



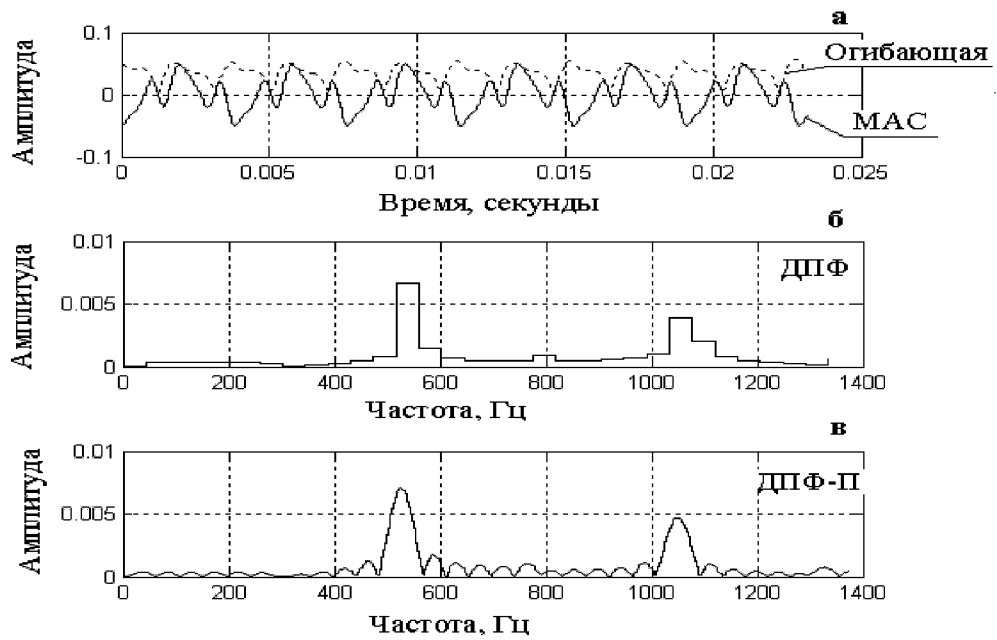
**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;

**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;

**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.44 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта).

## Кларнет, МАС ноты «до» первой октавы



а – МАС и его огибающая; б – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
в – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.45 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (кларнет).

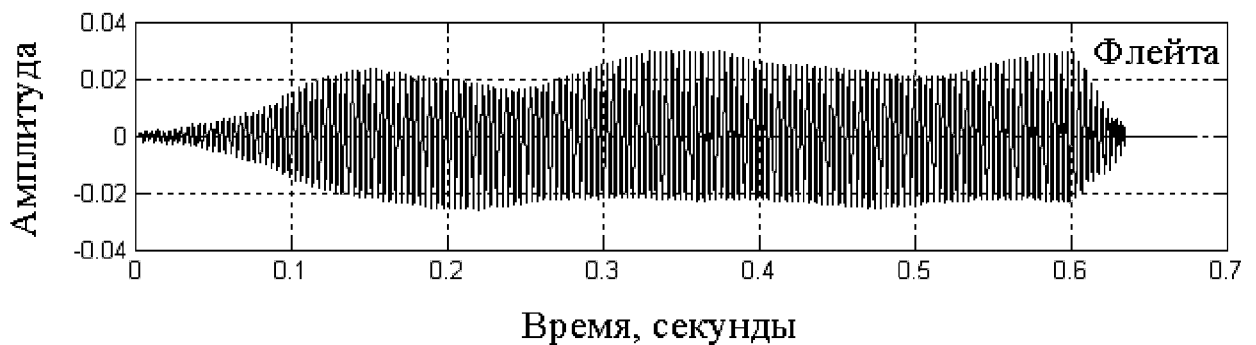
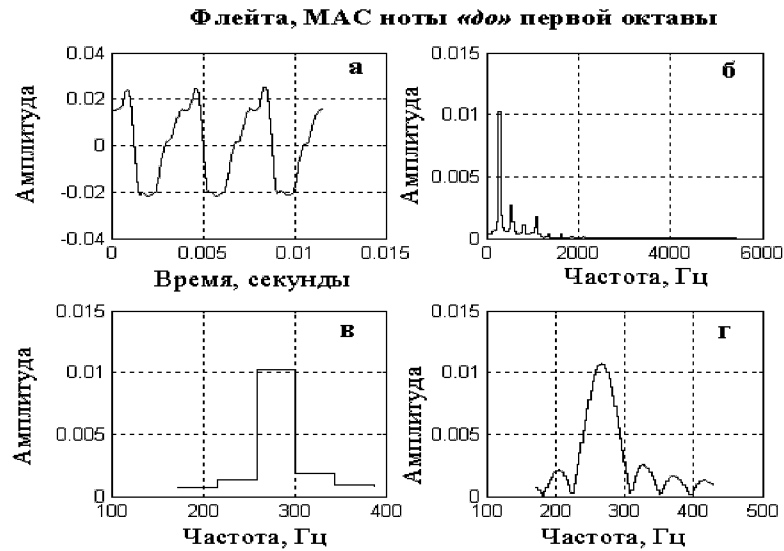
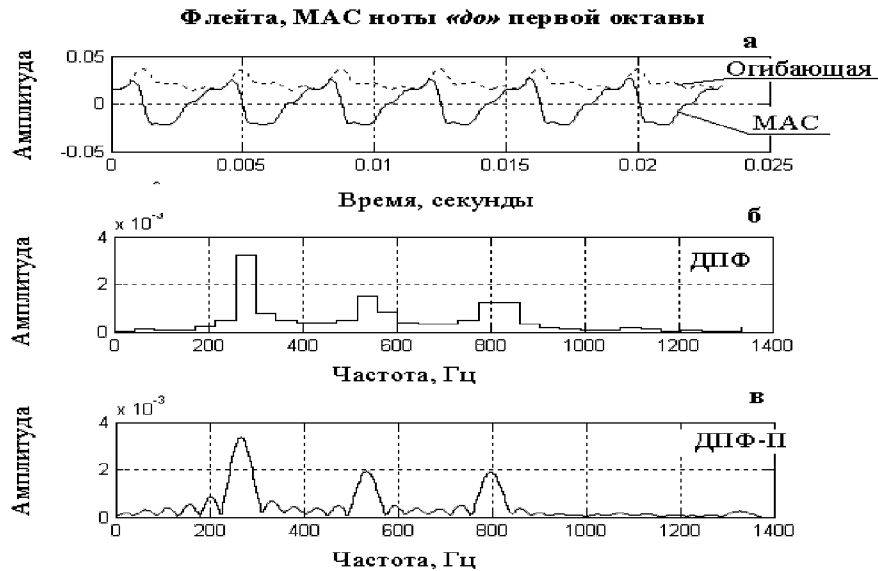


Рисунок П1.46 – Временная структура МАС флейты.  
Нота «до» первой октавы



- а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;  
**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.47 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта).



- а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.48 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (флейта).



Рисунок П1.49 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, атака).

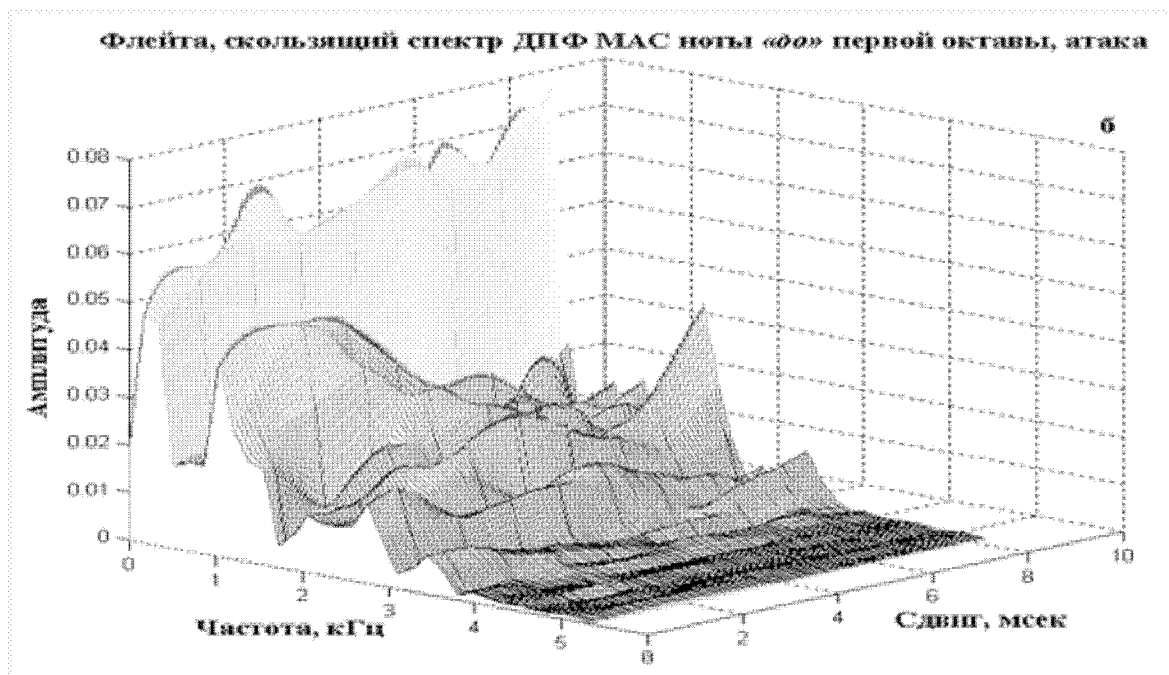


Рисунок П1.50 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, атака).

Флейта, скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» первой октавы, атака  
 $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

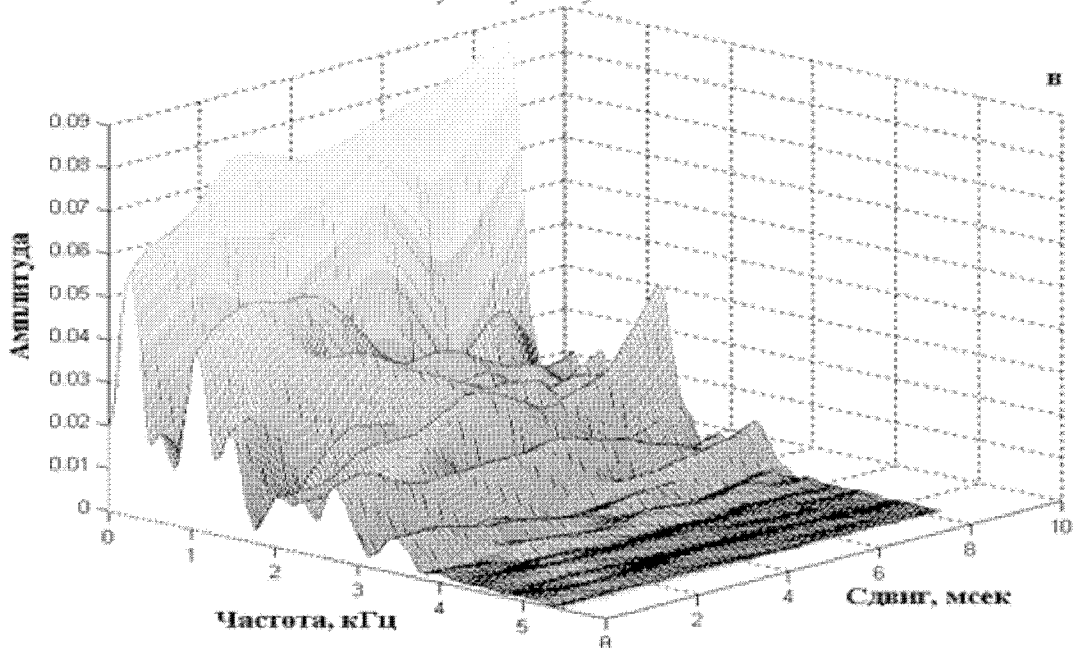


Рисунок П1.51 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, атака).



Рисунок П1.52 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, стационарная часть).



Флейта, скользящий спектр ДПФ МАС ноты «до» первой октавы, стационарная часть

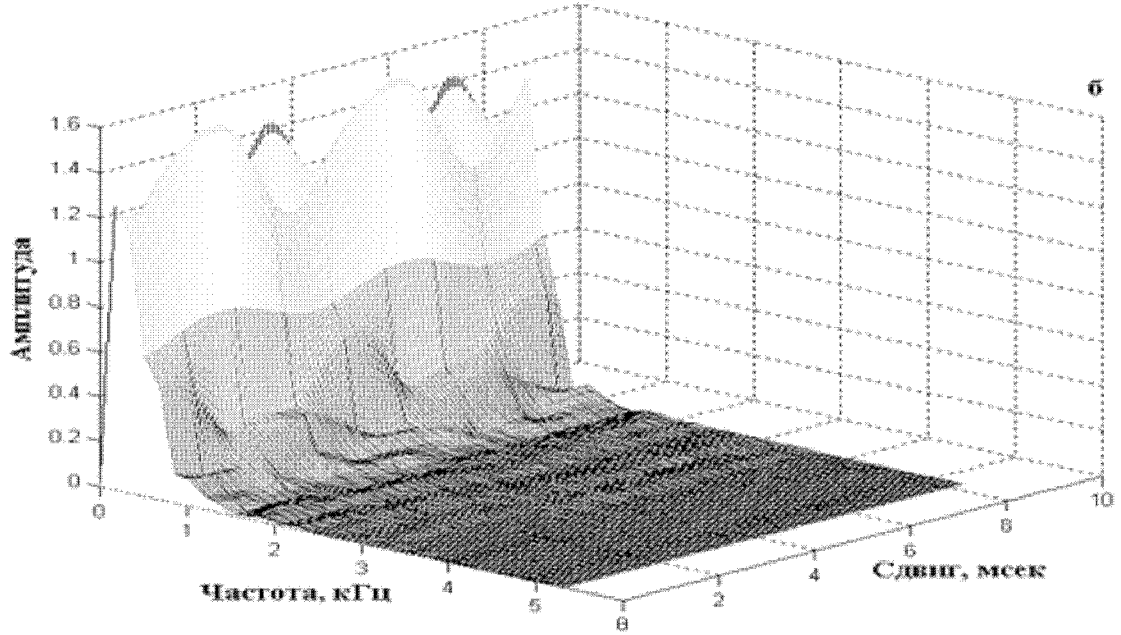


Рисунок П1.53 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, стационарная часть).

Флейта, скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» первой октавы, стационарная часть,  $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

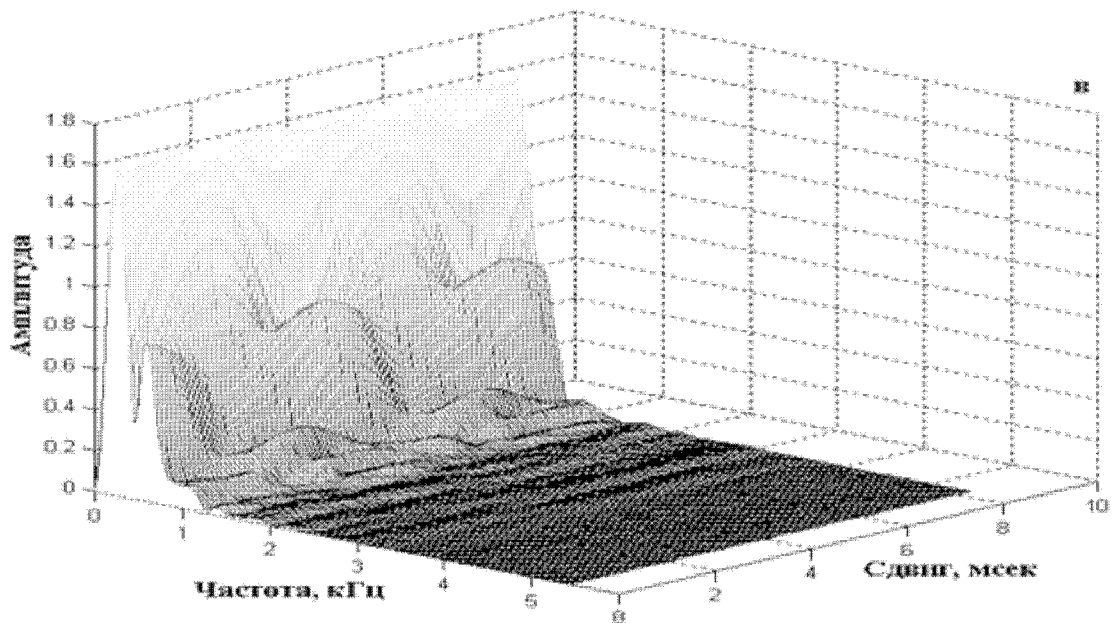
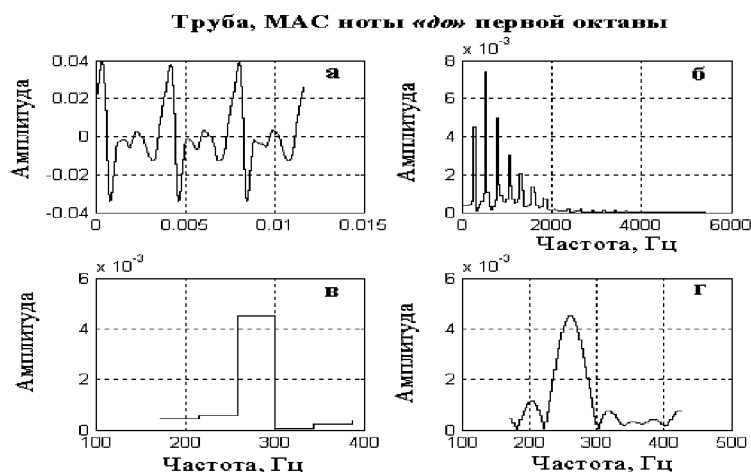


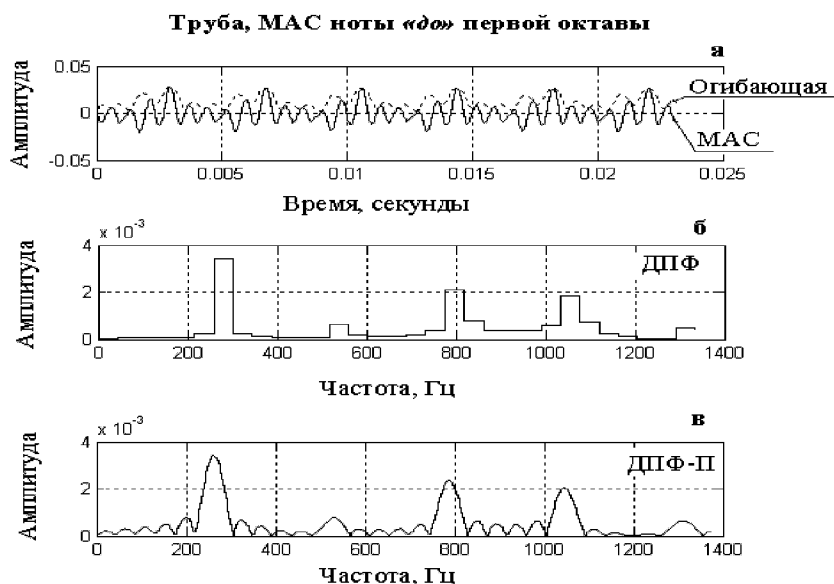
Рисунок П1.54 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (флейта, стационарная часть).

## Труба, тромбон – медные духовые музыкальные инструменты



а – МАС; б – энергетический спектр МАС, ДПФ;  
 в – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;  
 г – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.55 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (труба).



а – МАС и его огибающая; б – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
 в – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.56 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (труба).

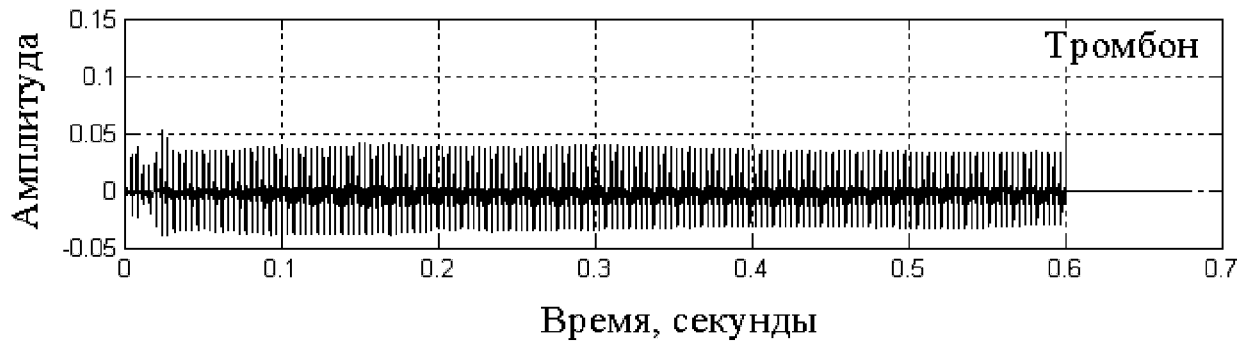
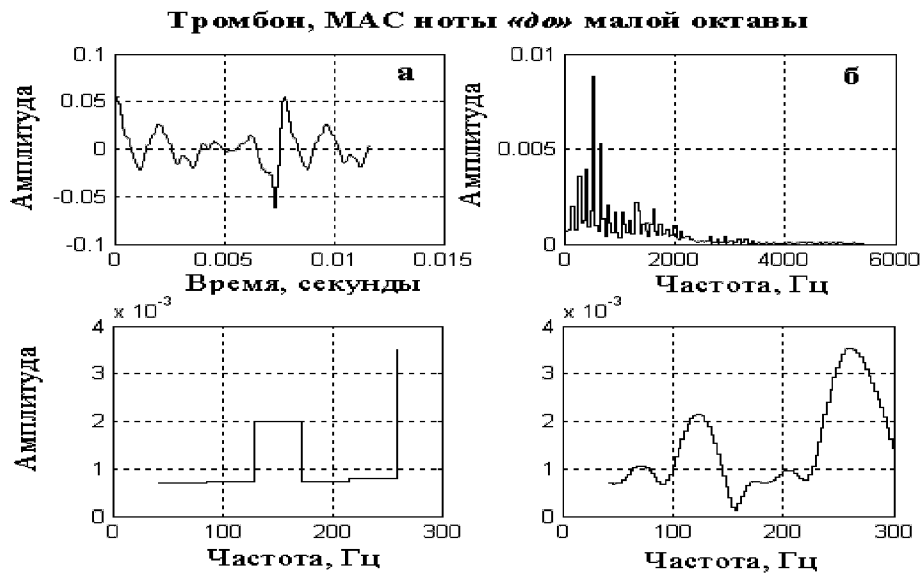


Рисунок П1.57 – Временная структура МАС тромбона.

Нота «до» первой октавы

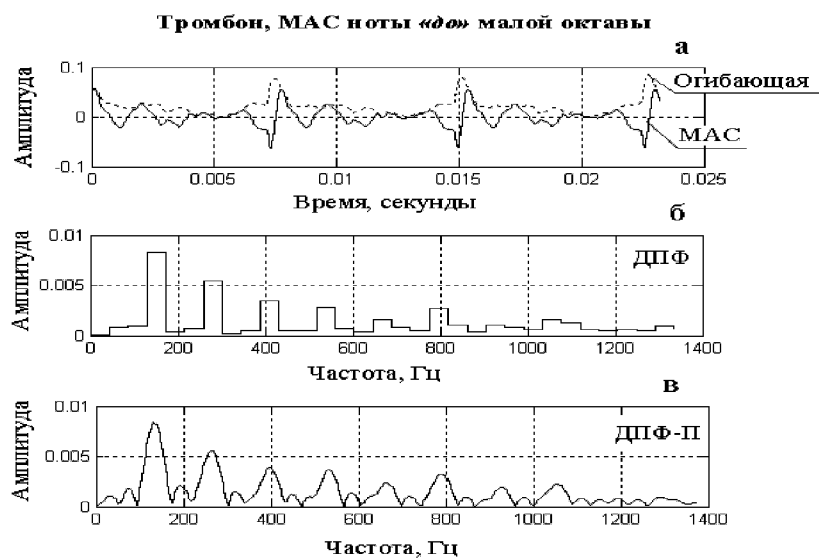


**а** – МАС; **б** – энергетический спектр МАС, ДПФ;

**в** – энергетический спектр МАС, ДПФ, увеличенный масштаб;

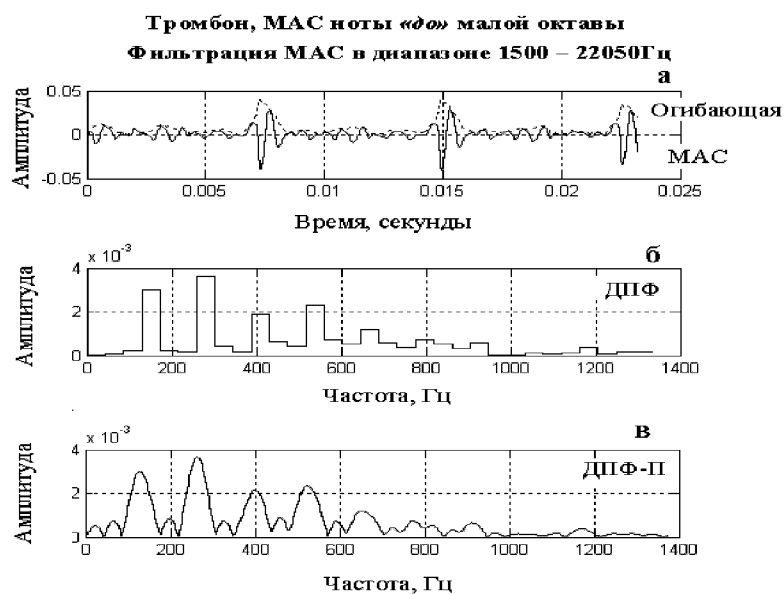
**г** – энергетический спектр МАС, ДПФ-П, увеличенный масштаб.

Рисунок П1.58 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон).



**а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.59 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС ноты «до» первой октавы (тромбон).



**а** – МАС и его огибающая; **б** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ;  
**в** – энергетический спектр огибающей МАС, ДПФ-П.

Рисунок П1.60 – Компьютерная спектральная обработка огибающей МАС, отфильтрованного фильтром с нижней частотой среза 1500 Гц ноты «до» первой октавы (тромбон)

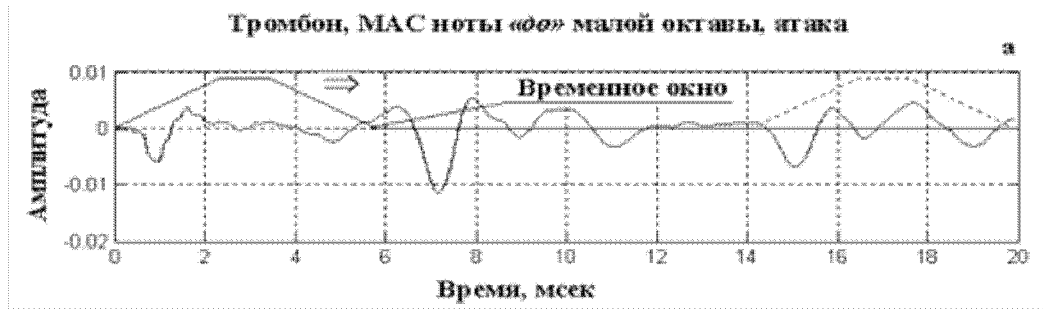


Рисунок П1.61 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, атака).

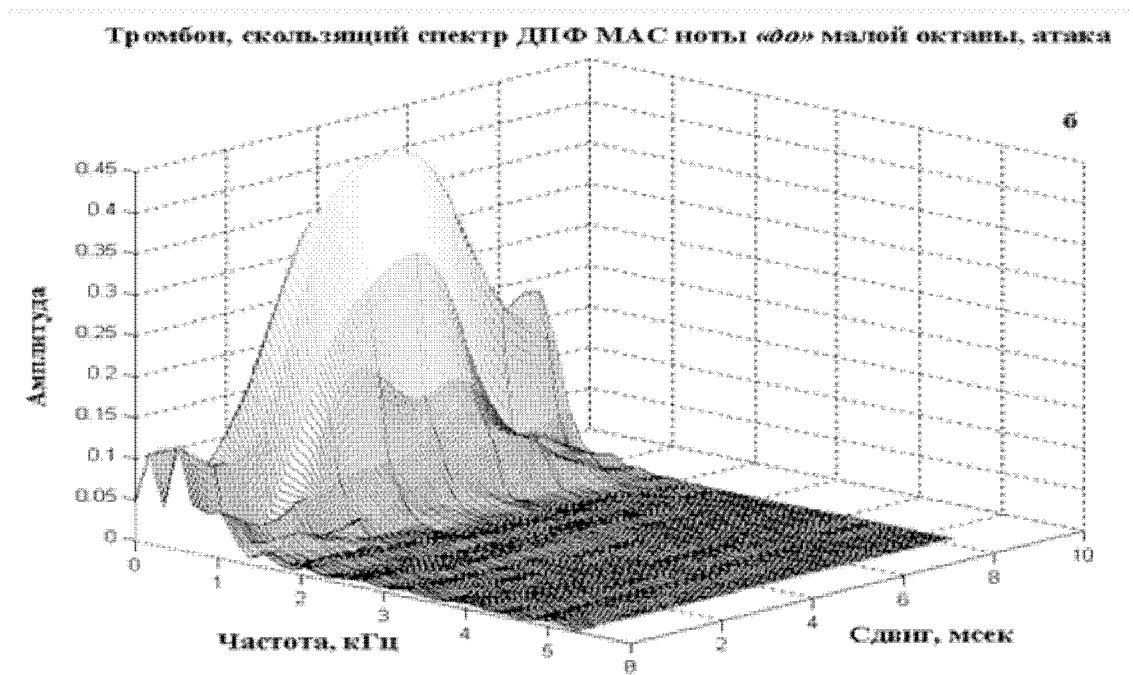


Рисунок П1.62 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, атака).

Тромбон, скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» малой октавы, атака  
 $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

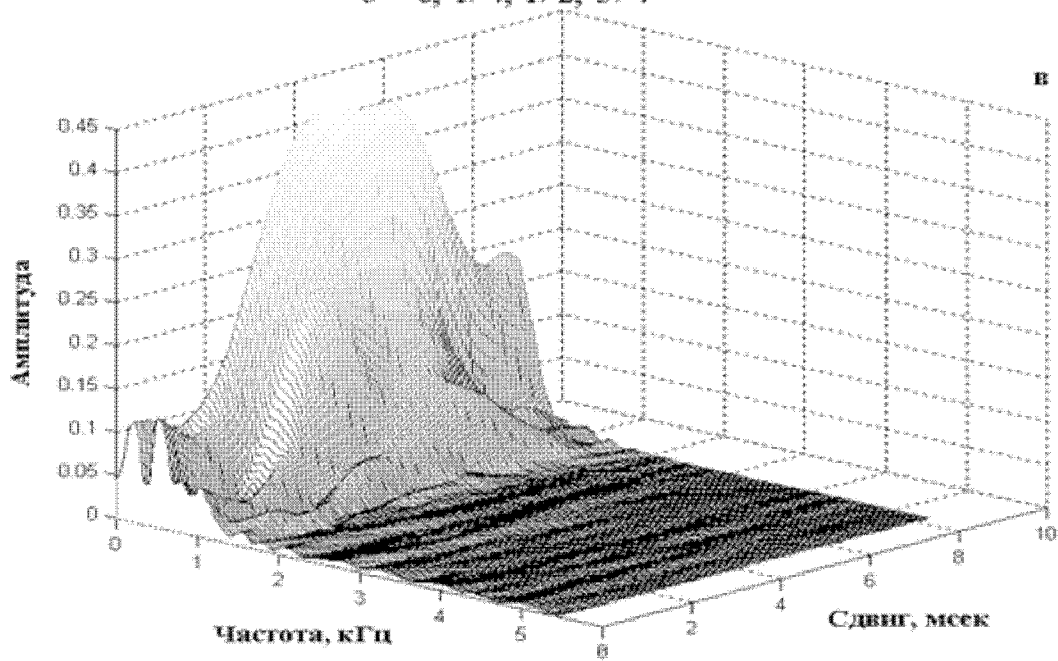


Рисунок П1.63 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, атака).



Рисунок П1.64 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, стационарная часть).

Тромбон, скользящий спектр ДПФ МАС ноты «до» малой октавы, стационарная часть

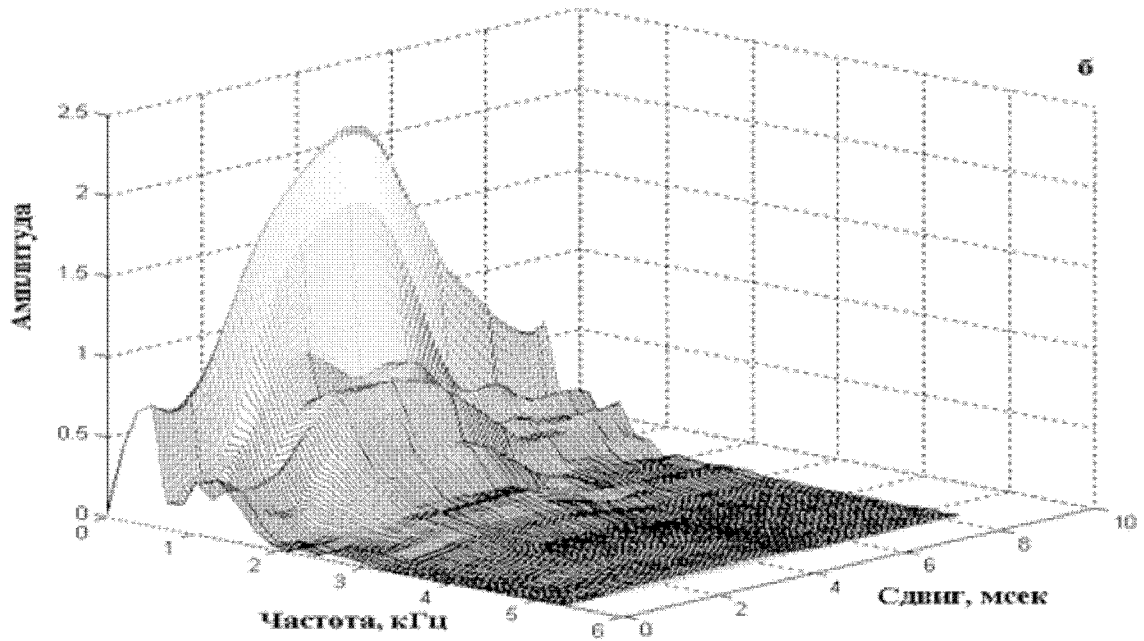


Рисунок П1.65 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, стационарная часть).

Тромбон, скользящий спектр ДПФ-П МАС ноты «до» малой октавы, стационарная часть,  $\theta = 0, 1/4, 1/2, 3/4$

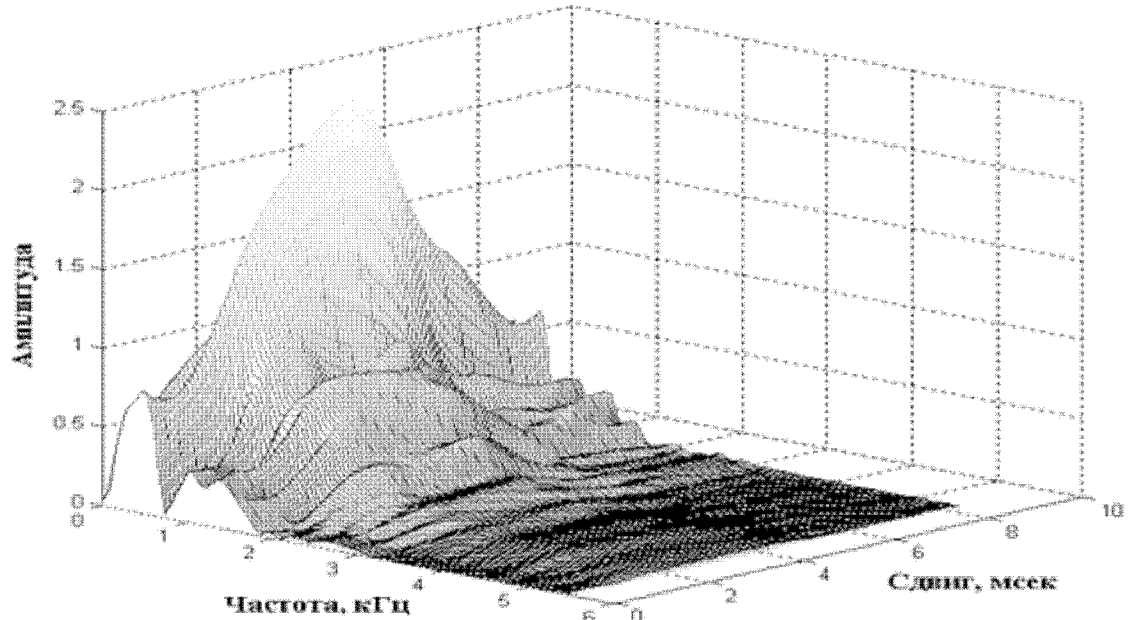


Рисунок П1.66 – Компьютерная спектральная обработка МАС ноты «до» первой октавы (тромбон, стационарная часть).

## Приложение 2.

### Характеристики обобщенного семейства трапецидальных дискретных временных окон

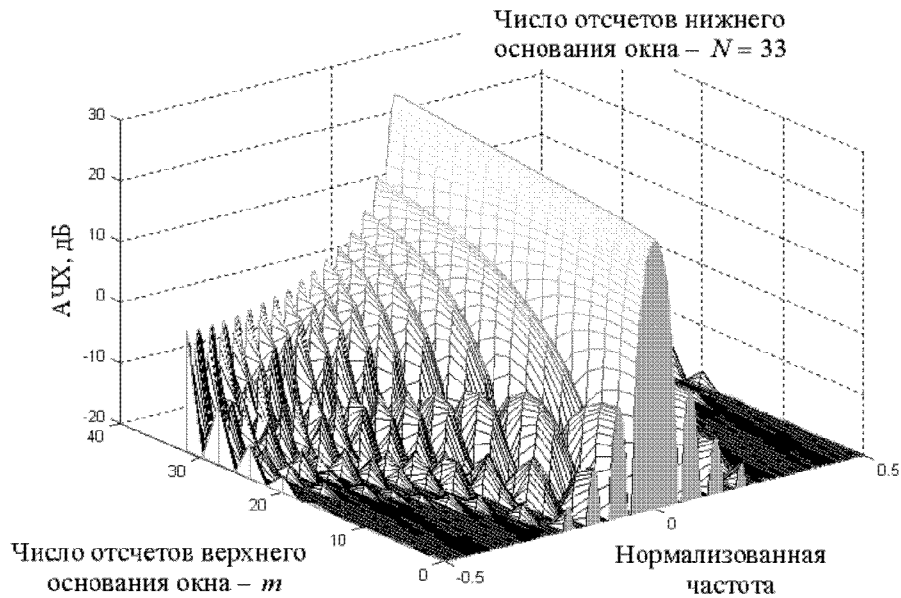


Рисунок П2.1— Огибающая поверхность АЧХ трапецидального семейства окон

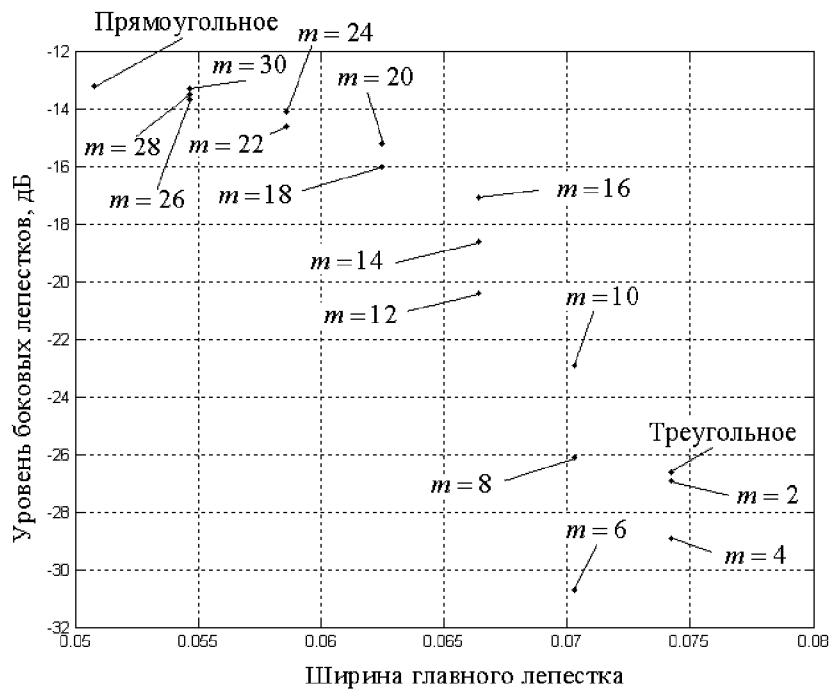


Рисунок П2.2 – Отношение между шириной главного лепестка и уровнем боковых лепестков семейства дискретных трапецидальных окон при  $N = 33$



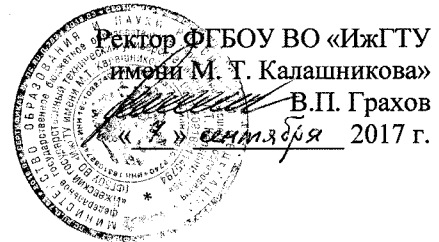
Таблица П2.1 – Количественные параметры трапецидального семейства временных окон при числе отсчетов нижнего основания  $N = 33$

<b>Число отсчетов верхнего основания окна <math>m</math></b>	<b>Коэффициент утечки в %</b>	<b>Уровень боковых лепестков, в дБ</b>	<b>Нормированная ширина главного лепестка по уровню <math>-3</math> дБ</b>
1 (Треугольное Окно)	0,31	-26,6	0,0742219
2	0.24	-26,9	0,0742219
4	0.16	-28,9	0,0742219
6	0.16	-30,7	0,070313
8	0,29	-26,1	0,070313
10	0,55	-22,9	0,070313
12	0,95	-20,4	0,066406
14	1,47	-18,6	0,066406
16	2,09	-17,1	0,066406
18	2,79	-16	0,0625
20	3,56	-15,2	0,0625
22	4,38	-14,6	0,058594
24	5,24	-14,1	0,058594
26	6,14	-13,7	0,0054688
28	7,08	-13,5	0,0054688
30	8,09	-13,3	0,0054688
33 (Прямоугольное Окно)	9,38	-13,2	0,050781

## Приложение 3

**Акты внедрения научных разработок, выполненных по результатам исследований в диссертации Пономаревой Н.В.**

УТВЕРЖДАЮ



## Акт


О результатах научно-исследовательской работы в рамках выполнения НИР по Федеральной целевой программе «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы в рамках реализации мероприятия № 1.2.1. Проведение научных исследований группами под руководством докторов наук по теме: «Принципы контроля оптических сред в биологии и экологии с использованием компьютерных спектральных методов обработки результатов измерений».

Результаты научных исследований, полученные Пономаревой Н.В., апробированы в рамках выполнения Государственного контракта 16.740.11.0468. от 13 мая 2011 года, шифр 20011 – 1.2.1.-03 на выполнение поисковых научно-исследовательских работ для государственных нужд по вопросам компьютерной спектральной обработки ангармонических сигналов.

Методы и алгоритмы компьютерной спектральной обработки сигналов ангармонической структуры на основе параметрического дискретного преобразования Фурье, предложенные Пономаревой Н.В., позволяют совершенствовать научные, технические и нормативно-технические решения в области программного, алгоритмического и аппаратного обеспечения систем контроля оптических сред в биологии и экологии.

Новые научные и практические результаты, полученные Пономаревой Н.В., существенно дополняют современные научные представления и данные отечественных и зарубежных информационных источников о перспективах компьютерных спектральных методов обработки сигналов ангармонической структуры.

Руководитель темы  
от ИжГТУ имени М.Т. Калашникова  
д.т.н., профессор

 В.А. Алексеев

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ФГБОУ ВО «ИжГТУ  
имени М. Т. Калашникова»  
В.П. Грахов

## Акт

о внедрении результатов диссертационной работы Пономаревой Н.В. «Компьютерная спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье», выполненной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Настоящий акт подтверждает внедрение результатов диссертационной работы Пономаревой Натальи Владимировны по теме: «Компьютерная спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике на основе параметрического дискретного преобразования Фурье» в учебный процесс на кафедре «Приборы и методы измерений, контроля, диагностики» для студентов направления 12.03.01 «Приборостроение» специальности «Приборы и методы контроля качества и диагностики», магистрантов по программам подготовки 12.04.01–1 «Приборы, системы и изделия биомедицинского назначения», 12.04.01–2 «Приборы и методы контроля окружающей среды, веществ, материалов, изделий» по дисциплинам:

1. Математические основы обнаружения и фильтрации сигналов;
2. Обнаружение и фильтрация сигналов в неразрушающем контроле;
3. Специальные методы контроля;
4. Обнаружение и фильтрация сигналов в медицине.

И.о проректора по учебной  
работе

к.т.н., доцент

Губерт А.В.

Декан приборостроительного факультета

к.т.н., доцент

Абилов А. В.

Заведующий кафедрой ПиМИКД

д.т.н., профессор

Муравьев В.В.